H

1122.

von Halver

N. 2698.

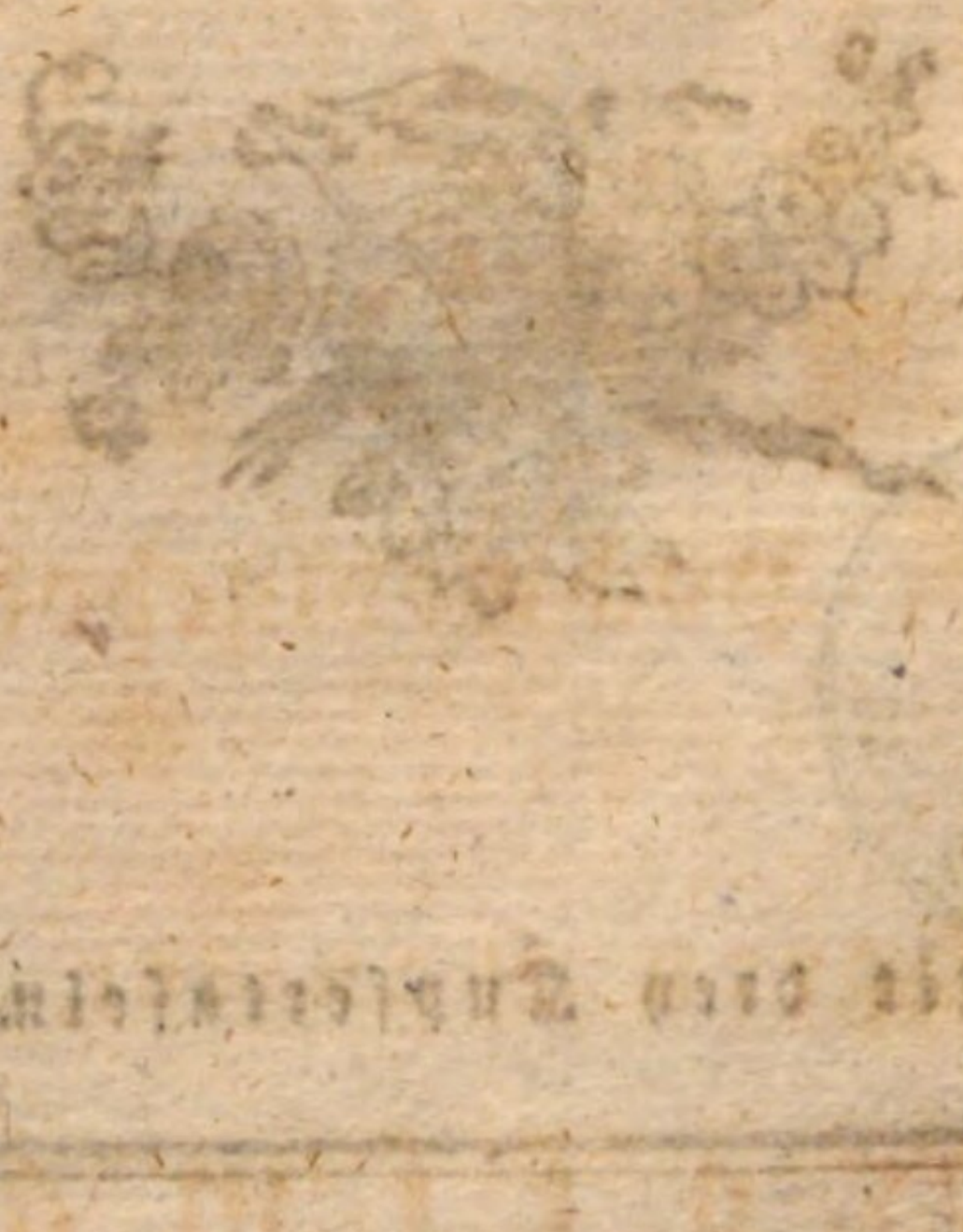
Gottfried Huths,
Doctors der Weltweisheit, und Magisters
der freien Künste,

Anfangsgründe
der
angewandten
Mathematik
(mit Rücksicht auf Geschichte und Litteratur.)

EIGENTHUM DER STADT
AUGSBURG

Mit drey Kupfertafeln.

Halle,
bei Hemmerde und Schwetschke
1789.



Seiner Excellenz,

dem Königlichen wirklichen

Herrn

Geheimen Staats- und Justiz-

Minister,

Freiherrn von Wöllner,

und

Seiner Hochwohlgebohren

dem

Herrn Kanzler

von Hoffmann

widmet

dieses Lehrbuch

in

tiefster Unterthänigkeit

der Verfasser.

Vorrede.

Bei meinen Vorlesungen über die angewandte Mathematik hatte ich Ursach, mir ein Lehrbuch zu wünschen, in welchem die ersten theoretischen Lehren der Wissenschaften, die zusammen diesen Theil der Mathematik ausmachen, so deutlich und leicht faßlich vorgetragen wären, daß meine Herren Zuhörer sie bei ihrer Vorbereitung auf Anhörung des Unterrichts, ohne meine Hülfe, verstehen könnten; welches ferner von

den Anwendungen auf das eigentlich Practische so viel enthielte, als die kurze Zeit eines halben Jahrs zu erklären, und richtige Begriffe davon beizubringen, verstattete; in welchem endlich bei jeder Materie die Schriften angezeigt wären, aus denen man sich darüber vollständigere Kenntniß verschaffen kann; und zugleich in kurzen Sätzen das Merkwürdigste aus der Geschichte der vorgetragenen Lehren mitgetheilt wäre. Die erste von diesen Foderungen, die ich an ein bei meinen Vorlesungen zum Grunde zu legendes Lehrbuch machte, ward von dem Wunsche erzeugt, theils, wenn ich dadurch nützlich zu werden hoffen dürfte, selbst noch mehr Theorie in den Vorlesungen vortragen, theils über das eigentlich Practische, und was die nützlichen Erfindungen, die man, seitdem mathematische Kenntnisse unter den Menschen ausgebreiteter wurden, vermittelst ihrer gemacht hat, angeht, mich mehr ausbrei-

breiten zu können; wenn mir dadurch, daß ich nicht nöthig hätte, bei Erläuterung der Lehrsätze und Aufgaben meines Lehrbuchs so weitläuftig zu seyn, mehr Zeit für jene Betrachtungen übrig bliebe. Die andere Foderung gründete sich auf die Erfahrung, daß die meisten Studierenden, die ein Collegium über die angewandte Mathematik zu hören sich entschließen, sich mehr für das eigentlich Practische, unmittelbar brauchbare, als für die Theorie, interessiren, deren hohe Reize für keinen mit Gedanken an körperliche Sättigung gefüllten Geist empfindbar sind; und auf die Ueberzeugung von der Billigkeit, hierin etwas nachgiebig zu seyn, um nicht manchen guten Kopf, der erst bei Erlernung der Mathematik Lust und Neigung tiefer in sie einzudringen bekommt, für diese Wissenschaft ganz zu verlieren. Was endlich die dritte von meinem Lehrbuche gefoderte Eigenschaft betrifft, so fand ich sie

nothwendig, weil nach dem jetzigen Zustande der Wissenschaften alle Gelehrsamkeit ohne Kenntniß in Geschichte und Litteratur nur Halbwerk ist. Wenn daher in den Vorlesungen darauf Rücksicht genommen wird, so thut es sehr viel zur Erleichterung des Studiums und Ersparniß der Zeit, wenn der Zuhörer die Hauptsätze des Historischen und die Anzeige der Bücher in dem Compendium selbst findet und also nicht in Gefahr kömmt, über Aufschreibung derselben während den Vorlesungen viel wichtiges, was der Lehrer dabei sagt, zu überhören.

Daß ich unter den bisher vorhandenen und zum Theil vortrefflichen Lehrbüchern gar keins gefunden habe, welches wenigstens zum Theil diesen Foderungen Gnüge leistete, würde ich nicht ohne Ungerechtigkeit behaupten können. Ich erkenne vielmehr den Werth der Kästnerschen und Karstenschen Lehrbücher,

cher, die ich bisher bei meinen Vorlesungen gebrauchte, vollkommen, und gestehe, daß eben die Vorzüge, die sie einzeln haben, jenen Wunsch, diese vereinigt zu sehen, in mir veranlaßt, und mich bestimmt haben, gegenwärtiges Lehrbuch nach meinem Plan, wie ich es dem Zweck, den ich mir bei meinem Unterrichte vorgesetzt habe, am gemäßesten fände, zu schreiben, um künftig danach die Anfangsgründe der mechanischen und optischen Wissenschaften in einiger Vollständigkeit gründlich und nutzbar lehren zu können. Denn mehr als diese beiden Theile der angewandten Mathematik getraue ich mir nicht in Zeit von einem halben Jahre so abzuhandeln, daß meine Herren Zuhörer und ich selbst damit zufrieden seyn könnten. Daher ließ ich den astronomischen Theil, der so reich an wissenswürdigen Kenntnissen ist, daß halbjähriger Unterricht darin kaum das zur genügenden Einsicht in astronomische Ent-

deckungen Unentbehrlichste umfassen kann, aus diesem Lehrbuche weg.

Wenn ich gleich nicht so eitel bin, zu glauben, daß bei Verfertigung desselben jenes nicht leicht darzustellende Ideal eines Lehrbuchs der angewandten Mathematik, das ich mir entworfen hatte und wünschte, wirklich erreicht habe, vielmehr mein Buch für den ersten Versuch dazu halte; so darf ich mir doch wol die Hoffnung machen, daß ich dadurch denen Anfängern, die sich desselben und meines Unterrichts bedienen wollen, das Studium mechanischer und optischer Kenntnisse werde erleichtert, und dadurch meinem lebhaften Wunsche, zur Ausbreitung gründlicher mathematischer Kenntnisse mitzuwirken, gemäß gehandelt haben.

Vielleicht ist mein Buch auch, ohne mündliche Erklärung eines Lehrers, zum

ersten

ersten Selbstunterricht in gewissem Betracht brauchbar, da ich bemüht gewesen bin, alles so faßlich als möglich und doch verhältnißmäßig kurz vorzutragen. Ich weiß, daß man diese Art von Ausführlichkeit für einen Fehler eines Lehrbuchs ansieht; aber er ist dies nur, in so fern dasselbe alles in vollständiger Weitläuftigkeit enthalten würde, was in der Wissenschaft, wovon es handelt, gelehrt werden kann; nicht aber, in so fern es die Elementarkenntnisse so enthält, daß der Zuhörer das Lehrbuch eben so gut zu seiner Vorbereitung, als bei Anhörung der Vorlesungen darüber, gebrauchen kann. Wer daher meinem Buche den Vorwurf machen wollte, daß darin dem Lehrer schon vieles weggenommen sey, was er bei mündlicher Erklärung desselben hinzusetzen könne; dem müßte ich zu bedenken geben, daß ein Lehrer, der den Vorrath seiner mathematischen Kenntnisse so dürftig fände, daß

Vorrede.

er den in diesen Anfangsgründen enthalte-
nen nicht wenigstens zehnmal überträfe, sich
nicht schmeicheln dürfe, die angewandte Ma-
thematik jemanden gründlich und einiger-
maßen vollständig vortragen zu können.
Und meistens habe ich mich bemüht, diesen
Vorwurf nicht zu verdienen. Indessen,
wäre es ja hie und da geschehen, so wird es
für den Lehrer den Vortheil haben, daß er
das nun nicht zu sagen braucht, und dafür
was anderes, auch zur Sache gehöriges,
mittheilen kann; und sollte es ihm hieran
fehlen, so habe ich ihm wenigstens Gelegen-
heit gemacht, mich zu tadeln und seine bes-
sern Einsichten zu zeigen. Dem Zuhörer
wird es auf allen Fall lieb seyn; er braucht
das nicht erst aufzuschreiben, was er ge-
druckt schon hat.

Mehr Theoretisches hätte ich wol an
mehrern Stellen vortragen können; aber

ich habe es aus schon oben angeführtem Grunde, um nicht abschrecken zu wollen, nicht gethan. Führt mir das günstige Schicksal Lehrlinge zu, deren Köpfe nicht negativ für die Theorie sind, so verspreche ich, Ihnen meine Achtung dafür durch wichtige mündliche Zusätze zu versichern, weil ich weiß, daß man es sich lieber gefallen läßt, mehr zu lernen, als im Compendium steht, als bei Ueberschlagung des Schwerern etwas unverstanden zurückzulassen. So hätte ich auch noch viel mehr Schriften anführen können, wenn meine Absicht gewesen wäre, eine vollständige Litteratur der angewandten Mathematik zu liefern. Ich glaubte, die angezeigten wären zu meinem Zweck zureichend, und ich könnte in den Vorlesungen das Uebergangene leicht nachholen. Fast scheint es mir jetzt, als hätte ich hie und da noch einige, ohne Schaden, weglassen können.

Den

Vorrede.

Den Hrn. Hofrath Käſtner und den ſeligen Hrn. Hofrath Karſten verehre ich als meine vorzüglichſten Lehrer; jener iſt es mir durch ſeine lehrreichen Schriften, dieſer auch außerdem durch mündlichen Vortrag geweſen. Nach beider großen Lehrer der Mathematik Lehrbüchern habe ich ſelbſt wieder unterrichtet und lehre noch danach. Es iſt alſo wol natürlich, daß ihre Vorſtellungsarten und Methoden mir die geläufigſten ſind, und nicht zu verwundern, wenn ich in meinem Lehrbuche öfters als ihr Echo erſcheine, eine Ehre, auf die ich mir etwas zu gute thue, wenn andere finden, daß ich richtig wiederhalle; und freuen wollte ich mich, wenn mein Wiederhall Luſt erweckte, die Stimmen ſelbſt zu hören. Auch habe ich bisweilen Hrn. Prof. Klügels practiſche Mechanik, des Hrn. Rector Lorenz Elemente der Mathematik, des verſtorbenen Eberhards Beiträge zur Matheſi applicata,

und

und Hrn. Prof. Scheibels mathemat. Bücherkenntniß benutzt.

Figuren sieht man nicht viele bei meinem Buche; fast könnten ihrer noch weniger seyn: denn wenn Zeichnungen nicht deutlich sind, (und dies können sie bei der in einem Compendium nothwendigen Kleinheit selten seyn) so helfen sie nichts, sondern machen nur das Buch theurer; und es scheint, als wäre es unter den Studierenden auf Universitäten ein allgemein sich selbst eingeführtes Gesetz: kein etwas theures Compendium zu kaufen. Um aber den Mangel der Zeichnungen einigermaßen zu ersetzen, habe ich meistens angezeigt, wo gute Abbildungen von den angeführten Maschinen und Instrumenten anzutreffen seyn, und werde in den Vorlesungen solche theils selbst, theils in Abbildung, vorzeigen und erklären.

Vorrede.

Wahre Freude wird es für mich seyn, wenn ich durch dieses Lehrbuch zur Ausbreitung der in so vielen Vorfällen des gemeinen Lebens brauchbaren Kenntnisse der angewandten Mathematik, so wie durch meine Vorlesungen, wie ich wünsche, mit behülflich werden kann. Halle den 1sten October 1788.

Aenderung:

S. 148. 1ste Zeile, steht: wie $297 : 296\frac{1}{4}$, d. i. wie $1{,}0000 : 0{,}9974$; muß aber stehen: wie $296\frac{1}{4} : 297$, d. i. wie $0{,}9974 : 1{,}0000$.

Die

Die mechanischen Wissenschaften.

1.

Was Bewegungen hervorzubringen, oder zu hindern strebt, nennen wir bewegende Kraft. Die Wissenschaft von der Art und Weise, wie die bewegenden Kräfte auf die Körper wirken, ist im allgemeinen Sinne des Worts die Mechanik. Sie ist mathematisch, in so fern die Wirkungen der bewegenden Kräfte und die dabei sich ereignenden Umstände durch Rechnung und Ausmessung erkannt werden können.

2. Wenn Kräfte gegen einander wirken, so heben sie sich einander, entweder gänzlich, oder zum Theil, auf; und heißen entgegengesetzte. Man sagt im erstern Falle, sie kommen mit einander ins Gleichgewicht, und hat sie selbst dann todte (unwirksame), so wie im letztern Fall, wo noch Bewegung erfolgen kann, lebendige (wirksame) genannt.

Anmerkung. Zum Unterschiede nennt man von entgegengesetzten Kräften die eine, von der man die Wirkung erwartet, schlechthin die Kraft, und die andere die Last.

3. Diese doppelte Wirkungsart der bewegenden Kräfte hat eine Eintheilung der Mechanik in die Statik und eigentliche Mechanik veranlaßt. Jene ist die Wissenschaft vom Gleichgewicht bewegender Kräfte; diese, von der durch sie bewirklichen Bewegung. Die Statik hat wieder drei besondere Wissenschaften unter sich:

1) vom Gleichgewicht fester Körper, Statik fester Körper.

2) vom Gleichgewicht flüssiger unelastischer Körper, Hydrostatik.

3) vom Gleichgewicht flüssiger elastischer Körper, Aerostatik (Aerometrie).

Eben so giebt es eine Mechanik fester Körper, Hydromechanik, wovon Hydraulik ein Theil, und Aeromechanik.

Anm. In diesen Anfangsgründen lassen sich nur die statischen Wissenschaften etwas ausführlicher behandeln. Von den mechanischen läßt sich aber hier nichts weiter, als die ersten Grundbegriffe von den Bewegungen überhaupt, und die allgemeinen Gesetze der Bewegung schwerer Körper, sowol für feste, als flüssige, unter dem gemeinschaftlichen Namen der Mechanik und Hydraulik vortragen.

Statik fester Körper.

1) Die Schwere, als bewegende Kraft.

4.

Alle um uns her befindliche Körper fallen, wenn sie nicht unterstützt sind, gegen die Erde herab. Stößt ihnen kein Hinderniß, oder keine andere Kraft unterwegs auf, so fallen sie in einer geraden Linie. Fallen mehrere zugleich in verschiedenen Weiten von einigen Fußen von einander, so sind die Linien, in denen sie fallen, so genau als sich bemerken läßt, gleichlaufend; auch wenn sie von großen Höhen tief herunterfallen. An Fäden gebunden, ziehen sie diese in parallelen Linien straff; und fallen in diesen verlängerten Linien, wenn die Fäden abgeschnitten werden.

5. Die Schwere, als die Ursach dieser Erscheinungen, ist also eine bewegende Kraft, welche in jedem Augenblick in jeden Körper auf und in der Erde wirkt. Jene Linien heißen die Richtungen der Schwere; auch verticale, lothrechte Linien, und eine Ebene, durch eine solche Linie gelegt, eine verticale, lothrechte Ebene. Eine Ebene aber, auf der die Richtungen der Schwere senkrecht sind, wird eine Horizontalfläche genannt; so wie jede Linie in der Horizontalfläche, oder die mit der Richtung der Schwere rechte Winkel macht, eine Horizontal- (wagrechte) Linie. Ein Punct liegt über der Hori-

zontalfläche, wenn ein Körper aus ihm auf sie herunterfallen würde; unter derselben, wenn er von ihr nach dem Punct zu fallen würde.

6. Die Ebenen der Erdfläche sind Horizontalflächen. Anhöhen und Abschüsse unterscheiden sich dadurch von ihnen, daß die Richtungen der Schwere auf ihnen nicht senkrecht stehen. Auch die Flächen stillstehenden Wassers in nicht gar zu kleinen Behältern, sind Horizontalflächen, wovon man sich durch ein Bleiloth versichern kann.

Die Richtung der Schwere steht auf der Erdfläche senkrecht. Ist die Erde eine Kugel, so sind die Richtungen der Schwere die verlängerten Halbmesser, und gehen alle nach dem Mittelpuncte der Erde hin. Sie können daher doch nicht genau parallel seyn; sind es aber für unsere Sinne in mittelmäßigen Höhen und Entfernungen, weil der Mittelpunct sehr vielmal tiefer unter der Oberfläche der Erde liegt, als der Abstand zwoer Richtungen, die wir mit einander vergleichen, beträgt.

2) Das Gewicht, und damit zusammenhängende Begriffe.

7. Alle Körper auf und in der Erde drücken die Theile unsers Körpers, auf denen sie liegen. Wir urtheilen, daß sie auch jede andere Unterstützung eben so drücken werden. Diesen

Druck,

Druck, den ein Körper auf dasjenige ausübt, was ihn unterstützt, nennen wir sein Gewicht.

1. Anm. Der Maaßstab, nach welchem wir das Gewicht eines Körpers schätzen, ist anfänglich und meistens unser Gefühl. Durch öftere Erfahrungen und Vernunftschlüsse können wir es auch dahin bringen, daß wir es den Körpern ansehen, oder nach der Stärke des Schalles, den fallende Körper machen, urtheilen, welcher leichter und welcher schwerer sey. Aber diese Schätzungsarten des Gewichts sind großen Irrthümern unterworfen.

2. Anm. Nennt man im gemeinen Leben öfters die schweren Körper selbst Gewichte; so betrachtet man bei denselben nichts weiter als die bestimmte Größe des Drucks, den sie gegen Alles, was sie zu fallen hindert, ausüben.

8. Jedes kleinste Bestandtheilchen eines schweren Körpers ist schwer: denn sich selbst überlassen und ungehindert, fällt es. Federchen, die in die Höhe fliegen, die Feuerflamme und Montgolfieren können hievon keine Ausnahme machen. Warum sollten gleichgroße materielle Bestandtheilchen nicht gleiches Gewicht haben? Man kann sich also das Gewicht jedes schweren Körpers als die Summe der Gewichte aller seiner Bestandtheilchen vorstellen; und dann haben Körper, die gleich viel Masse haben, auch gleiches Gewicht. Doppelt, dreimal, viermal so viel Masse hat ein doppeltes, dreifaches, vierfaches Gewicht. Und es verhalten sich die Gewichte der Körper, wie ihre Massen; und umgekehrt:

gekehrt: Nach dem Gewichte läßt sich die Menge der Masse eines Körpers beurtheilen.

9. Berühren sich die Bestandtheilchen einer Masse nicht in allen Puncten ihrer Oberflächen, so lassen sie zwischen sich Räume unausgefüllt, Zwischenräume. Diese gehören mit zu dem ganzen Raum, den die Masse einnimmt. Von zwey gleich großen Massen ist diejenige, welche weniger und kleinere Zwischenräume, also mehr Bestandtheilchen, enthält, dichter; die andere lockerer. Die dichtere ist also auch die schwerere; die lockerere, die leichtere (8). Gleichförmig dicht ist eine Masse, worin Masse und Zwischenräume so vertheilt sind, daß gleichgroße Theile des Raums, den die ganze Masse einnimmt, gleichviel Masse enthalten. Im Gegentheil ist sie ungleichförmig.

10. Gleichgroße, gleichförmig dichte Körper haben gleiches Gewicht. Aber der doppelte, dreimal-größere Körper hat doppelt, dreimal, so viel Gewicht. Oder, die Gewichte gleichförmig dichter Körper verhalten sich wie die geometrischen Räume. So läßt sich dann umgekehrt die Dichtigkeit zweier und mehrerer Massen nach dem Gewichte gleichgroßer geometrischer Körper, die aus ihnen verfertigt sind, vergleichen und schätzen.

11. Verschiedentlich gestaltete Körper, aus einerlei Materie gebildet, haben alle einerlei Gewicht, wenn sie gleiche geometrische Räume ausfüllen.

füllen. Man kann also einen Körper in einen andern von gleichem Gewicht umformen, wenn während des Umformens keine Theile davon, oder dazu, kommen.

3) Eigenthümliches Gewicht.

12. Unter dem eigenthümlichen oder specifischen Gewicht einer gleichförmig dichten Masse versteht man das Gewicht eines Cubicfußes oder Cubiczolles u. s. w. dieser Masse, nachdem man die geometrische Größe derselben in Cubicfußen, Cubiczollen, u. s. w. ausdrückt. Das specifische Gewicht mehrerer Massen vergleicht man daher nach dem Gewicht, das ein Cubicfuß, oder Cubiczoll von jeder hat. Kennt man aber das specifische Gewicht einer Masse, und weiß übrigens, wievielmal eine zweite, dritte Masse schwerer, oder leichter, als jene ist, so kann man auch das specifische Gewicht dieser zweiten oder dritten Masse durch Rechnung finden. Die Regel ist:

Man multiplicire das bekannte specifische Gewicht mit der Zahl, welche anzeigt, wievielmal die Masse, deren Gewicht man sucht, schwerer, oder leichter ist, als die, deren Gewicht man kennt.

Anm. Gewöhnlich vergleicht man das specifische Gewicht aller Massen mit dem des ganz reinen Regen- oder Schneewassers. Hier ist also das Maaß des specifischen Gewichts einer Masse die Zahl, welche das Verhältniß der Gewichte einer bekanten Menge Wasser und einer gleichgroßen Menge jener Masse angiebt. Ein

weitläuftiges Verzeichniß dieser Zahlen findet man in Muſchenbroeks introd. ad philoſ. natur. p. 536., und noch beſſer in Tables of ſpecific gravities, extraded from various authors, with ſome obſervations upon the ſame, by Richard Davies in den Philoſ. Transact. num. 488. art. 9. Folgende Tabelle iſt ein kurzer Auszug aus dem Muſchenbroekſchen. Das ſpecifiſche Gewicht des Regenwaſſers iſt = 1,1 ſo iſt

das feinſte Gold	—	19,640 mal ſchwerer als Waſſer.
gegoſſenes Ducatengold		17,0175
ſtarkgeſchlagenes	—	18,588
feines gegoſſenes Silber		11,091
geſchlagenes	—	10,5
die reinſte Platina	—	21,211 nach dem Gr. Sickingen. 18, nach Bergmann.
ſehr reines Blei	—	11,445
Kupfer, geſchlagenes	—	8,784
gegoſſenes ſchwediſches	—	8,333
gegoſſener Meſſing	—	8,
geſchlagener	— —	8,349
Eiſen, weiches	—	7,6
ſtarkgeſchlagenes	—	7,875
Engliſches Zinn	—	7,331
Queckſilber, reines	—	14,
engliſches	— —	13,593
511 mal deſtillirtes	—	14,11
Eichenholz	—	0,929
altes	— —	1,166
Tannenholz	—	0,55
rectificirter Weingeiſt	—	0,866
Flußwaſſer	—	1,009
Brunnenwaſſer	—	0,999
Seewaſſer	—	1,03
Baumöl	—	0,913
Terpentinöl	—	0,792

Einen vollständigern Auszug sehe man in Lichtenbergs Ausgabe der Erxlebenschen Anfangsgr. der Naturl. S. 129.

13. Das specifische Gewicht einer gleichförmig dichten Masse zu finden.

1) Man lasse aus der festen Masse einen Körper verfertigen, der die Gestalt und Größe eines Cubicfußes, oder Cubiczolles hat; und erforsche sein Gewicht auf einer richtigen Waage. Was er da wiegt, ist sein specifisches Gewicht. — Für eine flüssige Masse lasse man einen hohlen Würfel von solcher festen Materie verfertigen, in deren Zwischenräume sich die Flüssigkeit nicht einzieht. Der Würfel habe inwendig die Größe eines Cubicfußes, oder Cubiczolles. Man wäge ihn leer; und darauf mit der Flüssigkeit gefüllt. Man subtrahire das erstere Gewicht von dem letztern; so ist der Rest das specifische Gewicht der gewogenen flüssigen Masse.

2) Man kann auch, statt den Körper zum Cubicfuß, oder Cubiczoll zu formen, ihm jede andere Gestalt eines geometrischen Körpers geben, dessen Inhalt sich berechnen läßt, z. B. eines Prisma, Cylinders, Pyramide, u. s. w. Man berechne seinen Inhalt in Cubiczollen, oder Cubicfußen; wäge ihn genau; und dividire sein Gewicht durch die Zahl seiner Cubiczolle, oder Cubicfuße; so ist der Quotient sein specifisches Gewicht. Auf ähnliche Art kann man das specifische Gewicht einer flüssigen Masse finden.

Beispiel. $3\frac{3}{8}$ Cubiczoll Wasser haben 998 Gran Cöllnisches Gewicht. Wieviel 1 Cubiczoll Wasser?

$$3\tfrac{3}{8} = \frac{27}{8};\ \frac{27}{8} : 998$$

$$\frac{8}{27} : \frac{8}{7984} \Big| 295\tfrac{19}{27}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \hline 258 \\ 243 \\ \hline 154 \\ 135 \\ \hline 19 \end{array}$$

also 1 Cubiczoll, Rheinländisch, Wasser = fast 296 Gran.

also 1 Cubicfuß, Rheinländisch, Wasser = $66\frac{1}{2}$ ℔ Cöllnisch.

14. Das specifische Gewicht einer Masse durch Vergleichung mit dem specifischen Gewichte des Wassers zu berechnen.

Die Regel steht in 12. Also hier ein Paar Beispiele nach der Tabelle in der Anm. zu 12, und dem Beispiel in 13.

1) Wie groß ist das specifische Gewicht des feinsten Goldes?

1 Cu=

1 Cubiczoll Wasser = 296 Gran.
Das Gold ist = 1946 mal schwerer

11676
17514
3892

576016 Gran

oder $\frac{576016}{240}$ Loth $\frac{576016}{24000}$ Loth = 24 Loth.

2) Wie viel wägen $8\frac{1}{4}$ Cubiczoll reines Queckſilber?

1 Cubiczoll Wasser = 296 Gran.
Das reine Queckſilber = 14 mal schwerer

1184
296

also 1 Cub. Zoll Queckſilber = 4144 Gran
$8\frac{1}{4}$

33152
1011

folglich $8\frac{1}{4}$ Cub. Zoll Queckſ. = 34163 Gran
= $\frac{34163}{7680}$ ℔ = fast 4 ℔ 14 Loth 1 Quentchen.

4) Vom mathematiſchen Hebel.

15. Eine gerade Linie, die man ſich ohne Gewicht vorſtellt, in einem gewiſſen Puncte ſo unterſtützt, daß ſie ſich um denſelben frei auf und nieder bewegen, oder drehen kann, nennt

man

man einen geraden mathematischen Hebel; den unterstützten Punct, den Ruhepunct; was ihn unterstützt, oder hält, die Unterlage (hypomochlion).

16. Wirken zwei Kräfte so auf den Hebel, daß sie ihn nach den entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben; so thun sie dieses entweder beide auf einer Seite des Ruhepuncts, wie Fig. 1. K und L; oder die eine Kraft wirkt auf der einen und die andere auf der andern Seite des Ruhepuncts, wie Fig. 2. K und L. Im erstern Fall heißt der Hebel einarmig (vectis homodromus), und der Ruhepunct ist der eine Endpunct des Hebels; im andern Falle, doppelarmig (vectis heterodromus), und der Ruhepunct liegt zwischen den Endpuncten des Hebels.

Anm. Man nennt gewöhnlich die eine der auf den Hebel wirkenden Kräfte die Kraft, die andere die Last.

17. Von dem geraden Hebel unterscheidet
Fig. 3. sich der Winkelhebel ACB. Dieser ist ein geradlinichter Winkel, von beständiger Größe, dessen Schenkel sich zugleich nach einer Richtung um die Spitze C herumdrehen lassen. Auch hier kann eine Kraft K an B und eine andere L an A den Hebel nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben.

Fig. 4. 18. Eine kreisförmige Scheibe AbBa, die in ihrem Mittelpuncte C so unterstützt ist, daß sie sich um denselben frey drehen kann, heißt eine Rolle.

Rolle. Sie wird auch Anfangs ohne Schwere betrachtet, und muß auf ihrem Rande eine Vertiefung haben, um eine Schnur darin legen zu können, an deren Enden Gewichte L und K anzubringen sind.

Liegt die Schnur über der Rolle, und werden ihre Enden an den daran gebundenen Gewichten K und L frey herabgezogen, so sind die Richtungen dieser Kräfte AL und BK parallel und auf den Durchmesser der Rolle AB senkrecht. A und B sind die Puncte, in denen die Kräfte L und K nach entgegengesetzten Richtungen die Rolle drehen wollen. Die Rolle kann also unter diesen Umständen als ein gerader doppelarmiger Hebel AB betrachtet werden.

Ginge das Ende der Schnur, an welchem K befestigt ist, schon bey b von der Rolle ab; so wirkten beide Kräfte in A und b in die Rolle auf entgegengesetzte Art. Man könnte die Halbmesser AC und bC ziehen; so wird ACB ein Winkelhebel, auf den K und L eben so, wie auf die Scheibe wirken. Die Rolle kann also unter diesen Umständen als ein Winkelhebel betrachtet werden.

19. Gleiche Kräfte, K = L, die am Hebel in gleichen Entfernungen vom Ruhepuncte AC = BC, unter gleichen Richtungen gegen den Hebel, einander entgegenwirken, halten einander im Gleichgewicht. Denn es ist auf der einen Seite alles wie auf der andern, und Fig. 1. Fig. 2.

kein

kein Grund da, warum auf der einen eine Bewegung erfolgen sollte, die auf der andern nicht erfolgte.

Aber ungleiche Gewichte unter eben den Umständen können einander nicht im Gleichgewicht erhalten; das größere überwiegt das kleinere.

Anm. Daß dieser Grundsatz für beide gerade Hebelarten sowol, als auch für den Winkelhebel gelte, ist klar.

Fig. 2. 20. Bey dem doppelarmigen Hebel verhindert die Unterlage, daß der Hebel selbst nicht in der Richtung, in der ihn die Kräfte ziehen, bewegt werde. Sie widersteht also mit gleicher Gewalt, d. h. die Unterlage leidet den ganzen Druck beider Kräfte, K + L.

Fig. 4. 21. Zwey gleiche Kräfte L und K, oder L und k, die in den Richtungen der Tangenten AL, BK, oder AL, bk an der Rolle gegeneinander wirken, halten einander im Gleichgewicht. Denn die Rolle kann (18.) entweder als gerader ACB, oder als Winkelhebel ACb betrachtet werden; auf dessen Armen sind die Tangenten, in denen die Kräfte als in ihren Richtungen wirken, senkrecht; und die Entfernungen vom Ruhepuncte Halbmesser der Rolle, also gleich.

Ungleiche Kräfte können unter eben den Umständen dies nicht thun. Die größere wird die Rolle nach ihrer Richtung herumdrehen.

Man

Man kann durch eine Rolle machen, daß ein Gewicht nach jeder verlangten Richtung so stark zieht, als es nach seiner ursprünglichen senkrechten Richtung thun würde. Und man kann sich alle Arten von Kräften als Gewichte vorstellen, die eben so stark ziehen oder drücken.

22. Anm. Bey den zunächst folgenden Untersuchungen, werden die Richtungen der Kräfte immer senkrecht auf die Hebelsarme angenommen.

23. Wenn zwey Kräfte K und L am doppelarmigen Hebel ACB im Gleichgewichte sind, so sind sie dieses auch am einarmigen BAC, in eben so großen Entfernungen vom Ruhepuncte, AC = AC, BC = BC. Fig. 5.

Man habe anfangs blos den doppelarmigen Hebel ACB, an welchem L und K einander im Gleichgewicht halten; man verlängere CA nach b, bis bC = BC wird, und lasse an b die Kraft k = K ziehen. Man lasse an A aufwärts über eine Rolle eine Kraft l = L ziehen. Nun ist (19.) k mit K, und l mit L im Gleichgewichte; aber auch L mit K; folglich auch l mit k; indem diese auf eben die Art einander entgegen wirken, wie die ihnen gleichen Kräfte L und K.

Es erhellet, daß dieser Satz auch umgekehrt richtig ist.

24. Wenn zwey Kräfte K und L am Winkelhebel BCA im Gleichgewichte sind, so Fig. 6

sind

sind sie dieses auch am einarmigen CAb, in eben so großen Entfernungen vom Ruhepuncte, AC = AC und Cb = CB.

Man habe anfangs blos den Winkelhebel BCA, an welchem K und L im Gleichgewichte sind; man verlängere den kürzern Arm AC, bis Cb = CB wird, und lasse an b die Kraft k = K ziehen. Man lasse l = L, diesem k an A gerade entgegen ziehen. Nun sind (19.) k und K, ingleichem l und L im Gleichgewichte; aber auch L und K; folglich l und k, die einander eben so entgegenwirken, wie L und K.

Also auch Kräfte, die am Winkelhebel im Gleichgewichte sind, sind es in eben so großen Entfernungen vom Ruhepuncte auch am doppelarmigen Hebel (23).

25. Was also für eine Art des Hebels gilt, gilt auch für die andern.

Fig. 7. 26. Wenn die eine Kraft L doppelt so groß, als die andere K ist; die Entfernung der einfachen vom Ruhepuncte CB aber doppelt so groß, als die der doppelten CA; so sind beide Kräfte am Hebel im Gleichgewichte.

Man nehme einen einarmigen Hebel CAB, dessen Ruhepunct C, an dessen einem Ende B die Kraft K, in der Mitte A aber L = 2K einander entgegen ziehen. CB ist also = 2CA. Wäre CB ein doppelarmiger Hebel, der in A seine Unterlage hätte, so würde eine Kraft l in C

ange-

angebracht = K, mit K das Gleichgewicht halten (19). Dann litte die Unterlage in A den Druck = 1 + K = 2 K. Eine Kraft L = 2K, die aufwärts zöge, würde statt der Unterlage dienen. Ließe man 1 aufhören am Hebel zu wirken, so würde K den Hebel drehen und C in die Höhe schlagen. Steckte man, dies zu verhindern, durch C einen Bolzen; so wird der Hebel ruhig bleiben und der Bolzen mit einer Kraft = K der Bewegung des Hebels widerstehen. Nun ist aber der Hebel unser angenommener einarmiger Hebel, an welchem also L = 2K in der Entfernung AC, mit K in der Entfernung BC = 2AC das Gleichgewicht hält.

Bey dem doppelarmigen und Winkelhebel ist es eben so (25).

27. Eine dreimalgrößere Kraft L = 3K hält mit einer einfachen Kraft K das Gleichgewicht, wenn die Entfernung der einfachen Kraft vom Ruhepuncte dreimalgrößer ist, als die Entfernung der dreifachen, CB = 3CA. Fig. 8.

Man lasse wieder CAB einen einarmigen Hebel seyn, an welchem die Kräfte in den bestimmten Entfernungen wirken. Wäre CB ein doppelarmiger Hebel und in A die Unterlage, so wäre, weil AB = CB — CA, CB aber = 3CA, AB = 2CA. Zöge also in C eine Kraft 1, so müßte 1 = 2K seyn (26.) um damit das Gleichgewicht zu halten. Alsdenn leidet A einen Druck

$= 1 + 2K = 3K$. Eine Kraft $L = 3K$, aufwärts an A ziehend, dient also statt der Unterlage. Nimmt man 1 weg, und steckt durch C einen Bolzen, so bleibt der Hebel dennoch ruhen, und $L = 3K$ ist in der einfachen Entfernung CA, mit K in der dreifachen Entfernung CB im Gleichgewicht.

Eben das gilt für die andern Hebelsarten.

28. Es ist offenbar, daß auf ähnliche Art bewiesen werden kann: daß die vierfache Kraft in der einfachen Entfernung mit der einfachen Kraft in der vierfachen Entfernung, u. s. w. im Gleichgewicht sey.

29. Ueberhaupt also kann man behaupten: Zwei Kräfte sind am Hebel im Gleichgewichte, wenn sie sich umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen; wenn $K : L = CA : CB$.

Wenn der Exponent dieser gleichen Verhältnisse $K : L$ und $CA : CB$ eine ganze Zahl ist, so erhellet die Wahrheit der Behauptung aus 26, 27,

Fig. 9. 28. Wäre aber derselbe ein Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$, wenn $K : L = 3 : 4 = CA : CB$. so kann man sich auf folgende Art davon überzeugen.

Man stelle sich CAB als einen doppelarmigen Hebel vor, dessen Unterlage in A; man lasse in C eine Kraft 1 der Kraft K entgegen wirken;

so ist, weil $CA : CB = 3 : 4$, $AB = \frac{1}{4} CB$ und

CA

$CA = \frac{3}{4} CB$, also die Entfernung der Kraft l dreimal größer, als die der Kraft K. Daher $l = \frac{1}{3} K$ (27.) um mit K im Gleichgewicht zu seyn.

Nun trägt die Unterlage $K + \frac{1}{3} K = \frac{4}{3} K$. Also muß L, die statt der Unterlage dient, $= \frac{4}{3} K$ seyn. Es werde l weggenommen, und durch C ein Bolzen gesteckt; so ist L mit K im Gleichgewicht, und ihr Exponent $\frac{4}{3}$, so wie der Exponent des umgekehrten Verhältnisses ihrer Entfernungen, AB : AC auch $\frac{4}{3}$.

Beispiel. Es sey $CA = 3'$ und $CB = 4'$ $\frac{1}{3}$ $K = 90$ ℔ so ist $L = \frac{4}{3} K = \frac{90}{3} 4 = 120$ ℔.

30. Wenn zwei Kräfte, die auf den Hebel wirken, sich gegen einander nicht so verhalten, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte umgekehrt; so können sie deswegen nicht im Gleichgewicht seyn, weil solche Kräfte, die in dem umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen mit einander stehen, das Gleichgewicht bewirken, diese

aber mit jenen nicht einerley sind, also als verschiedene Ursachen nicht dieselbe Wirkung hervorbringen können.

Fig. 10. 31. Die an dem Hebel einander entgegen wirkenden Kräfte bringen einerley Wirkung hervor, sie mögen unmittelbar an den Enden der Hebelsarme (wie ein Paar daselbst angeschrobene Gewichte) angebracht seyn, oder vermittelst Fäden (wie ein Paar daselbst aufgehangene Gewichte), entfernt vom Hebel, an demselben ziehen; wovon man sich durch die Erfahrung leicht überzeugt. In dem letztern Falle muß unter Entfernung der Kraft, nicht eine gerade Linie von der Stelle, wo sich die Kraft befindet, bis zum Ruhepuncte des Hebels gezogen, gedacht werden; sondern da ist Entfernung der Kraft eigentlich Entfernung der Zuglinie der Kraft vom Ruhepuncte; also eine aus dem Ruhepuncte auf die Zuglinie der Kraft senkrecht gezogene linie, und diese ist dann, wenn die Kraft senkrecht auf den geraden Hebelsarm wirkt, der Hebelsarm selbst.

Zöge aber an dem Hebelsarme AC, statt daß K senkrecht daran zieht, eine andere Kraft V unter einem spitzen Winkel VAC; so muß, um nun die Entfernung der Kraft V zu finden, erst aus dem Ruhepuncte C auf die Zuglinie der Kraft AV eine senkrechte linie CD gezogen werden. Diese ist jetzt, und nicht CA, die Entfernung der Kraft. Sie ist als Kathete des rechtwinklichten Dreiecks ADC, bei jedem spitzen Win-

kel,

kel, allemal kleiner als CA, die Hypothenuse und Entfernung für K. Wenn also V in der kürzern Entfernung doch eben so viel als K in der längern bewirken soll, so muß V > K seyn. Wieviel aber? oder das Verhältniß der senkrecht- und schief-ziehenden Kraft gegen einander, wird aus dem umgekehrten Verhältniß der Entfernungen (29.) bestimmt. Nämlich V : K = CA : CD.

Anm. Weiter unten wird sich die Untersuchung vom Gleichgewicht schief am Hebel ziehender Kräfte genauer und nach schärfer beweisenden Gründen anstellen lassen. Hier kann im Anfang diese Vorstellungsart gelten, und zur leichtern Einsicht jener schärfern Methode vorbereiten.

32. Das Product aus der Multiplication der Kraft in ihre Entfernung, nennt man das Moment (Abwaage) der Kraft.

Zwei Kräfte erhalten einander am Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre Momente gleich sind, und sie übrigens nach entgegengesetzten Richtungen ziehen. Denn wenn das Gleichgewicht besteht, so ist (29) K : L = CA : CB; und also K . CB = L . CA.

Um also die Gewalt, welche eine Kraft anwendet, den Hebel zu drehen, zu schätzen; muß man sie durch ein Product ausdrücken aus der Größe der Kraft (d. i. des mit ihr gleich stark ziehenden Gewichts) in ihre Entfernung vom Ruhepunct.

33. Stellt man sich vor, der Hebel drehe sich um A, so daß K sinke und L steige; so sinkt Fig. 11.

K um die senkrechte Tiefe BD, und L steigt um die senkrechte Höhe CE. Nun sind aber wegen der gleichen Winkel DAB = CAE und ADB = R = AEC, die Dreiecke ADB und AEC einander ähnlich; folglich ist AB : AC = DB : CE. Nun ist aber im Zustande des Gleichgewichts auch L : K = AB : CE; also L : K = DB : CE; oder es verhält sich die Last zur Kraft, wie der Weg der Kraft zum Wege der Last, da man dann hier unter den Wegen die Tiefe und Höhe versteht, in welche das eine Hebelsende hinabsinkt, und auf welche das andere gehoben wird.

34. Anm. Man lese über diese Lehre vom Hebel, welche das Grundgesetz der Statik enthält, Abr. Gotth. Kaestneri Theoriam vectis et compositionis virium evidentius expositam, Lipf. 1753. 4. nach. Archimedes Beweis, der auch in den Wolfischen Werken vorgetragen ist, kann noch bezweifelt werden, wie Barrow schon angemerkt hat in Archimed. Oper. per Is. Barrow, Lond. 1675. 4. Lib. I. de aequiponderantibus, Prop. VI. — Newton leitete dieses Grundgesetz des Gleichgewichts aus der zusammengesetzten Bewegung her. Varignon in seiner nouvelle Mecanique ou Statique, ouvrage posthume, à Paris 1725. hat Newtons Beweis deutlich und so vorgetragen, daß er selbst glaubte, Niemand vor ihm habe ihn so gegeben. (die Ausg. von 1687. p. 64. und 66.) Aber Joh. Bernoulli zeigt in seinen Oper. T. IV. nr. 177, daß die Lehre von der zusammengesetzten Bewegung erst aus Archimedes Grundsatze bewiesen werden müsse; und dessen Sohn Dan. Bernoulli unterstützte seines Vaters Gründe gegen den Varignonschen Beweis in Examine principior. mechanicorum T. I. Comment. Petrop.; auch d'Alembert

bert in seinem Traité de Dynamique, à Paris 1743. — Descartes nahm in seinem Tract. de Mechanica, in dessen opp. posthumis, den in 32. abgeleiteten Schluß für einen an sich evidenten Satz an, und bauete darauf die Beweise für die Gesetze des Gleichgewichts beim Hebel. Aber, wenn gleich jener Schluß einen wahren Satz enthält, so ist er deswegen doch nicht evident, und kann nicht als Grundsatz gelten. De la Hire in seinem Traité de Mechanique, in den anciens Mem. de l'Ac. des sc. de Paris Tom. IX. p. 1. sah die Nothwendigkeit, die Eigenschaften des Hebels gründlicher darzuthun, ein, und gab Beweise davon, die den in diesen Anfangsgründen vorgetragenen ähnlich sind. Kästner in seinen Anfangsgr. d. a. Math., und Karsten in seinen mathem. Lehrbüchern haben sie auch.

5) Vom Schwerpuncte.

35. Der Ruhepunct des geradelinigten doppelarmigen Hebels, (der im Zustande des Gleichgewichts unterstützt werden muß) wird mit einer Gewalt, die der Summe beider am Hebel wirkenden Kräfte gleich ist, niedergedrückt (20). Das würde auch geschehen, wenn man sich einbildet, die Kräfte würden beide von ihren Stellen weggenommen, und in diesem Puncte beisammen angebracht. Betrachtet man nun die Kräfte als Gewichte, so nennt man dieserwegen den Ruhepunct A den gemeinschaftlichen Schwerpunct der Gewichte K und L (centrum gravitatis). Fig. 2.

36. Wenn man also einen mit Gewichten beschwerten Hebel in dem Schwerpuncte unterstützt, so bleibt er ruhig; das Gegentheil erfolgt, wenn er nicht in demselben unterstützt wird: der

Hebel sinkt auf der Seite, wo der Schwerpunct liegt, und zwar mit einer Gewalt, die das Product, aus der Summe beider Gewichte in die Entfernung des Schwerpunctes von dem unterstützten Puncte, ausdrückt. Man könnte daher den Hebel am Sinken hindern, und wieder ins Gleichgewicht bringen, wenn man an dem andern Arm desselben, der den Schwerpunct nicht enthält, ein Gewicht anbrächte, welches, mit seiner Entfernung vom unterstützten Puncte multiplicirt, ein jener Gewalt gleiches Product gäbe.

Fig. II. 37. Den gemeinschaftlichen Schwerpunct zu finden, wenn des Hebels länge BC, und die Größe der in C und B hängenden Gewichte L und K bekannt ist.

Es läßt sich hier sowol AB, als AC bestimmen, d. i. die Entfernung des Schwerpuncts von dem einen oder dem andern Ende des Hebels. Allemal aber findet man diesen Abstand des Schwerpuncts von dem einen Ende, als AB, wenn man

das am andern Ende hangende Gewicht mit der Hebellänge multiplicirt, und dies Product mit der Summe beider Gewichte dividirt;

$$\text{d. i. } AB = \frac{CB.\ L}{L+K} \text{ und } AC = \frac{CB.\ K}{L+K}$$

Denn man hat hier $L : K = AB : AC$; also auch $L + K : K = AB + AC : AC$, und

L

$L + K : L = AB + AC : AB$. Für $AC + AB$ gesetzt CB, so ergiebt sich aus diesen Proportionen $AB = \frac{CB \cdot L}{L+K}$, und $AC = \frac{CB \cdot K}{L+K}$

Beispiel. Es sey $BC = 15'$, $L = 1300$ ℔, und $K = 200$ ℔. so ist $AB = \frac{15 \cdot 1300}{1500} = 13'$;

und $AC = \frac{15 \cdot 200}{1500} = 2'$.

38. Hätte ein fester Körper nur zwei schwere Elementartheilchen p und q, so würde sein Schwerpunct G in der geraden linie zwischen beiden in pq liegen, und der Körper würde ruhen, wenn er in G unterstützt würde (35). Wären ihrer drei da, p, q und r, so kann man sich in G die beiden $p + q$ beisammen vorstellen, und dann liegt der gemeinschaftliche Schwerpunct für alle drei in der geraden linie zwischen G und r in g. Würde nun g unterstützt, so bliebe auch der Körper ruhend. Gäbe es endlich gar vier schwere Elementartheilchen im Körper, p, q, r und s; so kann man sich die Wirkung der drei erstern in ihrem gem. Schwerpuncte g beisammen gedenken, und dann liegt der gemeinschaftliche Schwerpunct für alle vier, zwischen g und s in γ. Auch hier in γ würde die Unterstützung den Körper im Gleichgewicht erhalten. Fig. 12.

Daß dieses für noch mehrere, ja unzählig viele schwere Elementartheile gilt, ist offenbar.

Es giebt demnach in jedem festen Körper, der aus schweren Theilen besteht, einen Punct, in welchem der Körper so unterstützt werden kann, daß er ruhig und nach allen Seiten hin im Gleichgewicht bleibt. Dieser Punct ist dann zugleich einem Druck von dem ganzen Gewicht des Körpers ausgesetzt. Er heißt daher der Schwerpunct des festen Körpers.

39. Der feste Körper kann auch gleichschwebend erhalten werden, wenn er nicht gerade in seinem Schwerpuncte, aber doch in einem Puncte, welcher in einer durch den Schwerpunct gezogenen lothrechten Linie liegt, unterstützt wird. Geschieht dies oberhalb dem Schwerpuncte, so wird der Körper hangend erhalten; geschieht es aber unterhalb demselben, so wird der Körper desto sicherer ruhen, mit einer je größern Grundfläche er an seine Unterstützung anschließt; aber desto schwankender seyn, je kleiner diese an ihm unterstützte Fläche ist, und je tiefer der unterstützte Punct unter dem Schwerpunct liegt. Dies kann leicht durch Figuren und Beispiele erläutert werden.

40. Das allgemeine Gesetz für den festen Stand eines Körpers ist: Die lothrechte Linie durch seinen Schwerpunct (seine Directionslinie, in der er, nicht unterstützt, fallen würde) muß innerhalb der Grundfläche fallen, auf der er ruhet; oder wäre dies nicht zu bewerkstelligen, so muß seine Directionslinie auf andere Weise

so gehalten werden, daß der Schwerpunct in derselben nicht sinken kann. Dies kann durch entgegenstrebende Stützen und Pfeiler, oder durch Ankern und Klammern, oder durch eine solche Verbindung der Theile, da jedes sich zwischen Andere hineindrängt, und eins zur Unterstützung des Andern mit beiträgt, geleistet werden.

1 Anm. Beispiele kann die Verbindung der Bauhölzer in Gebäuden und Brücken, desgleichen die Zusammenfügung der Steine, in einem Gewölbe, u. s. w. geben, ingleichen das Anlehnen des Stelzengängers, wenn er stillstehen will.

2 Anm. Nach diesem Gesetz richtet sich auch der feste Stand der Thiere, und die Art ihrer Bewegung, so wie auch der feste Stand jener überhängenden Thürme in Pisa und Bologna, die nach Paul Casati Mechanica L. I. c. 9., nach Labat Voy. d'Esp. et d'Ital. T. II. ch. 5., und Furtenbachs Itinerarium Italiae, als Bau-Kunststücke, mit Fleiß so gebauet seyn; nach Condamine Voy. d'Italie aber und Missons Reise nach Italien, Leipz. 1713. S. 1006. sich so gesenkt haben sollen. Ueber die Art unseres Aufstehens findet man schon in Aristotelis Mechanica, a Henrico Monantholio, Paris 1599. n. 31. etwas.

41. Bei der mannigfaltigen Gestalt, Größe, und der sehr verschiedenen Zusammensetzung der Körper ist es schwer, den Schwerpunct eines Körpers anders als durch die Erfahrung, oder durch Versuche zu finden. Zwar, wenn die Masse eines Körpers durch seinen ganzen Raum gleichförmig vertheilt ist, und er überdem eine von den regelmäßigen Gestalten geometrischer Körper hat, so kann die Geometrie Methoden ge-

geben, dies durch Zeichnung oder Rechnung zu thun. Weil aber nur wenige Körper, die wir in der Natur antreffen, so beschaffen sind und seyn können; so ist dieses Hülfsmittel der Geometrie nur selten im gemeinen Leben anwendbar. Doch ist hier folgende Wahrheit oft zu gebrauchen:

In einem regelmäßigen Körper, welcher durchaus aus gleichdichter und schwerer Masse besteht, liegt der Schwerpunct im Mittelpunct der Größe (d. i. in dem Puncte, wo eine durchgelegte Ebene den Körper genau in zwei gleichgroße Theile zerlegen würde). Der Beweis folgt aus 10.

1. Anm. Eine metallene Kugel, ein durchgängig gleichdichter Balken, eine steinerne oder hölzerne cylindrische Säule, ein runder durchaus gleichdicker Stab, ein gutgearbeitetes Rad, u. d. gl. haben Schwerpunct und Mittelpunct der Größe in Eins. Ein Stück Bley, im Rande eines hölzernen Cylinders befestigt, verändert die Stelle des Schwerpuncts, nicht aber die Stelle des Mittelpuncts der Axe. Von diesem Cylinder und seiner Bewegung hat Desagulier in seiner Naturlehre, und zwar im Zusatz zur 2ten Vorlesung viel Merkwürdiges, wovon auch in Krafts Mechanik, S. 197. u. ff.

2. Anm. Bei geraden Pyramiden und Kegeln ist der Schwerpunct um $\frac{3}{4}$ der Axe von der Spitze entfernt.

42. Durch Veränderung der Gestalt eines Körpers wird auch die Stelle des Schwerpuncts verändert, wenn gleich Masse und körperlicher Raum dieselbigen bleiben; weil alsdenn nicht mehr alle schwere Elementartheilchen des Körpers in eben-

ebendenselbigen oder gleich großen Entfernungen vom unterstützten Puncte, als vorher, liegen.

Anm. Am menschlichen Körper wird die Lage des Schwerpuncts durch jede kleine Verbeugung des Leibes, jedes Ausstrecken eines Arms, jede Kopfneigung u. s. w. verrückt. Seiltänzer, deren Körper nur fast in einer Linie durch ihre Fußsohlen unterstützt ist, bedienen sich daher zur Erhaltung ihres Schwerpuncts in einer Ebene über dem Seile oder Drate, einer an beiden Enden mit Bley beschlagenen Stange. Der Reuter, der beim Gallop sich vorn überbeugt, ist in Gefahr mit dem Pferde zu stürzen. Sitzt er nicht fest und gerade, so macht er es seinem Pferde schwer. Wenn eine flüssige Materie in der Höhlung eines Körpers nach und nach aus einem Theile in den andern läuft, und der Körper sonst beweglich ist, so wird er sich den Veränderungen des Schwerpuncts gemäß bewegen und andere Stellungen annehmen. Hierauf gründet sich die Einrichtung des bekannten chinesischen Purzelmännchens, wovon Muschenbroek in Introduct. ad Phil. natur. (Leid. 1772.) §. 508. nachzusehen.

43. Durch Versuche findet man den Schwerpunct, wenn man den Körper auf der scharfen Kante eines Prisma so lange hin und her schiebt, bis seine Theile auf beiden Seiten der scharfen Kante im Gleichgewicht schweben. Alsdenn ist sein Schwerpunct unterstützt; und er liegt in einer lothrechten Ebene, welche durch die Linie gehet, in welcher er auf der Schärfe des Prisma ruhet. Man nennt eine solche Ebene, die durch den Schwerpunct liegt, Schwer-Ebene (planum gravitatis). Bringt man den Körper in einer andern Lage auf des Prisma Schärfe in das Gleichgewicht; so findet man eine zwei-

te Schwer-Ebene, welche die vorige in einer lothrechten Linie, die durch den Schwerpunct geht, schneidet. Man nennt eine solche Linie den Durchmesser der Schwere (diameter gravitatis). Brächte man den Körper noch in einer von den vorigen beiden verschiedenen lage auf das Prisma, so fände man eine dritte Schwer-Ebene, welche jenen Durchmesser der Schwere schneidet. Der Punct, in welchem sie ihn schneidet, ist dann der Schwerpunct. Dieser befindet sich daher bey soliden Körpern im Innern derselben; kann aber bey einem hohlen Gefäße außer den soliden Theilen desselben, innerhalb dem hohlen Raum, fallen.

Anm. Man kann auch den Körper auf einer Spitze so lange hin und wieder schieben, bis er auf allen Seiten im Gleichgewicht ist. Eine lothrechte Linie durch den von der Spitze unterstützten Punct enthält den Schwerpunct. Oder man hängt den Körper an einem Faden auf, so liegt der Schwerpunct in der durch den Körper verlängerten Directionslage des Fadens. Hängt man ihn an einer Seite abermals auf, so liegt auch jetzt in der verlängerten Directionslinie des Fadens der Schwerpunct. Dieser ist also der Durchschnittspunct dieser beiden so gefundenen Linien.

44. Anm. Die Lehre vom Schwerpuncte ausführlicher behandelt findet man in Wenz. Joh. Gust. Karstens Anfangsgr. der Math. W. im 71. u. f. §. §. der Statik; und Jens Krafts Mechanik von Steingrüber herausgeg. Dresden 1787. 5te Vorles. und 4ter Zus. u. s. w. — Archimedes trieb die Lehre vom Schwerpunct nicht bis auf die Körper; Commandinus löste nur die leichtesten Fälle davon auf. Lucas Valerius ging aber weiter, und bestimmte den Schwerpunct für die Conoiden und Sphäroiden in seinem Buche de

Cen-

Centro Gravitat. Solidorum, Bonon. 1664. Wallis trug zuerst die Lehre vom Schwerpunct in seinem Calculo centri gravitatis deutlich und ausführlich vor, vermittelst unendlicher Reihen in synthetischer Beweisart. Noch vorzüglicher aber ist die von Ozanam in seinem cursu Mathem. Tab. IV. Lib. 2. vorgetragene synthetische Methode. Weit allgemeiner und leichter ist die Methode, vermittelst der Integralrechnung durch analytische Rechnungen den Schwerpunct zu bestimmen.

6) Vom materiellen Hebel.

45. Ein mathematischer Hebel ist nirgends anzutreffen, und hat uns nur gedient, die Theorie des Hebels zu erleichtern. Man kann sich aber jeder prismatischen, oder cylindrischen Stange als eines Hebels bedienen; dieser ist dann nicht allein überhaupt, sondern auch in allen seinen Theilen schwer; ein materieller, physischer, Hebel.

46. bc ist ein materieller Hebel, dessen Länge bc, Gewicht S, und Stelle des Schwerpuncts g vermittelst bg gegeben ist, an b zieht die gegebene Kraft K in der Entfernung vom Ruhepunct ab; man sucht die Last L, mit der die Kraft das Gleichgewicht hält. Fig. 13.

Man kann sich das Gewicht des Hebels S, in desselben Schwerpunct g wirkend, einbilden; übrigens nun den Hebel als einen mathematischen betrachten, welcher mit drey Gewichten K, L und S beschwert ist; nämlich mit L in der Entfernung ac, mit S in der Entfernung ag, und mit K in der Entfernung ab. Die beiden letztern

S und K wirken dem erstern L entgegen, ihr gemeinschaftlicher Schwerpunct m liegt zwischen ihnen, und wird, nach 36, aus dem bekannten bg gefunden. Es ist nämlich $gm = \frac{bg \cdot K}{S + K}$. In m kann man sich S + K beysammenwirkend vorstellen in der Entfernung $ag + gm = am$ (es ist aber $ag = ab - bg$); und man findet aus folgender Proportion : ac : am = S + K : L

$$L = \frac{am \cdot S + K}{ac}.$$

Oder, weil S schon mit einem Theil von L das Gleichgewicht hält, so sey q dieser Theil, und q ist $= \frac{ag \cdot S}{ac}$; der noch übrige Theil von L sey p, mit welchem K das Gleichgewicht hält; und $p = \frac{ab \cdot K}{ac}$; also $L = p + q$

$$= \frac{ab \cdot K + ag \cdot S}{ac}.$$

47. Es ist alles, wie vorhin gegeben, nur statt der Kraft die Last L; und man sucht die Kraft K.

Aus $L = \frac{ab \cdot K + ag \cdot S}{ac}$ folgt: $ac \cdot L = ab \cdot K + ag \cdot S$; folglich auch $ac \cdot L - ag \cdot S = ab \cdot K$ und hiernach $K = \frac{ac \cdot L - ag \cdot S}{ab}$.

48. Es

48. Es ist auch noch alles wie vorhin gegeben, auch die Last, nur die Stelle der Unterlage, d. i. die Entfernungen vom Ruhepuncte nicht; man sucht diese. Hat man die eine, als ac, gefunden; so findet man leicht die andere ab = bc — ac.

Man stellt sich S und K in ihrem gemeinschaftlichen Schwerpunct m beysammen vor, und findet nach 36, aus dem bekannten bg, dessen eine Entfernung $gm = \frac{bg \cdot K}{S + K}$; ferner

$$cm = cg + gm = cg + \frac{bg \cdot K}{S + K}.$$

$$\text{Also auch } cm = \frac{cg\,(S + K)}{S + K} + \frac{bg \cdot K}{S + K}$$

$$= \frac{cg\,(S + K) + bg \cdot K}{S + K}.$$ Hieraus aber folgt

cm (S + K) = [cg (S + K) + bg . K = cg . S + cg . K + bg . K . = cg . S + (cg + bg) K] = cg . S + cb . K

Nun findet man ferner (nach 36.) aus cm, die gesuchte Entfernung $ac = \frac{cm\,(S + K)}{(S + K) + L}$.

Statt cm (S + K) das ihm gleiche cg . S + cb . K gesetzt; so ist $ac = \frac{cg \cdot S + cb \cdot K.}{(S + K) + L.}$

49. Beyspiele, 1) zu 45. Es sey bc = 12 Fuß; S = 12 ℔; bg = 5 Fuß; K =

20 ℔; ab = 8 Fuß; so ist ac = 4 Fuß und ag (8 — 5) = 3 Fuß, man findet

L ;	ab = 8	ag = 3
	K = 20	S = 12
	ab . K = 160	ag . S = 36

ag . K = 160
ag . S = 36

ag . K + ag . S = 196 | 49 ℔ = L.
ac = 4)

Zu 46. Es sey alles wie vorhin, nur statt K sey L = 49 ℔ bekannt. Man findet K.

ac = 4	ag = 3
L = 49	S = 12
ac . L = 196	ag . S = 36

196
36

ac . L — ag . S = 160 | 20 ℔ = K.
ab = 8)

Zu 47. Es sey alles wie vorhin, auch L = 49 ℔ und K = 20 ℔ bekannt. Man findet ac.

cg = (12 — 5) = 7	cb = 12
S = 12	K = 20
cg . S = 84	cb . K = 240

cb . K = 240	S = 12
cg . S = 84	K = 20
cg . S + cb . K = 324	L = 49
	(S + K) + L 81

$$\begin{array}{r|l} 324 & 4 \text{ Fuß} = \text{ac.} \\ 81)\ 324 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

50. Anm. 1. Des Hebels bedient man sich bey vielen Maschinen, und der Gebrauch der meisten Werkzeuge gründet sich auf die Wirkung des Hebels. Auch ist das ganze Knochengebäude des menschlichen Körpers aus lauter einarmigen Hebeln zusammengesetzt, woran die Muskeln, als die bewegenden Kräfte, nahe bey der Unterlage angebracht sind, zwar nicht zum Vortheil der Kraft, aber zu desto größerm Gewinn der Zeit bey unsern Bewegungen.

Anm. 2. Als Werkzeug findet beym Hebel ein zwiefacher Gebrauch statt: entweder um eine Bewegung dadurch hervorzubringen; oder um das Gewicht der Körper dadurch zu bestimmen.

7) Von der Waage.

51. Die Waage ist ein Werkzeug, welches dazu dient, vermittelst eines bekannten Gegengewichts das Gewicht eines Körpers zu finden. Es giebt der mechanischen Waagen zwey Gattungen: die gemeine Waage (Kramerwaage), und die Schnellwaage. An beiden ist das Hauptstück ein Hebel oder Balken, an dessen einem Ende der zu wägende Körper, und an dem andern das dabey zu gebrauchende Gegengewicht aufgehangen wird. An der gemeinen Waage ruhet der Balken in der Mitte zwischen beiden Enden, so, daß seine beiden Arme gleich lang sind. An der Schnellwaage ruhet er mehr nach dem einen Ende hin, so, daß der eine Arm kürzer, als der

andere ist. Bey der gemeinen Waage braucht man ein dem Gewichte des Körpers gleiches Gegengewicht; bey der Schnellwaage nicht.

Anm. Die Stücke, aus denen eine gemeine Waage zusammengesetzt ist, sind: der Waagbalken; die Axe des Waagbalkens, welche in seiner Mitte zu beiden Seiten hervorragt, und um welche er sich drehet; die auf dem Waagbalken befestigte Zunge; das Waaggerricht, oder die Hülse, in welcher der Waagbalken ruhet und sich bewegt, an welcher er auch aufgehangen wird; zwei Waagschalen, welche an Schnüren von beiden Enden des Waagbalkens herabhängen.

52. Eine gute Kramerwaage (bilanx) muß, wie folgt, beschaffen seyn:

1) Die beiden Arme des Waagbalkens müssen gleich schwer seyn; sonst wird der schwerere Arm sinken und den leichtern heben, also der Balken sich nicht waagrecht setzen. Zu dem Ende muß die Axe da angebracht seyn, wo sich des Balkens Schwerpunct befindet.

2) Die beiden Arme des Waagbalkens müssen auch gleich lang seyn. Man nimmt die Länge eines Arms von dem Aufhängepuncte der Waagschale bis zum Mittelpuncte einer geraden Linie, die man sich zwischen beide Aufhängepuncte gedenkt, an. Man prüft dies an der Waage, wenn man die Schaalen nebst den Gewichten, welche ins Gleichgewicht gebracht waren, gegen einander umtauscht.

Anm. 1. Dieserhalb wird eine solche Einrichtung und Gestalt des Waagbalkens nothwendig, bey welcher man

man ohne viele Mühe die etwa befundene Ungleichheit der Arme verbessern kann. (Joh. Ge. Leutmann in den Comment. Petrop. T. II. p. 35. und Physik. und medic. Abhandlungen der kais. Acad. der Wissenschaften in Petersburg, übersetzt von Münter, I. B. Neunte Abhandlung.)

Anm. 2. Hr. Desaguliers hat in den Phil. Transact. n. 419. p. 125. einen Versuch erzählt, nach welchem bey einer besonders eingerichteten Waage zwey gleich schwere Körper in ungleichen Abständen vom Mittelpuncte doch ihr Gleichgewicht immer behalten. Er steht auch in der Sammlung nützlicher Maschinen und Instrumente, 1stes Zehend S. 3.

3) Die Zunge muß genau in der Mitte des Waagbalkens und senkrecht auf ihr stehen. Je leichter sie ist, desto bequemer ist sie. Eine breitere und dünnere ist einer runden vorzuziehen.

4) Der Waagbalken muß unter der Zunge ein Gegengewicht haben, welches etwas schwerer als die Zunge, kurz und senkrecht niederhangend ist.

5) Die untere scharfe Kante der Axe muß in der Mitte der Linie liegen, welche durch die Aufhängepuncte gezogen wird. Widrigenfalls giebt entweder die Waage, bey einer im Verhältniß gegen die Gewichte zugelegten beträchtlichen Ueberwucht, keinen Ausschlag, d. h. ist faul; oder die Waage setzt sich bey dem geringsten Uebergewichte oder kleinsten Stoße aus der horizontalen Lage, ohne sich wieder herzustellen, d. h. ist zu empfindlich.

6) Der Schwerpunct des Waagbalkens muß etwas niedriger als die scharfe Kante der Axe liegen. Denn, liegt er höher, so kann die Waage fast nie in Ruhe kommen; und liegt er in ebendemselben Puncte, so bleibt die Waage in jeder lage ruhend.

7) Die scharfe Kante der Axe muß auf beiden Seiten des Waagbalkens in eben derselben geraden linie liegen, und genau senkrecht daraus hervorragen.

8) Die äußersten Enden der Axe müssen, um die Friction zu vermindern, zugespitzt seyn, doch so, daß die Spitze in der untern scharfen Kante liegt, und die Axe nach unten schräg zuläuft.

9) Das Waaggericht oder die Scheere muß vollkommen senkrecht niederhangen.

10) Je länger der Waagbalken und die Zunge ist, desto größer wird der Ausschlagswinkel.

11) Der Waagbalken muß eine den daran abzuwägenden Gewichten proportionirte Stärke haben, damit er sich nicht biegt.

Anm. 1. Die Probirwaage, welche dient, das Gewicht der kleinsten Körper anzugeben, ist von der gemeinen nur durch den feinern Bau unterschieden. Die stählernen scheinen die besten zu seyn. Cramer beschreibt ihre Einrichtung in seiner Probirkunst, I. Th. §. 104. u. f. Eigne Erfindungen oder Verbesserungen haben Leutmann in den erwehnten Petersburger Commentar. und

der

der Mümlerschen Uebersetzung I. B. S. 232; Kühn, in den Schriften der Danziger naturforschenden Gesellschaft, I. Th. 1. S. Euler de bilancibus in den Comment. Petrop. T. X. p. 3. Segner de optimi genere circa libras. Leupold im Theatr. Stat.

Anm. 2. Eine Waage ohne Gewicht zu Gold- und Silbermünzen, hat Hr. Bardonneau, Waagverfertiger zu Limoges, 1680 erfunden. Man s. Journal des Scavans 1680. pag. 275. und Samml. nützlicher Masch. und Instr. S. 116. Tab. LXXX.

Anm. 3. In der Ausübung des Abwägens muß man die im Handel und Wandel üblichen Abtheilungen der Gewichte kennen. Diese Kenntniß kann man sich aus folgenden Schriften erwerben: Leupolds Theatr. Stat.; Clausbergs demonstrative Rechenkunst; Lorenz Karstens Rechenkunst; Wenzeslaus Karstens Anfangsgründe der mathem. Wissensch. 2ter Th.; Crusens Hamb. Comtorist; Bergmännisches Rechenbuch, Freyberg 1787.

53. Bey der Schnellwaage (statera) ist immer ein und eben dasselbe Gegengewicht, in verschiedenen Entfernungen von der Unterlage, mit den abzuwägenden Körpern, die immer in einerley Stelle angebracht werden, im Gleichgewichte. Sie heißt eine römische Waage, wenn sich das Gewicht am längern Arme verschieben läßt; eine schwedische, wenn der nach innen scharfe Ring, woran der Waagbalken hängt, sich längs derselben verschieben läßt. Ihre Eintheilung läßt sich nach der vom materiellen Hebel (44 bis 49.) vorgetragenen Theorie leicht bewerkstelligen.

Anm. Man sehe hierüber Leupolds Leipziger Heuwaage 1718, und desselben Theatr. Stat. 6. Cap. de la Hire Mechanique, Pr. 35 — 38.; Recueil des Mach. avant 1699. num. 45. und num. 26.; Samml. nützl. Masch. u. Instr. Tab. LXXXIV. u. LXXXV. S. 118 und 120; Beschreibung der Sinesischen feinen Schnellwaage zum Abwägen des Silbers von Hanow, in den Vers. der naturf. Ges. in Danzig, II. Th. (Leipzig 1754) N. XI.

8) Der Hebel, als Maschine.

54. Ein zweyter Hauptgebrauch des Hebels ist, daß man sich desselben als Werkzeugs eine Bewegung hervorzubringen bedient. Hierzu ist er das einfachste, und dasjenige, wobey die geringste Friction Statt hat.

Anm. Meistens wird dazu eine Stange oder ein Baum, wie er gewachsen ist, genommen; oft aber wird ihm eine zu dem besondern Gebrauch dienliche Einrichtung gegeben, wie bei dem Brecheisen oder Geißfuß, und den Hebeln der Auflader und Ballenbinder. Die Schwengel und Schwingen an den Wasserplumpen und Glocken sind Hebel, mit welchen eine wechselsweise auf und nieder gehende Bewegung bewirkt wird. Leupold Theatr. Mach. Cap. XI. Tab. 23.

55. Nur kann vermittelst des Hebels die Bewegung auf einmal nicht groß seyn; und mit dem gewöhnlichen Hebel, dessen Ruhepunct unbeweglich ist, kann man die Last auf keine nur etwas beträchtliche Höhe heben. Dieser Mangelhaftigkeit abzuhelfen, dient die Heblade, ein auf zwey Seiten offener viereckter Kasten, höher

als

als breit und lang, in dessen beiden aufrecht und gegen einander überstehenden Wänden zwey Reihen übereinander liegender Löcher gebohrt sind, so, daß ein Loch der einen Reihe gegen die Mitte zwischen zwey Löchern der andern sich befindet, und jedes Loch in der einen Wand ein gleichhoch liegendes in der gegenüberstehenden Wand trift. Durch diese Löcher schiebt man nach und nach von unten hinauf zwei eiserne Bolzen, in jeder Reihe einen, welche statt der Unterlage des Hebels dienen, der von Holz seyn kann, nur vorn mit einer eisernen Stange versehen, welche unterwärts runde Einschnitte hat, in welchen sie auf den Bolzen aufgelegt wird. Diese Einschnitte müssen so weit von einander abstehen, als die Entfernung der beiden Bolzen, wenn sie in zwei zunächst an einander liegenden Löchern stecken, beträgt. Weil man nun, während der Hebel mit der daran aufgehobenen Last auf dem einen Bolzen ruhet, den andern um ein Loch höher stecken kann, so kann dadurch die Last vermittelst des Hebels wieder höher gehoben, und endlich durch fortgesetztes Aufheben und Unterstecken der Bolzen um die Höhe der ganzen Hebelade in die Höhe gebracht werden.

Anm. Leupold Theatr. Mach. Cap. V. Tab. 16. und 17. Die älteste Erwähnung von der Heblade scheint die in den Recreations mathematiques (Rouen 1634.) II. Part. Probl. 21. zu seyn, wo die Maschine levier sans fin genannt, aber undeutlich beschrieben wird, worüber Schwenter in seinen Mathem. Erquickst. XV Th. 23. Aufg. vom Jahr 1636 klagt; auch Jungenickel

(der 1654 starb) beschreibt sie in seinem Schlüssel zur Mechanika, die 1661 gedruckt wurde, deutlich. Von einem gut ausgedachten Cric d'Equilibre pour elever des Fardeaux findet man in der Samml. nützl. Masch. und Instr. eine mit Anmerkungen versehene und übersetzte Beschreibung nebst deutlicher Zeichnung, Tab. I. Leupolds Maschine, Baumstöcke geschwind und mit Vortheil auszuroden, in Theatr. Mach. Hydrotechnic. Tab. II. In Mills Lehrbegr. der pract. Feldwirthschaft 1. B. 191 S. der deutschen Uebers. Leipzig 1764 ist Paul Sommers (Landmanns im Canton Bern) Heblade, die Bäume umzustürzen, angeführt. Jobst Bösens neue Hebmaschine, Göttingen 1771. enthält ähnliche Verfahrungsarten und umständliche Beschreibung der Maschine, die aber nicht recht vortheilhaft angebracht werden kann. Hieher gehört noch, was Gabr. Polhem in den Abh. der Schwed. Acad. der Wissensch. 18. B. der Uebers. 193 S. vorgeschlagen hat, und was in G. C. Silberschlags Closter- Berg. Versuchen (Berl. 1768.) 6. Vers. 169 S. vorkömmt.

9) Das Räderwerk.

Fig. 14. §6. Es stelle der Kreis mit dem Halbmesser CB den Queerschnitt einer länglichen Walze oder Welle vor, der um die Enden seiner Axe beweglich ist. Mit ihm sey die Scheibe, deren Halbmesser AC ist, so verbunden, daß sie seine Axe senkrecht schneidet. Ein auf dem Umfang der Welle befestigtes Seil hänge von B frey herab, und an demselben werde die Last L in die Höhe gezogen, wenn durch Umdrehung der Welle das Seil sich um dieselbe aufwindet. Auf dem Umfange der Scheibe sey gleichfalls ein Seil befestigt, das von A frey herabhängt und sich abwin-

windet, wenn jenes um die Welle sich aufwindet; an demselben wirkt die Kraft K. Ein solches Hebezeug heißt ein Rad an der Welle (Rad an der Axe).

Zieht die Kraft an einem über den Umfang des Rades gewundenen Seile (wozu dieser besonders eingerichtet seyn muß), so heißt das Rad ein Seilrad.

Wird das Rad durch den Stoß und die Schwere des Wassers bewegt, Wasserrad; welches oberschlächtig ist, wenn das Wasser von oben herunter in die am Umfange des Rades angebrachten Sackschaufeln oder Kasten fällt; unterschlächtig, wenn das Wasser unter dem Rade so wegfließt, daß es auf die Schaufeln des Rades stößt und dadurch das Rad umdreht.

Ein Tret-Rad ist so eingerichtet, daß Menschen oder Thiere dasselbe drehen, indem sie auf demselben vorwärts gehen wollen. Man hat dergleichen senkrechthängende, die breit seyn müssen und entweder auswendig oben, oder inwendig unten getreten werden; horizontalliegende und schrägliegende.

Sind nahe am Umfange des Rades durch die Scheibe desselben hölzerne Stäbe, als Handgriffe, an denen ein Mensch mit beiden Händen das Rad drehen kann, senkrecht durchgesteckt; so heißt dasselbe ein Radhaspel. Die Handgriffe können auch senkrecht auf der Stirn des Rades eingesteckt seyn.

Ein

Ein Kreuzhaspel ist eine Welle, durch welche zwei lange Hebel übers Kreuz durchgesteckt sind, an welchen Menschen oder Thiere die Welle herumdrehen. Ein liegender Kreuzhaspel hat seine Welle horizontal, ein stehender aber dieselbe senkrecht. Zu letztern gehören die Kornbodenwinde und die Erdwinde, der Göpel.

Ein Hornhaspel (Berghaspel) ist eine Welle (Rundbaum), an deren beiden Zapfen ein Hebelarm, unter dem Namen Kurbel (weil er meistentheils gekrümmt ist) befestigt ist, an dessen äußerm Ende ein Mensch vermittelst eines Handgriffs die Welle umdrehet.

Anm. Abbildungen davon sind enthalten in Leupolds Theatr. Mach. Tab. 19. 20. 21. desgleichen in Theatr. Mach. gener. Tab. 10. 34. 35. 36. ingleichen in Belidors Hydraulik, 11. Buch. Cap. I. Tab. 1.

57. Wenn die Zuglinie der Kraft AK und die Zuglinie der Last BL auf dem Halbmesser des ganzen Rades CA und der Welle CB senkrecht sind, so verhält sich, für das Gleichgewicht, die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Welle zu dem Halbmesser des Rades.

$$K : L = CB : CA.$$

Denn der Halbmesser der Welle und der Halbmesser des Rades machen beide einen Hebel aus, dessen Ruhepunct der gemeinschaftliche Mittelpunct des Rades und der Welle ist; und zwar einen geraden doppelarmigen Hebel, wenn Kraft

und

und Last parallel ziehen; im andern Falle einen Winkelhebel. An diesem Hebel sind die Halbmesser die Entfernungen vom Ruhepuncte, und wie diese umgekehrt verhalten sich Last und Kraft (29).

Je größer daher das Rad gegen die Dicke der Welle ist, mit desto mehr Vortheil wirkt die Kraft. Und je näher an der Axe die Last ziehet, oder je kleiner man die Welle haben kann, desto geringern Widerstand thut die Last.

Anm. Z. B. Es sey die an einem Kreuz-Haspel zu hebende Last = 300 Pfund, der Halbmesser der Welle 5″, der durchgesteckte Hebel vom Mittelpunct der Welle an lang 5′; so findet man K aus folgender Proportion : K : 300 Pfund = 5″ : 60′ oder 60 : 5 = 300 : K; also $K = \frac{30}{6} \cdot 5 = 25$ Pfund.

58. Ebendasselbe Verhältniß zwischen Kraft und Last findet Statt, wenn (wie bei einer Mahlmühle) zwei Räder an einer Welle befindlich sind, an deren einem die Kraft wirkt, an dem andern aber die Last widersteht; übrigens Kraft und Last senkrecht an den Halbmessern ihrer Räder wirken. Hier ist die Kraft zur Last, wie der Halbmesser des belasteten Rades zum Halbmesser des Rades für die Kraft.

Anm. Z. B. Man könnte 500 ℔ anwenden, der Halbmesser des Rades für die Kraft wäre 8, und der Halbmesser des belasteten Rades 5′; so findet man die Last, die an der Maschine im Gleichgewicht erhalten werden kann, nach folgender Proportion:

5 : 8 = 500 : l; also l = 800 Pfund.

59. Die

Fig. 14. 59. Die Zuglinie der Last ist selten anders als senkrecht auf ihren Halbmesser anzunehmen; die Zuglinie der Kraft aber AV kann mit dem Halbmesser des Rades AC einen spitzen Winkel VAC machen. Alsdenn verhält sich die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Welle zur Entfernung des Rad-Mittelpuncts von der Zuglinie der Kraft.

$$V : L = CB : CE.$$

Denn angenommen, K zöge als Kraft senkrecht auf AC, statt daß V schief zieht, so ist (nach 29.) $K : L = CB : CA$
aber K und V an CA alleingenommen hat man
(nach 31.) $V : K = CA : CE$
also $V : L = CB : CE$

Weil nun allemal die Entfernung des Rad-Mittelpuncts von der Zuglinie der Kraft, wenn diese mit dem Halbmesser des Rades einen spitzen Winkel macht, kleiner ist, als der Halbmesser des Rades; so ist auch $\frac{CE}{CB} < \frac{CA}{CB}$; also auch $\frac{L}{V} < \frac{L}{K}$; folglich $V > K$. Oder: die Kraft vermag an einem Rade am meisten, wenn ihre Zuglinie mit dem Halbmesser des Rades einen rechten Winkel macht.

60.

60. Wenn die Kraft das Rad herumdreht, so macht sie bei jedem Umlaufe des Rades einen Weg, so groß als der Umkreis des Rades. Unterdessen wird auch das Seil, woran die Last hängt, einmal auf der Welle umgewunden, also die Last so viel gehoben, als der Umkreis der Welle beträgt. Demnach verhält sich beim Rade der Weg der Kraft zu dem Wege der Last, wie die Peripherie des Rades zu der Peripherie der Welle, oder wie der Halbmesser des Rades zu dem Halbmesser der Welle, also auch wie die Last zur gleichwägenden Kraft.

61. Wenn mehrere Räder, deren jedes seine eigene Axe hat, sich einander bewegen sollen, so kann dieses auf eine doppelte Art geschehen:

1) Wenn man eine straffe Schnur ohne Ende um den Umfang der beiden Räder, die sich einander bewegen sollen, herumziehet, wie bey dem Spinnrade und der Schleifmühle. Sie gehören zu den Seilrädern, und sind an ihrer Stirn mit einer Vertiefung versehen, in welche sich das Seil einschließt.

Anm. Von den Schleifmühlen zu optischen Gläsern (die nur Handmühlen sind, und gemeiniglich aus zwei Seilrädern, einem großen und kleinen, bestehen, von denen das größte durch die Hand des Schleifers vermittelst einer Kurbel umgedrehet wird, da dann das kleine sehr schnell umläuft, an dessen Spindel verschiedene Patronen mit ihren metallnen Schleifschüsseln aufgesetzt werden können), finden sich Abbildungen in C. L. D. vollständ. Lehrgeb. der ganzen Optik, Alton. 1757. Tab. 32. 33. 34. 35.; in Beyers Mühlen-Schauplatz Tab.

35 und 36., und Leupolds Theatr. Mach. gener. Tab. 13. u. s. w.

2) Wenn man dem einen Rade am Rande Erhöhungen giebt, mit denen es in eben so gestaltete Vertiefungen am Rande des andern Rades eingreift, und dadurch dieses fortschiebt. Befinden sich diese Erhöhungen senkrecht auf des Rades Stirne, so heißen sie Zähne; stehen sie aber auf der Scheibe des Rades senkrecht, also mit der Welle parallel, so werden sie Kämme genannt. Diese Einrichtung verursacht folgende Gattungen von Rädern:

Ein Stirn-Rad (Stern-Rad) ist ein solches, das auf seiner Stirn gleich weit von einander stehende Zähne hat.

Anm. Es bestehet aus einer Welle, und entweder blos noch aus einer am Rande eingezahnten Scheibe, oder aus einigen kreuzweis durch die Welle gesteckten, gleichlangen Armen, und einem darauf befestigten 8 bis 10″ dicken Kranz, in welchen die Zähne auf der Stirn des Rades gegen die Welle senkrecht stehen.

Ein kleines Stirn-Rad mit wenigen Zähnen heißt ein Getriebe. Ein Stirn-Rad, dessen Zähne hakenförmig sind, heißt ein Sperr-Rad, welches durch eine Sperr-Klinke gehalten wird.

Ein Kamm-Rad (Kron-Rad) ist ein solches, das auf der Seite des Rades am Rande gleichweit von einander stehende Kämme hat.

Anm. Es besteht aus einer Welle, aus einigen kreuzweis durch die Welle gesteckten, gleichlangen Armen, und aus einem 8 bis 10″ dicken Kranze, in welchem

chem die Kämme auf der einen Seite mit der Welle parallel stehen.

Ein Trilling (Drehling) besteht aus zwei auf die Welle senkrecht, unter sich parallel aufgesteckten Scheiben, zwischen welchen, nahe am Rande, gleichweit von einander, länglichte Stäbchen, Triebstöcke genannt, mit der Welle parallel eingesetzt sind.

Anm. Bei großen Trillingen steckt man einige Paar Arme kreuzweis durch die Welle, und befestigt daran, statt der auf die Welle aufgesteckten Scheiben, zwei parallele Kränze, zwischen denen man die Triebstöcke einfügt, und zwar so weit von einander, als die Kämme oder Zähne in dem darin eingreifenden Kamm- oder Stirn-Rade stehen; und jene Einrichtung mit Scheiben führt dann auch wol den Namen Quirl, oder Laterne.

Sind einige runde Stäbe in eine Welle zu dem Ende eingeschnitten, oder in dieselbe ringsherum eingelegt, damit ein Rad mit seinen Zähnen oder Kämmen hineingreifen soll, so wird dieses ein Kumpf genannt.

Anm. Abbildungen von allen diesen Rad-Arten sieht man in Leupolds Theatr. Mach. gener. Tab. II. auch schon in Wolfs Auszuge u. s. w.

62. Wenn zwei oder mehr Räder durch Zähne und Getriebe mit einander verbunden sind, aus der gegebenen Last und den Halbmessern der Welle, der Getriebe und der Räder die gleichwägende Kraft zu finden, welche an dem Rande des letzten Rades wirken soll, wenn die Last sich an der Welle des ersten befindet. Fig. 15.

Es sey die Last 2000 ℔; und die Halbmesser
der Welle, an der die Last hängt, a = 5″
des mit der Welle verbundenen Rades, b = 15″
des ersten Getriebes, c = 9″
des damit verbundenen Rades, d = 2′ 6″ = 30″
des zweiten Getriebes, e = 6″ und
des damit verbundenen Rades, an welchem die Kraft wirken soll, f = 3′ 6″ = 42″

Auflösung: 1) der Halbmesser der Welle wird mit dem Halbmesser des damit verbundenen Rades dividirt.

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

2) Jedes Getriebes Halbmesser wird mit dem Halbmesser des damit verbundenen Rades dividirt.

$$\frac{c}{d} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

und $$\frac{e}{f} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

3) Alle diese Quotienten oder Brüche werden in einander multiplicirt.

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{3 \cdot 10 \cdot 7} = \frac{1}{70}$$

4) Das Product wird mit der Last multiplicirt.

$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} L = \frac{1}{70} \cdot 2000 \text{ ℔} = \frac{200}{7}$

$= 28 \frac{4}{7}$ ℔. die gleichwägende Kraft.

Der Grund dieses Verfahrens erhellet aus folgendem: die Kraft, welche am Umfange des ersten Rades M der Last das Gleichgewicht hielte,

wäre, weil $b : a = L : K, = \frac{a}{b} L$. So

stark zieht also die Last am Getriebe n. Die Kraft, welche nun an dem Umfange des zweiten Rades N diesem Zuge das Gleichgewicht hielte,

wäre, weil $d : c = \frac{a}{b} L : K, = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} L$.

Und so stark zieht die Last an dem Getriebe r. Die Kraft, welche nun an dem Umfange des letzten Rades R diesem Zuge das Gleichgewicht

halten soll, ist, weil $f : e = \frac{c \cdot a}{d \cdot b} L : K,$

$= \frac{e \cdot c \cdot a}{f \cdot d \cdot b} \cdot L,$

63. Wäre die Kraft = 25 ℔ gegeben, und alles Uebrige wie vorhin; man sollte die Last suchen, welche von jener an dem so geordneten Räderwerke im Gleichgewichte erhalten würde, so verführe man nach folgenden Regeln:

1) Der Halbmesser jedes Rades wird durch den Halbmesser seiner Welle, oder seines Getriebes dividirt.

2) Alle diese Quotienten in einander multiplicirt.

3) Das Product mit der gegebenen Kraft multiplicirt.

Z. B. 1) $\frac{15}{5} = \frac{3}{1}$; $\frac{30}{9} = \frac{10}{3}$; $\frac{42}{6} = \frac{7}{1}$

2) $\frac{3 . 10 . 7}{1 . 3 . 1} = 70$

3) 70 . 25 = 1750 ℔, die gesuchte Last.

Die Richtigkeit des Verfahrens erhellet mit aus dem vorigen Beweise.

64. Aus der gegebenen Kraft und Last, die sich im Gleichgewichte erhalten sollen, die Verhältnisse der Räder zu ihren Wellen oder Getrieben zu finden.

Es sey K = 60 ℔, und L = 2240 ℔.

Auflösung. 1) Man mache die Kraft zum Zähler, und die Last zum Nenner eines Bruchs,

$\frac{K}{L} = \frac{60}{2240} = \frac{6}{224}$; so drückt dieser das Verhältniß des Well-Halbmessers zum Rad-Halbmesser, oder $\frac{a}{b}$ aus, wenn man nur ein Rad nehmen will.

2) Man

2) Man zerfälle den Zähler in zwei Factoren, desgleichen auch den Nenner; so sind die Factoren des Zählers die Halbmesser der Wellen, oder Getriebe; und die Factoren des Nenners die Halbmesser der Räder; für zwei Räder.

$$\frac{6}{224} = \frac{3 \cdot 2}{28 \cdot 8} \begin{matrix} \text{Wellen (Getriebe)} \\ \text{Räder} \quad — \end{matrix} \Big\} \text{Halbmesser.}$$

$$\text{oder} = \frac{3 \cdot 2}{16 \cdot 14} \begin{matrix} \text{Wellen (Getriebe)} \\ \text{Räder} \quad — \end{matrix} \Big\} \text{Halbmesser.}$$

3) Wollte man mehr Räder gebrauchen, weil die nach n. 2. gefundenen vielleicht zu groß werden würden; so zerfälle man Zähler und Nenner in mehrere, doch gleiche Factoren. Z. B. für 4 Räder

$$\frac{6}{224} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 2} \begin{matrix} \text{Wellen (Getr.)} \\ \text{Räder} \quad — \end{matrix} \Big\} \text{Halbmesser.}$$

Dies Verfahren ist richtig, weil $K : L = a : b$; also $\frac{K}{L} = \frac{a}{b}$; folglich auch $\frac{K}{L} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ wenn $a \cdot c = K$ und $b \cdot d = L$ ist; also auch $\frac{K}{L} = \frac{a \cdot c \cdot e \cdot g}{b \cdot d \cdot f \cdot h}$, wenn wieder $a \cdot c \cdot e \cdot g = K$, und $b \cdot d \cdot f \cdot h = L$ ist.

Anm. Je mehr Räder man macht, desto kleiner können ihre Halbmesser seyn in Verhältniß gegen die Halbmesser der Wellen oder Getriebe. Die Wellen, desgleichen die Triebstöcke, müssen eine Dicke bekommen, bei

der sie stark genug sind, die Last, ohne von ihr gebogen, oder zerbrochen zu werden, tragen zu können.

65. Aus der bekannten Menge der Zähne in dem Rade, und der Triebstöcke im Getriebe, zu berechnen: wie vielmal das Getriebe herumkömmt, indem das eingreifende Rad einmal umläuft?

Jeder Zahn des Rades stößt einen Triebstock fort. Alle Triebstöcke sind einmal fortgestoßen, d. i. das Getriebe ist einmal herum, wenn so viel Zähne des Rades fortgegangen sind, als es Triebstöcke giebt. Es kann also das Getriebe während eines Radumlaufes so vielmal herumkommen, wie vielmal mehr Zähne das Rad hat, als das Getriebe Stöcke. Also muß man die Anzahl der Zähne mit der Anzahl der Triebstöcke dividiren.

Z. E. das Rad hat 42 Zähne, und das Getriebe 6 Stöcke, so giebt ein Umlauf des Rades

$$\frac{42}{6} = 7 \text{ Umläufe des Getriebes.}$$

Anm. Es ist für die Maschine nicht vortheilhaft, wenn die Anordnung so gemacht wird, daß die Anzahl der Triebstöcke in der Menge der Zähne des eingreifenden Rades aufgeht: denn alsdenn kommen an jeden Triebstock immer nur wenig und einerlei Zähne. Sind z. B. 42 Zähne und 6 Stöcke, so wird der erste Triebstock berührt vom Zahn 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43 oder wieder 1, und nun wieder so fort. Es würde aber besser seyn, wenn jeder Triebstock nach und nach von allen Zähnen berührt würde, weil Zähne und Triebstöcke sich alsdann gleichförmiger an einander abschleifen, und eine vollkommnere Gestalt bekommen würden. Daher scheint

es

es am besten gethan zu seyn, wenn die Anordnung so gemacht wird, daß die Zahl der Triebstöcke in die Zahl der Zähne dividirt nicht aufgeht. Indessen hat es Schwierigkeit, ein Rad in eine große Anzahl Zähne, die sich nicht dividiren läßt, einzutheilen. Darum schlägt de la Hire in seinem Traité de Mecan. Pr. 71. zu den Zahlen der Triebstöcke 6, 8, 10 vor, und zu den Zahlen der Zähne des Rades 48 und 60.

66. Es sind in einem Räderwerke die Zahlen der Zähne und Triebstöcke gegeben, zu finden, wie vielmal das letzte Getriebe r, während einem Umlauf des ersten Rades M, sich umdreht.

Es habe

das Rad	Zähne	das Getriebe	Triebstöcke
M	k = 32	n	g = 6
N	l = 60	r	f = 8

1) Man dividire die Menge der Zähne in jedem Rade durch die Menge der Triebstöcke des von ihm bewegten Getriebes. (kurz: Jedes Rad durch sein Getriebe.)

$$\frac{k}{g} = \frac{32}{6}; \quad \frac{l}{f} = \frac{60}{8}$$

2) Man multiplicire die Quotienten in einander

$$\frac{k \cdot l}{g \cdot f} = \frac{32 \cdot 60}{6 \cdot 8} = 4 \cdot 10 = 40;$$

so zeigt das Product an, wie vielmal das letzte Getriebe, während das erste Rad einmal umgedreht wird, herumläuft.

Denn eine
Umdrehung des Rades giebt Umdrehungen

M	$\frac{k}{g}$ des Getriebes n
und N	$\frac{l}{f}$ — — — r

also ein Umlauf des Rades M giebt $\frac{k}{g} \cdot \frac{l}{f}$ Umläufe des Getriebes r.

67. Wollte man wissen, wie vielmal das geschwindeste Getriebe in einer bestimmten Zeit, z. B. einer Minute, herumläuft; so berechnet man nach voriger Aufgabe, wie vielmal dieses Getriebe umläuft, während das langsamste Rad einmal sich herumdreht. Dies sey z. B. 40 mal. Hierauf beobachtet man, wie vielmal das langsamste Rad in einer Minute herumkömmt; gesetzt man fände 3 mal. Das Product dieser beiden Zahlen, $3 \cdot 40 = 120$, ist die Zahl der Umläufe des geschwindesten Getriebes in einer Minute.

Wäre die Zahl der Umläufe des geschwindesten Getriebes in einer Minute z. B. $= 72$ bekannt, und man wollte wissen, wie vielmal das langsamste Rad in eben der Zeit herumkömmt; so sucht man auch, wie viel Umläufe des geschwindesten Getriebes auf einen Umlauf des langsamsten Rades gehen. Die Zahl sey 27. Hierauf dividirt man mit dieser Zahl in jene Zahl der Umläufe des geschwindesten Getriebes in einer Minute.

$\frac{72}{27} = 2\frac{2}{3}$; so zeigt der Quotient an, wie vielmal das langsamste Rad in gedachter Zeit umgehet.

68. Zu machen, daß das zweite, dritte, kurz ein gewisses Getriebe in der Zeit, in der das erste Rad einmal umläuft, eine gegebene Menge von Umdrehungen macht. Z. B. Man will 3 Getriebe haben, davon das erste 8, das zweite 6, das dritte auch 6 Triebstöcke enthält, und verlangt, daß das dritte 96 mal herumläuft, während das in das erste Getriebe eingreifende Rad einmal herumkömmt.

1) Man zerfälle die gegebene Zahl der Umdrehungen in so viele Factoren, als man Getriebe haben will.

$$96 = 3 \cdot 4 \cdot 8$$

2) und multiplicire die angenommene Zahl der Triebstöcke in jedem Getriebe mit einem besondern von diesen Factoren; so giebt das jedesmalige Product die Anzahl der Zähne für das in das Getriebe zunächst eingreifende Rad. Z. B. hier die

	Anzahl der Zähne		
für das in das erste Getriebe eingreifende Rad	3 . 8, oder 24	4 . 8, oder 32	8 . 8 64
für das in das zweite Getriebe eingreifende	4 . 6, oder 24	8 . 6, oder 48	3 . 6 18
für das in das dritte Getriebe eingreifende	8 . 6, oder 48	3 . 6, oder 18	4 . 6 24

Die Gründe des Verfahrens erhellen aus dem Vorigen, in 64.

Anm. Bei ordentlich fortgehender Bewegung läßt sich die Zahl der Triebstöcke im Getriebe nicht wohl unter 5 oder 6 annehmen.

69. Aus der bekannten Anzahl und der Theilungsweite der Zähne eines Rades den Halbmesser desselben zu berechnen.

Es sey die Anzahl der Zähne 54, und ihre Theilungsweite $4\frac{1}{2}$ Zoll.

1) Man multiplicire die Theilungsweite mit der Anzahl der Zähne, so hat man die Länge der Peripherie des Rades.

$$54 \cdot 4\tfrac{1}{2} = 243''$$

2) Hieraus suche man den Durchmesser

$$22 : 7 = 243'' : d = 77\tfrac{1}{3}'' = 6' 5\tfrac{1}{3}''$$

3) Daraus den Halbmesser $= 3' 2\tfrac{2}{3}''$.

70. Aus der bekannten Anzahl der Zähne und dem bekannten Halbmesser des Rades, die Theilungsweite der Zähne zu berechnen.

Es sey die Anzahl der Zähne 54, und der Halbmesser des Rades $3' 2\tfrac{2}{3}'' = 38\tfrac{2}{3}''$

1) Man suche den Diameter:

$$2 \cdot 38\tfrac{2}{3}'' = 77\tfrac{1}{3}''.$$

2) Hieraus die Länge der Peripherie:

$$7 : 22 = 77\tfrac{1}{3} : p = 243\tfrac{1}{11}''$$

3) und dividire diese durch die Anzahl der Zähne.

$$\tfrac{243}{54} = 4\tfrac{1}{2}'', \text{ Theilungsweite.}$$

Anm.

Anm. In practischen Schriften über die Mühlenbaukunst findet man eine Tabelle, nach welcher die beiden letzten Aufgaben leicht aufgelöst werden können. Eberhards Beiträge zur Mathesi applicata, die Mühlenbaukunst §. 10. Wer aber die Einsicht der Gründe bei seinen Ausrechnungen liebt, wird lieber nach der beschriebenen Methode verfahren.

71. Man will wissen, wie hoch eine von der Welle des langsamsten Rades herabhangende Last durch ein Räderwerk gehoben wird, während das geschwindeste Rad einmal herumkömmt.

1) Man zähle die Menge der Zähne oder Kämme in denen Rädern, welche in die Getriebe Anderer eingreifen, und multiplicire diese Zahlen in einander. Z. B. Es wären dieser Räder zwey, M mit 24 und N mit 36 Zähnen oder Kämmen; so ist $24 . 36 = 864$, das Product der Zähne oder Kämme.

2) Man zähle auch die Mengen der Triebstöcke in jedem der von jenen bewegten Getriebe, und multiplicire auch diese Zahlen in einander. Z. B. das Getriebe n hätte 12 und r hätte 9 Stöcke; so ist $12 . 9 = 108$ das Product der Triebstöcke.

3) Man dividire das Product der Triebstöcke durch das Product der Zähne, $\frac{108}{864} = \frac{1}{8}$; so zeigt der Quotient an, um den wie vielsten Theil die mit der Last behangene Welle, während

eines

eines Umlaufs, den das von der Kraft bewegte Rad macht, sich umdreht.

4) Man suche nun die Länge der Peripherie dieser Welle; gesetzt, sie sey 16″; und

5) dividire diese mit dem Nenner jenes Quotienten in n. 3; $\frac{16}{8} = 2''$; so hat man die verlangte Höhe.

Denn während das Rad R mit seinem Getriebe r einmal herumkömmt, rückt das Rad N nur um den so vielten Theil herum, als wie vielmal die Zahl der Triebstöcke in r, in der Zahl der Zähne oder Kämme in N enthalten ist; hier also nur um die Hälfte. Ferner während das Rad N einmal herumkömmt, rückt das Rad M nur um den so vielten Theil herum, als wie vielmal die Zahl der Triebstöcke in n, in der Zahl der Zähne oder Kämme in M steckt; hier also nur den vierten Theil. Und wenn nun N gar nur $\frac{1}{2}$ mal umläuft, so rückt das Rad M auch nur halb so weit, als es bei dem ganzen Umlaufe des Rades N thun würde; also hier nur den 8ten Theil herum. Folglich wird die Last auch nur um $\frac{1}{8}$ der Länge der Peripherie der Welle gehoben.

10. Rolle und Kloben.

Fig. 16. 72. Um eine Rolle, deren Mittelpunct und Halbmesser AC ist, gehe ein Seil NABK, so daß es auf dem halben Umfange der Rolle aufliegt,

liegt, und mit dem einen Ende in N an einem Nagel befestigt ist; an dem andern Ende hält eine Kraft K die Rolle, welche von der an ihrem Mittelpunct hangenden Last L niedergezogen wird. Wie verhält sich im Zustande des Gleichgewichts K zu L?

Weil das Seil um den halben Umfang der Rolle aufliegt, so liegen die Puncte A und B, in welchen das Seil die Rolle noch zuletzt berührt, in dem Durchmesser der Rolle, also mit C in gerader linie, und die Enden des Seils BK und AN sind auf ihr senkrecht. Diese gerade linie AB kann als ein einarmiger Hebel betrachtet werden, an welchem die Kraft in B, und die last in der Mitte in C einander in senkrechten Richtungen auf den Hebel entgegenwirken, und der sich um A als um seinen Ruhepunct drehet. Denn weil das Seil in N fest ist und nicht nachgeben kann, wenn die last eine Ueberwucht bekömmt, und mit der Rolle sinken will, so kann sich im ersten Augenblick die Rolle nur um A niederwärts drehen, desgleichen wenn die Kraft die Ueberwucht bekäme, und die Rolle mit der last in die Höhe zöge, so kann sich wieder die Rolle im ersten Augenblick nur um A aufwärts drehen. Nun ist aber an diesem Hebel AB.

K : L = AC : AB = rhad. : Diam. = $\frac{1}{2}$: 1.

oder: eine Kraft, halb so groß als die last, hält mit der last auf diese Art an der Rolle das Gleichgewicht.

73. Wenn das Seil NABK so um die Rolle geht, daß der Bogen BvA, in welchem es aufliegt, kleiner ist, als der halbe Umfang der Rolle, so kann die Rolle nur alsdenn in dem Seile ruhig hangen, wenn die Sehne AB des Bogens AvB eine waagrechte Linie ist: denn alsdenn wird die Rolle auf beiden Seiten ihrer Directionslinie Cv in gleichen Bogen Bv = Av unterstützt; welches nicht geschähe, wenn z. B. B über der waagrechten Linie in b läge; da dann die Rolle von dem im längern vb aufliegenden Seilstücke stärker nach A hinüber als nach B gepreßt, folglich dahinwärts sich senken würde, bis B und A in die waagrechte lage kämen.

Anm. Verlangt man einen schärfern, aber schwerern Beweis dieses Satzes, so schlage man Kästners Anfangsgr. der angewandten Mathematik, die Statik, von Scheiben und Kloben §. 87. nach.

74. Wie verhält sich aber unter diesen Umständen, wenn übrigens wieder das Seil in N befestigt ist, an K die Kraft zieht, und an C die last hängt, die Kraft zur last?

Zieht man den Halbmesser CA, so kann man sich (weil bei einer Ueberwucht, entweder der last oder der Kraft, sich die Rolle im ersten Augenblicke um A drehen muß) die Rolle als einen Winkelhebel CAB vorstellen, an dessen einem Arm AC die last, an dem andern AB aber die Kraft angebracht ist. Und hier verhalten sich Kraft und last umgekehrt, wie die Entfernungen der Zuglinien vom Ruhepunct, also

K : L = AD : AE.

Aber

Aber AD : AE = AC : AB, weil die Dreiecke ADC und AEB einander ähnlich sind, wie leicht zu beweisen ist, wenn NA verlängert, und noch die senkrechte Linie BF gezogen wird. Also ist K : L = AC : AB.

Oder: die Kraft verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zu der Sehne des Bogens, in welchem das Seil um die Rolle aufliegt.

75. Weil die Sehne allemal kleiner als der Durchmesser ist, so ist K : L am größten, wenn AB der Durchmesser der Rolle wird, d. i. der Fall in 72, wenn die Seilstücke AN und BK parallel an der Rolle ziehen, oder das Seil um den halben Umfang der Rolle aufliegt.

76. Wenn man über der Rolle C noch eine andere G anbringt, über welche das Seilstück, woran die Kraft zieht, hergezogen wird; so thut diese zweite Rolle nichts weiter, als daß die Richtung der Kraft, die vorher aufwärtsziehend war, in eine niederziehende umgeändert wird; und es ist hier noch K : L = $\frac{1}{2}$: 1. Fig. 18.

77. Ein Gehäuse mit zwei oder mehrern Rollen, A und B; C und D, die sich um durchgesteckte Bolzen, als um ihre Axe drehen können, wird eine Flasche genannt. Zwey Flaschen M und N lassen sich auf folgende Art mit einander verbinden. Die obere N hängt vermittelst eines Hakens H an einer hinreichend starken Unterstützung. Unten an ihr ist an einem andern Haken h das Ende eines Seils gebunden. Dieses geht zunächst um die oberste Rolle A der untern

tern Flasche M, darauf über die unterste C der obern Flasche; alsdenn um die zweite B der untern, und darauf über die zweite D der obern Flasche u. s. w. Am Ende des Seils zieht die Kraft K, und an einem Haken o der untern Flasche hängt die Last. Eine solche Zusammenordnung zweier Flaschen nennt man einen Flaschenzug oder Kloben. Es werden in der obern Flasche eben so viel Rollen als in der untern erfordert, wenn die erste Rolle, um welche das Seil gehet, in der untern Flasche ist, und das Ende des Seils für die Kraft herunterwärtsgehen soll; soll aber dieses aufwärtsgehen, so ist in der obern Flasche eine Rolle (hier Fig. 18. D überflüssig) weniger nöthig als unten. Befände sich aber der Haken, an welchem das Seil anfängt, an der untern Flasche, so werden, wenn das Ende des Seils für die Kraft hinaufwärtsgehen soll, in der obern und untern Flasche gleich viel Rollen erfodert; aber oben eine mehr als unten, wenn das Ende herunterwärts gehen soll.

1. Anm. Die Seile müssen sich nicht an einander reiben und klemmen; dies wird verhütet, wenn die Einrichtung so gemacht wird, daß sie nur wenig von der parallelen Lage abweichen, wenn sie von der an der untern Flasche hangenden Last straff gezogen werden, und die von den innern Seilen umzogenen Rollen gehörig kleiner sind, als die Andern; daher sich auch die Anzahl der Rollen in einer Flasche nicht ohne Unbequemlichkeit über zwei vermehren läßt.

2. Anm. Eine dauerhafte Flasche muß entweder von festem Holz oder Metall seyn, die Rolle von Messing, der Bolzen und die Haken von Eisen.

3. Anm.

3. Anm. Es lassen sich die Rollen in den Flaschen noch auf andere verschiedene Arten zusammenordnen, die in einigen Stücken der beschriebenen vorzuziehen, in andern ihr nachzusetzen sind. Man sehe Leupolds Theatr. Mach. Gener. Cap. III. Tab. 9. Klügels Encyclopädie, 3. B. die pract. Mechanik, S. 72. und Tab. 10. Philosoph. Transact. Vol. XLVII. p. 494.

78. Wenn alle Seile am Flaschenzuge parallel hangen, und ganz biegsam sind, zu finden, wie sich Kraft und Last gegen einander verhalten?

Die obere Flasche kann nicht weichen; also strebt die Last die untere Flasche niederzuziehen; dadurch werden die Seilstücken, an welchen die untern Rollen hangen, straff gezogen; und zwar im Zustande des Gleichgewichts alle gleich stark: denn sonst würde das schwächergespannte dem stärkergespannten nachgeben, und diesem, wenn es fortgezogen würde, folgen müssen. Man kann sich also vorstellen, daß jedes Seilstück so viel von der Last, als jedes der übrigen trägt, indem sie alle zusammen die Last tragen. Man findet daher diesen Theil der Last, wenn man die Last mit der Anzahl der Seilstücke dividirt, woran die untere Flasche hängt. Mit so viel Gewalt wird das letzte Seilstück niedergezogen, und so viel Kraft ist nöthig, ihm an dem Ende des über die oberste Rolle gezogenen Seils zu widerstehen. Demnach ist die am Kloben nöthige Kraft der so vielte Theil der Last, als die Zahl der Seilstücke, woran die untere Flasche hängt, Eins enthält, oder die Kraft verhält sich zur Last, wie 1. zur Anzahl der Seilstücke.

1. Anm. Die Rollen der obern Flasche dienen nur die aufwärts ziehende Richtung der Kraft in eine niederziehende umzuändern und tragen zum Vortheil der Kraft nichts bey (76).

2. Anm. Je mehr Rollen im Flaschenzuge sind, desto größer wird der Divisor der Last, und desto geringer also die nöthige Kraft. Desto mehr Last kann man mit einer bestimmten Kraft vermittelst des Klobens heben. Man kann auch mehrere Flaschenzüge in Verbindung bringen und dadurch das mechanische Vermögen dieses Werkzeuges beträchtlich vergrößern.

79. Soll die Last am Kloben auf eine gewisse Höhe gehoben werden, so muß sich jedes Seilstück, an welchem die untere Flasche hängt, um so viel verkürzen. Bleiben dabei alle Seilstücke straff angezogen, so müssen alle diese Verkürzungen in dem Seilstücke, welches von der Kraft gezogen wird, zusammenkommen, und während daß die Last auf die gewisse Höhe gezogen wird, muß die Kraft eine so vielmal größere Strecke fortrücken, als Seilstücken um die untern Rollen gehen. Daher verhält sich auch beym Flaschenzuge der Weg der Kraft zum Wege der Last (wie die Anzahl der Seilstücke zu 1) wie die Last zur Kraft.

80. Anm. Der einfachen Rollen bedient man sich, wo etwas zu heben oder zu ziehen ist, um die Reibung der Seile zu vermindern. Der Flaschenzug kann zwar keinen so großen Vortheil für die Kraft geben, als der Hebel, die Winde und das Rad. Indessen ist er da sehr nützlich, wo man wenig Raum zur freien Bewegung der großen Maschinen hat. Auch gewährt er der Kraft die vortheilhafte Richtung des Zuges von oben

nach

nach unten, wobey das Gewicht des menschlichen Körpers mehr, als die Anstrengung seiner Muskeln vermag.

11) Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

81. Es sey AB eine gerade Linie, die um den sonst festen Punct B, wie ein Hebel, beweglich ist; an dem andern Punct A streben zwei Kräfte, die eine K in der Richtung AD, und die andere V in der Richtung AE, beide unter spitzen Winkeln mit AB, die Linie AB zu drehen; wie müssen sie sich verhalten, wenn sie ein Gleichgewicht bewirken sollen? Fig. 20.

Umgekehrt, wie die Sinus der Winkel, welche von ihren Zuglinien mit AB gemacht werden, $V : K = BD : BE = \sin. BAD : \sin. BAE$.

Denn man nehme AB zum Halbmesser für beide Winkel BAE und BAD an, und ziehe ihre Sinus BE und BD; so macht EBD einen Winkelhebel aus, mit dem die Linie AB fest verbunden ist; desgleichen macht BE mit BA einen Winkelhebel EBA, und BD mit BA einen DBA. Gesetzt nun, an EB zöge eine Kraft v in der Richtung EA, also der Kraft V entgegen, so muß im Zustande des Gleichgewichts $v = V$ seyn, weil Beider Zuglinien EA und AE in Eins fallen, also vom Ruhepunct einerlei Entfernung EB haben. Zöge eben so an DB eine Kraft k in der Richtung DA, der Kraft K entgegen, so muß,

aus eben dem Grunde, im Zustande des Gleichgewichts k = K seyn. Unter welchen Bedingungen also v und k im Gleichgewicht sind, werden es auch V und K seyn. v und k aber sind es an EBD, wenn v : k = BD : BE; also auch V : K = BD : BE.

Anm. Man nimmt hier an, daß die Richtungen der Kräfte K und V, nämlich AD und AE mit AB in einer und ebenderselben Ebene liegen.

82. Weil die Kraft K unter einem spitzen Winkel an AB ziehet, so zieht sie den Punkt A nicht allein seitwärts, sondern auch niederwärts; eben so die Kraft V. Beide üben also auf den Punct A einen vereinigten Druck aus. Die Richtung desselben kann im Zustande des Gleichgewichts nicht als anders in AB fallen; man nennt sie daher die mittlere Richtung der Kräfte V und K; und eine Kraft, welche an Wirkung diesem Druck gleich wäre, d. h. den Punct A nach der mittlern Richtung AB eben so stark drückt, als er von beiden Kräften V und K zusammen nach dieser Richtung gedrückt wird, die mittlere Kraft. Daher nennt man zum Unterschiede von ihr die Kräfte V und K, Seitenkräfte.

Fig. 21. 83. Man ziehe aus B mit jeder Richtung der Seitenkräfte Parallellinien, BF parallel mit EA, und BG parallel mit DA; so sind die Seitenlinien des Parallelogramms AGBK in eben dem Verhältniß wie die Kräfte, deren Richtung jede Seitenlinie ist: AG : AF = V : K.

Denn

Denn in dem Dreyeck GAB ist (nach trigonometrischen Grundsätzen) AG : AB = sin. GBA : sin. tot.; aber GBA = BAD, also AG : AB = sin. BAD : sin. tot. Ferner in dem Dreyeck ABF ist AB : AF = sin. tot. : sin. ABF, und ABF = BAE; also AB : AF = sin. tot. : sin. BAE.

vorhin war AG : AB = sin. DAB : sin. tot.
also ist AG : AF = sin. DAB : sin. BAE
d. i. = V : K (81).

Dieses Verhältniß muß allemal stattfinden, man mag die Parallellinien aus B, oder aus jedem andern Puncte b, b in der mittlern Richtung ziehen.

84. Macht man die Richtungen oder Zuglinien der Kräfte AG und AF so lang, daß sie sich verhalten, wie die in ihnen ziehenden Kräfte, also daß AG : AF = V : K; und zeichnet man dazu ein Parallelogramm AGBF; so ist die Diagonallinie dieses Parallelogramms AB die mittlere Richtung der Kräfte.

Denn AB ist alsdenn die mittlere Richtung, wenn sin. GAB : sin. FAB = K : V ist (81 u. 82); und das ist hier so:

Denn AF : AB = sin. GAB : sin. tot.
und AB : AG = sin. tot. : sin. FAB.
also ist wie AF : AB = sin. GAB : sin. FAB.
aber AF : AB = K : V vorausgesetzt,
folglich sin. GAB : sin. FAB = K : V.

Man findet also die mittlere Richtung zweier Seitenkräfte, wenn man die Richtungslinien nach ihren Kräften proportionirt, ein Parallelogramm daran zeichnet und die Diagonallinie desselben zieht.

85. Wie sich diese Diagonallinie zu einer der Seitenlinien verhält, so verhält sich die mittlere Kraft zu derjenigen Seitenkraft, deren Richtung jene Seitenlinie ist.

$$x : K = AB : AF.$$

Man verlängere AB und AF über A hinaus, und ziehe durch beide Verlängerungen eine Linie fb parallel mit BF, so ist das Dreieck fAb dem Dreieck FAB ähnlich, und Ab : Af = AB : AF. Man denke sich fAb als einen Winkelhebel, an welchem in f die mittlere Kraft x in der mit AB parallelen, d. i. ihrer eignen, Richtung; die Seitenkraft K aber in b in der mit AF, d. i. auch ihrer eignen, Richtung, einander entgegen ziehen. Beide ziehen unter gleichen Winkeln Afx = AbK (= BAF).

Also ist $x : K = Ab : Af$ (nach 29 und 24)

aber $Ab : Af = AB : AF$

also $x : K = AB : AF$.

Anm. Ich halte diesen Beweis für den Anfänger leichter und faßlicher, als die gewöhnlichen; rathe aber doch, sich auch jenen, nachdem man durch diesen sich zu dessen Einsicht schon vorbereitet hat, bekannt zu machen; aus Karstens Auszug u. s. w. 2te Aufl. 1. B. S. 289. Kästners Anfangsgr. d. a. Math. Statik §. 62. Auf noch andere Art findet man die Wahrheit dieses allgemeinen und fruchtbaren Grundsatzes in der Mechanik in Krafts

Mechanik von Steingräbern herausgegeben, S. 98 bis 103. bewiesen. Mehreres davon läßt sich in den Memoires de l'ac. de Berlin, Ann. 1742. pag. 170. etc. und in den Act. Petrop. Tom. I. p. 126. und Kästners Vectis et compositionis virium theoria evidentius exposita, Lipſ. 1753, nachlesen.

86. Hieraus folgt, daß sich für zwei Kräfte K und V, die beide auf einen Punct nicht völlig entgegengesetzt wirken, eine einzige setzen läßt, die in eben der Zeit eine gleiche Wirkung hervorbringt. Und drückt man die Kräfte durch gerade Linien aus, die beides, Richtung und Größe der Kraft, vorstellen; so findet man diese mittlere Kraft, wenn man das Parallelogramm der Kräfte, d. i. der ihren Kräften proportionirten Richtungslinien, beschreibt, und darin die Diagonale mit jeder Seitenlinie vergleicht.

Wenn man sagt: die mittlere Kraft sey aus den Seitenkräften zusammengesetzt, so heißt das nicht: sie sey die Summe derselben, sondern sie richte eben so viel aus, als jene zusammen.

87. Auch folgt aus dem Vorigen, daß sich jede gegebene Kraft, durch eine Linie AB ausgedrückt, in zwei andere, ebenfalls durch Linien ausgedrückte, AF und AG zerlegen läßt, die vereinigt dasselbe leisten, wozu jene allein hinreicht. Man beschreibe nur über AB ein Dreieck AGB oder AFB, so drücken die Seiten AG und GB, oder AF und FB, nicht nur die Größen, sondern auch die Richtungen gegen AB der beiden Sei-

tenkräfte aus. Diese Zerlegung kann auf vielfache Weise geschehen.

Fig. 22. 88. Sind zugleich mehrere Kräfte, z. B. drei AB, AC, AD da, welche auf den Punct A in verschiedenen nicht ganz entgegengesetzten Richtungen wirken, so findet man leicht die Kraft, die allein eben so viel Wirkung leistet, als jene drei zusammen. Man zeichne erst über zwei, AD und AC, das Parallelogramm ADEC und dessen Diagonallinie AE; so thut diese soviel, als jene beiden, und kann an deren Statt genommen werden. Hierauf zeichne man über AE und AB das Parallelogramm ABFE, und dessen Diagonale AF, so ist diese die verlangte Kraft.

89. Man findet auch leicht die Größe und Richtung der Kraft, welche zweien, dreien oder mehrern von denjenigen Kräften, die auf einen Punkt verschiedentlich wirken, das Gleichgewicht hält. Denn weil AE so viel wirkt, als AD mit AC, so wird eine Kraft = AE in der entgegengesetzten Richtung von AE, ihr, also auch jenen beiden, das Gleichgewicht halten. Diese wäre die der Diagonale AE gleiche Verlängerung derselben AR. Eben so würde eine der Diagonale AF gleiche Verlängerung derselben AS eine Kraft vorstellen, welche allen dreien AB, AC, AD das Gleichgewicht hält.

90. Aus der Zerlegung einer Kraft in mehrere folgt der Schluß:

1) daß

1) daß zwei Kräfte AC und AB, die beide auf einen Punct wirken, einander in ihren Wirkungen unterstützen, wenn ihre Richtungen einen spitzen Winkel einschließen. Denn wenn man AB in die beiden Seitenkräfte AE und AD zerlegt, so fällt AE in die Richtung AC, und ist der die Kraft AC unterstützende Theil von AB. Fig. 23.

2) daß sie einander aber, wenigstens zum Theil hindern, wenn die Richtungen einen stumpfen Winkel einschließen. Denn wenn man wieder AB in zwei Seitenkräfte AE und AD zerlegt, so fällt AE der Richtung AC gerade entgegen, und ist also der die Kraft AC hindernde Theil von AB.

Es sey die ganze Kraft AB = K, und der Winkel, den die Richtungen der Kräfte einschließen = u, so findet man den Theil, womit eine der schiefwirkenden Kräfte die andere unterstützt, oder hindert, = x nach folgender Proportion: AB : AE = K . x oder sin. tot. : cosin. u = K : x

$$x = \frac{K \,.\, \text{cos. } u}{\text{sin. tot.}}$$

Wäre u ein rechter Winkel, so fällt cos. u weg, und x wird $= \frac{K.}{\text{sin. tot.}} = \frac{AB}{AB} = 0$ daher Kräfte, deren Richtungen unter einem rechten Winkel zusammenstoßen, einander weder

helfen, noch hindern. Je spitzer aber der Winkel ist, desto mehr kann die eine Kraft die von der andern hervorgebrachte Wirkung vermehren. Je stumpfer, desto mehr hindern.

91. Anm. 1. Der Anwendungen der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte giebt es unzählige. Newton lehret in s. Arithmetica universali, Probl. Geom. 48. 49. Gewichte, die an Fäden ziehen, mit einander zu vergleichen, wovon Mylius Erläuterung in den Actis Ac. El. Scient. util. Erfordianae T. I. art. V. (Erfurt 1757). Auch bei Untersuchung über die Kraft der Muskeln dient diese Lehre ungemein. Borelli de motu animalium, P. I. cap. 14. seq. Nieuwentyt Regt Gebruik der Werlt Beschouwingen. Amsterd. 1727. X. Beschow.; desgleichen Segners deutsche Ausgabe, Jen. 1747. Vom Fluge der Vögel, in den Schriften der Berlin. Gesellschaft naturforschender Freunde, 2. B. X. Abh.

Anm. 2. Die Richtung eines Schiffes, das vom Strom und Wind zugleich getrieben wird, wird aus dieser Lehre bestimmt. Auch beruhet das Wunderbare in den Kunststücken angeblich starker Männer größtentheils auf mechanischen Vortheilen, die sich aus Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte herleiten lassen. Denn eine kleine Kraft kann in gewisser Lage eben so viel als mehrere größere ausrichten. Desagul. C. o. E. Ph. Vol. I. Ann. lect. 4. p. 225. Johann Carl von Eckenberg in Funks natürlicher Magie (Berlin und Stettin 1783.) S. 175.

12) Die schiefe Ebene.

92. Die Linie HI stelle die Ebene des Horizonts vor, PI eine dagegen geneigte Ebene, unter dem Neigungswinkel PIH, und PH die Höhe der schiefen Ebene über den Horizont. Auf der schiefen Ebene liegt eine Last L. Diese kann nicht ruhig liegen, es wäre denn, daß die Friction ihre Bewegung hinderte. Fig. 25.

Man nehme in g den Schwerpunct der Last an, und ziehe gen senkrecht auf den Horizont; so strebt L in dieser Linie zu fallen. Das verhindert die Ebene PI, aber nicht ganz, weil sie der Last nicht gerade entgegen in der Linie ge, sondern schräg in der auf PI senkrechten Linie gf widersteht. Ist daher gf gezogen, und läßt man ge die Last ausdrücken, so stellen fe und gf zwei Seitenkräfte vor, in die sich ge zerlegen läßt, davon die Eine fe in der Richtung der schiefen Ebene liegt, die Andere gf darauf senkrecht steht. Mit dieser letztern drückt L gegen die Ebene und sie geht verlohren, weil die Ebene ihr gerade entgegen widersteht. Aber der Kraft fe widersteht nichts, es wäre denn die Friction, und sie nöthigt die Last längs der Ebene hinabzugleiten.

93. Man nennt die Kraft, welche die Last längs der schiefen Ebene hinabzugleiten nöthigt, das relative oder respective Gewicht des Körpers; zum Unterschiede von seinem ganzen oder absoluten Gewicht, dessen Richtung lothrecht ist.

94. Das

94. Das Verhältniß des relativen Gewichts zu dem absoluten zu finden.

Wenn ge das absolute Gewicht vorstellet, so ist das relative die Seitenkraft davon in der Richtung der schiefen Ebene, fe; und es ist (nach 85)

$$aG : rG = ge : fe.$$

Aber die Dreiecke gfe und IHP sind jedes dem dritten Ine, also einander ähnlich. Folglich ist

$$ge : fe = IP : HP.$$

und also $aG : rG = IP : HP.$

oder $rG : aG = HP : IP$; d. h. das relative Gewicht verhält sich zu dem absoluten, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Soll daher eine Kraft K, in einer mit der schiefen Ebene parallelen Richtung gs der Last das Gleichgewicht halten, so muß sie dem relativen Gewicht gleich seyn. Z. B. die Last wäre 60 ℔, und die Höhe der schiefen Ebene verhielte sich zu ihrer Länge, wie 1 : 5; so findet man die im Gleichgewicht erhaltende Kraft

$$5 : 1 = 60 : K = 12 \text{ ℔}.$$

95. Die Höhe der schiefen Ebene ist der Sinus des Neigungswinkels w, für den Halbmesser = der Länge der schiefen Ebene; also $K : L = \text{sin. } w : \text{sin. tot.}$; und $K = \frac{L}{\text{sin. tot.}} \text{ sin. } w.$

Wenn daher L und sin. tot. d. i. Last und Länge der schiefen Ebene einerlei bleibt, so nimmt die

die Größe der nöthigen Kraft ab, oder zu, wie der Sinus des Neigungswinkels oder der Schräge ab- oder zunimmt.

Anm. Einerlei Last auf der schiefen Ebene kann daher bald von weniger, bald von mehr Kraft ruhend erhalten werden, je kleiner oder größer die Schräge der Ebene ist. Den Pferden und Menschen wird, theils ihr eignes Gewicht, theils die Last die sie tragen oder ziehen, schwerer zu tragen, oder zu ziehen; je steiler der Weg ist.

96. Während die Last die schiefe Fläche hinaufgezogen wird, muß die Kraft einen Weg machen = IP. Die last ist aber dann nur auf die Höhe HP gehoben worden. Also verhält sich der Weg der Last zum Wege der Kraft, wie HP : IP, d. i. wie die Kraft zur Last.

97. Es könnte auch eine Kraft, welche horizontal in der Richtung gh zöge, die Last auf der schiefen Ebene im Gleichgewicht erhalten; es frägt sich, wie sich diese zum absoluten Gleichgewicht verhalten müsse?

Das absolute Gewicht werde wieder durch ge ausgedrückt; und ein Dreieck gde gezeichnet, worin de parallel mit der horizontalen Richtung der Kraft gh, und gd senkrecht auf die schiefe Ebene. So stellen gd und de zwei Seitenkräfte vor, worin ge zerlegt ist; eine davon gd geht verlohren, weil ihr die schiefe Ebene gerade entgegen widersteht; die andere de aber erfodert ein Gleichgewicht; und wie de : ge, so muß K : L seyn. Aber die Dreiecke dge und PIH sind jedes dem dritten gfe, also einander, ähnlich; folglich

de

de : ge = PH : IH; also auch
K : L = PH : IH; oder die Kraft verhält sich zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Grundlinie (wenn man HI die Grundlinie der schiefen Ebene nennt) (Grundlänge). Z. B. die Last wäre 100 ℔., und das Verhältniß der Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge, wie 3 : 11; so findet man die gleichwägende Kraft

$$11 : 3 = 100 : K = 27\tfrac{3}{11} \text{ ℔.}$$

98. Die Grundlinie der schiefen Ebene HI ist der Cosinus des Neigungswinkels w; also K : L = sin. w : cos. w; und $K = \frac{\text{sin. w}}{\text{cos. w}} L$.

Wenn daher L einerlei bleibt, so nimmt die Größe der nöthigen Kraft ab, oder zu; so wie der Bruch $\frac{\text{sin. w}}{\text{cos. w}}$ ab- oder zunimmt. Er nimmt aber ab, wenn der Winkel w kleiner; zu, wenn dieser größer wird. Also ist auch hier desto mehr Kraft nöthig, je schräger die Ebene ist.

99. Vergleicht man nun die Kraft, welche erfodert wird, eine Last auf der schiefen Ebene in damit paralleler Richtung zu erhalten, mit der, welche nöthig ist, dieses in horizontaler Richtung zu thun; so ist offenbar im letztern Falle eine größere Kraft erforderlich. Denn alsdenn ist K

$= \frac{\text{PH}}{\text{IH}} L$ (nach 97); im erstern Falle aber

$K = \frac{PH}{IP} L$ (nach 94). Nun ist aber allemal $IH < IP$; folglich $\frac{PH}{IH} > \frac{PH}{IP}$; also auch $\frac{PH}{IH} L > \frac{PH}{IP} L$.

Ferner überhaupt muß allemal die zum Gleichgewicht auf der schiefen Ebene erfoderliche Kraft größer seyn, wenn die Richtung derselben nicht parallel mit der schiefen Ebene ist, als wenn sie dieses ist. Denn gl sey die mit der schiefen Ebene nicht parallele Richtung, so läßt sich eg allemal in zwei Seitenkräfte, die eine senkrecht auf die Ebene gk, und die andere me parallel mit gl, zerlegen; und man hat me : eg = sin. g : sin. m = sin. w : sin. m; also auch Fig. 26.

$K : L = \text{sin. w} : \text{sin. m}$. Also $K = \frac{\text{sin. w}}{\text{sin. m}} L$

Aber wenn die Kraft mit der schiefen Ebene parallel zieht, so ist (nach 95) $K = \frac{\text{sin. w}}{\text{sin. tot.}} L$.

Da nun bei der mit der schiefen Ebene nicht parallelen Richtung der Kraft allemal m (= v) ein spitzer oder stumpfer Winkel ist; so ist auch sin. m allemal < sin. tot.; also $\frac{\text{sin. w}}{\text{sin. m}} L > \frac{\text{sin. w}}{\text{sin. tot.}} L$.

Anm. Es erhellet hieraus, daß, wenn die Kraft parallel mit der schiefen Ebene an der Last zieht, diese

die

die vortheilhafteste Richtung ist, in welcher Lasten an einer schrägen Fläche heraufgezogen werden können. Man begreift dies auch so: Wirkt die Kraft im spitzen Winkel mit der schiefen Ebene, so drückt sie die Last noch stärker an die Ebene an, als diese von der Schwere allein angedrückt wird; also geht ein Theil ihrer Wirksamkeit verlohren. Und wirkt sie im stumpfen Winkel, so vermindert sie den Druck der Last gegen die schiefe Ebene, indem sie jene von dieser etwas abhebt, und nicht so stark darauf ruhen läßt; daher diese ein größeres relatives Gewicht behält. Ferner eine Kraft, die in parallelem Zuge eine Last Bergan ziehen konnte, kann bei veränderter Richtung nicht nur das Uebergewicht, sondern sogar das Gleichgewicht verlieren; z. B. wenn Pferde einen Lastwagen auf die Ebene des Gipfels einer Anhöhe hinaufziehen. Bei den Fuhrwerken, wo die Brust des Pferdes, mit welcher es gegen die Zugseite drängt, höher liegt, als die angeschirrten Enden der Zugseile, zieht das Pferd aufwärts und nicht vortheilhaft.

13) Der Keil.

100. Der Keil ist ein materielles Prisma, dessen Grundfläche entweder ein rechtwinklichtes, oder ein spitzwinklichtes Dreieck ist; es giebt daher rechtwinklichte Fig. 27. und spitzwinklichte Keile, Fig. 28. Der rechtwinklichte ist als eine schiefe Fläche anzusehen; der spitzwinklichte aber als zwey schiefe Flächen, die mit ihren gleichen Grundflächen an einander gefügt sind. In diesem Falle läßt man gewöhnlich die in die Spitze zusammenlaufenden Flächen des Keils gleich lang, also die Grundfläche des Keils ein gleichschenklichtes Dreieck seyn, und kann ihn einen gleichschenk-

schenklichten Keil nennen. Ueberhaupt kann man also den Keil als eine bewegliche schiefe Fläche betrachten, welche unter eine sonst schon gestützte Last untergeschoben wird.

101. Das rechtwinklichte Dreieck ONS stelle den Durchschnitt eines rechtwinklichten Keils vor, der von der Kraft K in einer mit der Länge des Keils OS parallelen Richtung Kf über eine Ebene unter die sonst unbewegliche Last L geschoben wird. Man verlangt das Verhältniß der Kraft zur Last im Gleichgewicht zu wissen. Fig. 27.

Die Last drückt mit ihrer ganzen Gewalt in der senkrechten Richtung ac; läßt man nun ac diese Gewalt vorstellen und zerlegt sie in zwei Seitenkräfte, die eine ab senkrecht auf die Schräge des Keils, die andere cb in der Länge des Keils, d. i. parallel mit der Richtung der Kraft K; so sieht man, daß die erstere ab nichts thut, den Keil der Kraft entgegen zu drängen, sondern blos auf den Keil drückt; daß aber die andere cb dem Keil gerade in seiner Richtung widersteht. Diese ist also die gegen die Last im Gleichgewicht erforderliche Kraft, und man hat $K : L = cb : ca$, aber auch in den ähnlichen Dreiecken, $cab \sim aOc \sim ONS$ ist $cb : ca = NS : OS$; also

$K : L = NS : OS$; oder die Kraft verhält sich zur Last, wie der Rücken des Keils zu dessen Länge.

Fig. 28. 102. Ein gleichschenklichter Keil NMO kann als aus zwei gleichen rechtwinklichten NSO und MSO zusammengesetzt betrachtet werden, dessen Länge SO ist. Gebraucht man ihn, zwei aneinanderliegende und von irgend einer Gewalt gegen einander gepreßte Körper, deren Kräfte des Zusammenhangs L und P sind, zu trennen, so verhält sich, im Falle beide Körper nach einer auf die Länge des Keils SO senkrechten linie dem eindringenden Keil widerstehen, die Kraft zur Last, wie der halbe Rücken des Keils zu seiner Länge: $K : L = NS : SO$

$= MS : SO$

Denn gesetzt, SO wäre eine feste unbewegliche Ebene, längs der die beiden Keile NSO und MSO fortgeschoben würden, jeder von der Hälfte der auf dem Rücken des Keils wirkenden Kraft, so wäre

$\frac{1}{2}K : P = MS : SO$

desgleichen $\frac{1}{2}K : L = NS : SO$

also $K : P + L = MS : SO = \frac{1}{2}NM : SO$.

Anm. Dieses Verhältniß fand Mersennus in seinen oper. Phys.- Mathem. Es findet in dem Fall statt, wenn man mit dem Keile Körper an einander preßt, wie bei Maschinen, z. B. in Oelmühlen bei Auspressung des Saamens geschieht.

Fig. 27. 103. Widerstände die durch den rechtwinklichten Keil gehobene Last L dem Keil in einer auf seine Seite oder Schräge senkrechten Richtung ab, so verhält sich die Kraft zur Last, wie

der

der Rücken des Keils zu der Seitenlinie desselben. K : L = NS : NO.

Denn, läßt man ab den Widerstand vorstellen, so kann man diesen in zwei Seitenkräfte, davon die eine ac, die andere cb ist, zerlegen; und man hat P : L = cb : ac, ferner cb : ac = NS : NO; also K : L = NS : NO.

104. Bei dem gleichschenklichten Keil würde demnach bei einer solchen angenommenen Richtung des Widerstandes die Kraft zur Last seyn, wie der halbe Rücken zur Seitenlinie des Keils. K : L + P = NS : NO = $\frac{1}{2}$NM : NO.

Anm. Dieses Verhältniß fand Borellus in seiner Abh. de motu animal. Es findet in dem Fall statt, wenn man mit dem Keile Körper auseinander treibt.

105. Anm. 1. Aus den bisherigen Untersuchungen erhellet: daß, je spitzer der Keil ist, desto mehr man mit ihm ausrichtet. Man bedient sich desselben, theils Theile an einander zu befestigen, indem man Keile zwischenklemmt; theils Lasten auf kleine Höhen zu heben, durch nach und nach untergeschlagene Keile; z. B. eine gesunkene, oder ausgewichene Wand wieder gerade zu richten; theils etwas zu zerspalten, als Holz oder Felsen; theils Körper gegen einander zu pressen, z. B. in den Oelmühlen, und als Gewölbsteine.

Anm. 2. Weil bei dem Zerspalten und Heben vermittelst des Keiles Schläge auf den Keil gethan werden, die sich nach den Gesetzen der bloßen Statik nicht beurtheilen lassen; weil ferner theils die Gewalt, mit der gespaltene Körper (deren Fasern von sehr verschiedenem Zusammenhange, verschiedener Steifigkeit und Beugsamkeit sind) widerstehen, theils die Art, wie diese Gewalt auf den Keil wirkt, schwer zu bestimmen

ist; so gehören schärfere und tiefere Untersuchungen zur Theorie des Keils, als hier am rechten Orte seyn würden. Man studire darüber Karstens Lehrbegriff der Math. III. Th. §. 142 — 162. und dessen Anfangsgr. II. B. §. 127 — 132; ingleichen Borelli de motu animal. L. I. Cap. 22. Prop. 195; Mersenni Oper. Physico-Math. T. I. Phaenom. Mech. Prop. 12; de la Hire Traité de Mecanique pag. 274. seq.; s'Gravesande El. Phys. Lib. I. Cap. 4. Schol. 1. Memoir. de l'acad. roy. des Scienc. à Paris, An. 1704. Bernoulli Op. T. IV. n. 147. Die Gedanken dieser Schriftsteller im Auszuge und die allgemeinste Behandlung der Theorie des Keils enthält Georg Friedr. Bärmanns, Prof. der Mathem. zu Wittenberg, Disputation de Cuneo, Wittenb. 1751.

14) Die Schraube.

106. Eine materielle schiefe Ebene um eine Welle etlichemal so herumgewunden, daß ihre Windungen durchgängig parallel bleiben, ist eine Schraube. Die Welle derselben nennt man die Spindel, und die auf derselben von der herumgewundenen Ebene beschriebene Linie, die Schraubenlinie, oder der Schraubengang. Die Länge einer Verticallinie zwischen zweien zunächst übereinander liegenden Windungen desselben wird die Höhe des Schraubengangs genannt; diese bleibt wegen des durchgängig gleichen Abstandes der Windungen bei der ganzen Schraube einerlei. Ein anderer cylindrisch-hohler Körper, in dessen Höhlung, deren Durchmesser dem Durchmesser der Spindel gleich ist, ein Schraubengang, mit dem vorigen von gleicher

Höhe,

Höhe, eingeschnitten ist, heißt die Schrauben-Mutter. In dieser paßt jene Schraube genau und läßt sich durch eine Bewegung um ihre Axe darin fortdrehen, so wie gegenseitig auch die Schraubenmutter durch eine Bewegung um ihre Axe längs der Schraube hin oder her bewegt werden kann. Die Peripherie eines auf der Axe der Spindel senkrechten Schnitts derselben ist der Umfang der Spindel.

107. An der Schraube verhält sich in dem Falle des Gleichgewichts die Kraft zur Last, wie die Höhe des Schraubengangs zum Umfange der Spindel. (angenommen, daß Kraft und last, beide am Umfange der Spindel ihre Wirkungen äußern).

Es sey S die Spindel. Man denke sich auf ihr den Schraubengang als eine mathematische Linie, so ist das Stück AD davon die eine Hälfte einer ganzen Windung ADB, die, weil man immer nur die Hälfte der Spindel auf einmal übersehen kann, auch immer nur sichtbar ist. DC ist die halbe Schraubengangshöhe, und AC der halbe Umfang der Spindel. Ferner stelle man sich das von AD, DC, und AC eingeschlossene Stück der krummen Spindelfläche als ein ebenes rechtwinklichtes Dreieck adc vor, worin ad = AD, ac = AC, und dc = DC, und die Seiten unter eben den Winkeln verbunden sind, wie in ADC die Linien. Obgleich eigentlich die Kraft und Last über den ganzen Schraubengang

Fig. 29.

vertheilt sind, so macht's doch keinen Unterschied, sie beide in einem Puncte desselben, etwa in D, ganz wirkend, sich vorzustellen. Die Last wirkt in der mit der Axe der Spindel parallelen Richtung DC, und die Kraft in der Richtung des Umfangs der Spindel AC. Läßt man nun in dem Dreieck adc, dc die Last vorstellen, und zerleget sie in zwei Seitenkräfte, davon df auf den Schraubengang senkrecht, cf aber in der Richtung der Kraft, wirkt; so sieht man, daß df von dem Schraubengange getragen wird, also nur eine widerstehende Kraft für cf erfodert wird, die = cf ist. Demnach ist

K : L = cf : dc. Es ist aber nach der Geometrie

cf : dc = dc : ac,

also K : L = dc : ac = 2dc : 2ac, das ist, wie die Höhe des Schraubengangs zu dem Umfange der Spindel.

108. Anm. Bei Anwendung der Schraube ist Kraft und Last entweder zugleich an der Spindel, oder zugleich an der Mutter; oder die Last an der Mutter und die Kraft an der Spindel; oder die Last an der Spindel und die Kraft an der Mutter, angebracht. Man bedient sich ihrer mehrentheils da, wo in einem kleinen Raume eine große Gewalt ausgeübt werden soll, und die Bewegung nur langsam zu seyn braucht: 1) Etwas zu befestigen, z. B. an den Flinten- und andern Schlössern, am Zirkel, in den Uhren und andern Maschinen, wo eine starke Befestigung seyn muß und der Raum gespart werden soll, desgleichen der sogenannte Schraubenstock. 2) Etwas zu pressen, z. B. an den Wäsch-, Siegel-, Drucker-, Münzpressen; Daumschrauben. 3) Eine Last zu heben, z. B. die großen Schrauben, womit der Zimmermann das Dach und die Wände eines Gebäudes in die Höhe schraubt. Man ver-

verfertigt die Schrauben, weil sie eine starke Gewalt auszustehen haben, entweder von hartem Holz, Weißbüchen-, Wildbirnbaumholz, u. d. gl. oder von Stahl und anderm Metall.

109. Man kann die Wirkung der Kraft an der Schraube ansehnlich verstärken, wenn man einen Hebelsarm mH durch den Kopf der Schraube steckt und sie daran wirken läßt; oder der Schraubenmutter ein paar Ansätze giebt, die als Hebelsarme anzusehen sind; oder dieselbe vermittelst eines sogenannten Schlüssels, der ein wirklicher Hebelsarm ist, herumdrehet. Gesetzt,

die zu hebende Last wäre 1000 ℔,
die Höhe des Schraubengangs 3″
der Umfang der Spindel 18″
der Hebelsarm 8mal so lang als der Halbmesser der Spindel, so giebt erstlich

$18 : 3 = 1000$ ℔ $: 166\frac{1}{3}$ ℔, die nöthige Kraft an der Schraube ohne Hebelsarm;

und zweitens

$8 : 1 = 166\frac{1}{3} : 20\frac{19}{24}$ ℔, die an dem Hebelsarm nöthige Kraft.

Anm. Diese große mögliche Wirkung der Schraube wird aber wegen der sehr beträchtlichen Friction, die bei diesem Werkzeuge statt findet, nicht wirklich.

110. Während die Last vermittelst der Schraube auf die Höhe eines Schraubengangs erhoben wird, legt die Kraft einen Weg zurück, der entweder der Umfang der Spindel ist, wenn die Kraft daselbst angebracht ist; oder die Peripherie eines Kreises, dessen Durchmesser die Länge

des Hebelsarms ist. In dem erstern Falle verhält sich der Weg der Kraft zum Wege der Last, wie der Umfang der Spindel zu der Höhe des Schraubengangs, oder wie Kraft und Last umgekehrt. In dem andern Falle, wie die Peripherie des Kreises, dessen Durchmesser der Hebelsarm ist, zu der Höhe des Schraubengangs, und das ist wieder wie Kraft und Last umgekehrt.

111. Anm. Die bei dieser elementarischen Theorie der Schraube angenommene Vorstellung: daß sie eine um eine Spindel gewundene schiefe Ebene sey, trifft in der Wirklichkeit nicht genau zu. Man kann über die wirkliche Gestalt des Schraubengangs in Kästners Dissert. mathemat. et phys. (Altenb. 1771.) n. 6. die Abhandlung unter dem Titel: ad theoriam cochleae pertinens observatio geometrica, nachlesen; ingleichen Gregor. Casalii Abhandl. de cochlea in: De Bononiensi Scient. et art. instituto atque Academia Comment. T. III. (Bonon. 1755.) p. 203.

Fig. 30. 112. Man lasse eine Schraube S, statt in eine Mutter, in ein Rad R eingreifen, auf dessen Stirn die Zähne wie Schraubengänge stehen und geformt sind; so hat man die Schraube ohne Ende. Denn wenn man nun die Spindel so befestigt, daß sie sich nur um ihre Axe vermittelst einer Kurbel C drehen läßt; so schiebt der Schraubengang, während des Umdrehens der Schraube einen Zahn des Rades nach dem andern fort. Ist daher dieses Rad mit einer Welle w verbunden, um die sich ein Seil, woran die Last hängt oder zieht, aufwindet; so kann man vermittelst dieses Werkzeuges ungeheure Lasten

mit

mit wenig Kraft bewegen. Denn erstlich befördert hier das Rad die Wirkung der Kraft. Es sey nämlich die Last 10000 ℔, der Halbmesser der Welle 1 und der Halbmesser des Rades 3, so ist

3 : 1 = 10000 ℔ :, $3333\frac{1}{3}$ ℔ die nöthige Kraft.

Zweitens verstärkt diese auch der Schraubengang. Denn es sey die Höhe desselben zum Umfange der Spindel, wie 1 : 10; so ist 10 : 1 = $3333\frac{1}{3}$ ℔ :, $333,3\frac{1}{3}$ ℔ die an der Schraube erfoderliche Kraft.

Und endlich thut auch die Kurbel noch das Ihrige. Denn wenn sich diese zu dem Halbmesser der Schraube verhält, wie 6 : 1; so ist

6 : 1 = $333,3\frac{1}{3}$ ℔ :, fast $55\frac{1}{2}$ ℔ die Kraft, welche der Last von 10000 ℔ das Gleichgewicht halten wird.

Anm. Die hier beschriebene Einrichtung der Schraube ohne Ende läßt sich auch noch anders machen. Zu schneller Bewegung ist sie nicht brauchbar.

113. Anm. Die bisher untersuchten mechanischen Werkzeuge: der Hebel, die Rolle, das Rad an der Welle, der Keil und die Schraube heißen einfache Maschinen, weil sie die gewöhnlichsten Theile sind, woraus man die größern Maschinen zusammensetzt. Der Flaschenzug und die Schraube ohne Ende sind schon zusammengesetzte Maschinen.

15) Von einigen kleinern zusammengesetzten Maschinen.

114. Ein Krahn oder Kranich, dessen mancherlei Einrichtungen außer dem Zweck, eine Last aus der Tiefe auf eine gewisse Höhe zu bringen, noch den haben, die in die Höhe gebrachte Last auf jede beliebige Seite hinbringen zu können, besteht gewöhnlich in einer Winde, um welche das Seil, woran die Last hängt, aufgewickelt wird, das über Rollen geleitet ist, die in einem oben hervorragenden, horizontal- oder schief-liegenden Balken (dem Schnabel), sich um Bolzen drehen; dieser ist an einer stehenden Welle befestigt, die man umdrehet, wenn die Last hinlänglich aufgewunden ist, und nach irgend eine Seite hingeschafft werden soll.

Anm. Die Wirkung der Kraft vermittelst eines Krahns läßt sich aus dem Vorhergehenden bestimmen, sobald die Einrichtung desselben bestimmt ist. Man sehe Leup. Theatr. Mach. Tab. 25—34.

115. Einige aus Hebeln, Rad und Getriebe zusammengesetzte Hebezeuge, von der Erfindung des Hrn. de la Garouste, findet man in der Sammlung nützlicher Maschinen, Tab. 45 und 46. abgebildet, und S. 67 und 68. beschrieben und ihre Wirkung berechnet.

116. Von Maschinen, mit welchen schwere Lasten in die Höhe gebracht werden können, wobei die Friction äußerst gering ist, hat Hr. Perrault

rault zwei Erfindungen gemacht, wovon in gedachter Samml. nützl. Masch. Tab. 59 und 60. desgl. in Leup. Theatr. Mach. Tab. 13 und 14. Abbildungen und Beschreibung, nebst Erinnerungen, zu finden sind.

117. Die Wagenwinde besteht aus einem gezahnten Rade, welches in eine gezahnte Stange eingreift; an der Welle des Rades ist eine Kurbel, vermittelst der das Rad gedrehet wird. Die Stange wird unter die last gestemmt; da sie nun in die Zähne des Rades greift, so wirkt die last am Halbmesser des Rades, einem nur kleinen Hebelsarm; da hingegen die Kraft an der Kurbel, einem längern Hebelsarme, wirkt. Man kann auch die Kraft durch ein zweites Rad, oder Getriebe, an dessen Welle die Kurbel sitzt, verstärken; welches eine Schraube ohne Ende statt dieses gedachten Getriebes noch besser thut.

Anm. Hr. Gobert hat eine geschraubte Winde ausgesonnen, die selbst, statt der gezähnten Stange, eine Schraube besitzt, welche in einer Schraubenmutter auf und nieder geht, während diese vermittelst einer Schraube ohne Ende bewegt wird. Ihre Gewalt muß sehr groß seyn, und hinreichend, sehr fest verbundene Theile zu trennen; nur muß man die Unterlage stark genug machen. Samml. nützl. Masch. Tab. 22. und 23.

118. Von der schiefen Fläche hat Herr Sheldon, königl. schwedischer Schiffsbaumeister, Gelegenheit zu Erfindung einer sinnreichen und doch nicht sehr zusammengesetzten Maschine,

schwere

schwere Lasten nur um ein Geringes zu heben, hergenommen.

Anm. Herr Prof. Klügel und Hr. Prof. Büsch haben sie, ersterer in seiner Encyclopaedie, in der pract. Mech. S. 81.; letzterer in seiner Mathemat. zum N. u. V. S. 325. u. f. beschrieben und abgebildet. In den Abhandl. der schwed. Acad. vom Jahr 1746. findet man S. 45. u. f. die genauere Theorie dieser Maschine nebst Verbesserungen, von Hrn. Sheldon und Polhem entworfen.

119. Eine Uhr ist ein Instrument, die Zeit danach zu bestimmen; ein Uhrwerk aber, eine Maschine, welche durch ihre Bewegung die Theile der Zeit anzeigt. Die Uhrwerke werden entweder durch die Schwere oder durch eine Stahlfeder bewegt. Ist jenes, so sind sie theils Wasser-Uhren, theils Sand-Uhren, theils Pendel-Uhren. Ist das letztere, so sind sie theils Tafel-Uhren, theils Taschen-Uhren. Die Pendel-Uhren werden durch Gewichte getrieben und durch ein Pendul in ihrem Gange gleichförmig erhalten; die Tafel- und Taschen-Uhren werden durch eine Stahlfeder getrieben und durch ein sich hin und her bewegendes Balancirrad, die Unruhe, mit Hülfe einer dünnen spiralisch gebogenen Feder, regulirt.

120. Das Triebwerk in einer Taschenuhr ist eine lange, dünne, schmale elastische Platte
Fig. von Stahl. Diese ist in dem Federhause (der
31. Trommel), mehrmals in sich selbst gewunden, eingeschlossen; mit dem innern Ende ist sie an

der

der Welle der Trommel, mit dem äußern aber an der innern Wand derselben, befestigt. Um die Trommel A geht eine, mit ihrem Ende auf dem äußern Umfange der Trommel befestigte, feine Kette, über sechsmal um dieselbe herum. Das andere Ende der Kette ist unten an dem Umfange eines mit spiralischen Rinnen versehenen Kegels, die Schnecke B genannt, fest. Der Umfang der Grundfläche der Schnecke ist wie ein Sperrad eingezahnt; darunter liegt das Schneckenrad, auf welchem ein Sperrhaken (Sperrkegel) in jenes Sperrad eingreift, und vermittelst dessen die Schnecke das Schneckenrad umtreibt. Der eine Zapfen der Schnecke ragt bis zum Uhrgehäuse heraus; auf ihn wird, beim Aufziehen der Uhr, der Uhrschlüssel gesteckt, und damit die Schnecke herumgedrehet; (ohne daß das Schneckenrad zugleich mitgedrehet würde, weil bei dieser Bewegung der Sperrhaken über die Zahnschnitte des Sperrrades hingleitet,) dann wird die Kette auf derselben in den Spiralrinnen aufgewunden, welches die Umdrehung der Trommel, und in deren Innerm die stärkere Spannung der Feder, durch mehrmaliges in sich selbst winden, zur Folge hat. Indem nun die Feder durch ihre Elasticität sich wieder abzuwickeln bestrebt, treibt sie die Trommel nach entgegengesetzter Richtung herum, und setzt vermittelst der Kette, die sich wieder auf die Trommel um- und von der Schnecke abwickelt, diese und das damit verbundene Schnecken-

ckenrad in Bewegung. Das Schneckenrad greift mit seinen 48 Zähnen in das 12 stöckichte Getriebe des Minutenrades D, mit 54 Zähnen versehen, (großes Bodenrad genannt) ein; dieses in das 6 stöckichte Getriebe des Mittelrades E (kleinen Bodenrades) von 48 Zähnen. Dieses bewegt das 6 stöckichte Getriebe des Kronenrades F von 48 Zähnen, welches in das horizontalliegende 6 stöckichte Getriebe des Steigrades G von 15 Zähnen greift. Die Zähne dieses Rades greifen wechselsweise in die zwei Lappen H, die sich an der Spindel der Unruhe befinden, wodurch die Unruhe I, durch deren Mitte die Spindel geht, hin und her geschwungen wird. Die bewegende Kraft der Uhr findet also hier einen Widerstand, weil sie bei jedem Schlage die der Unruhe mitgetheilte Bewegung hemmen und in eine entgegengesetzte verwandeln muß. Auf diese Weise wird die Uhr in einem gleichförmigen Gange erhalten, indem, den Schlag der Unruhe
Fig. 32. gleichförmig zu erhalten, eine Spiralfeder, eine feine in sich gewundene Feder, mit ihrem innern Ende nahe am Mittelpunct der Unruhe, mit dem äußern aber an einem Klöbchen N, auf dem untern Boden der Uhr, befestigt, angebracht ist. Neben dieser Spiralfeder liegt ein gezahnter Kreisbogen KL, der Rücker genannt, welcher vermittelst eines Plättchens mit einem Einschnitte, die Klammer O genannt, die Feder ergreift. Ein kleines Rad r, welches unter dem kleinen Ziferblatte liegt, das man auf dem untern Bo-

den

den der Uhr sieht, dient den Rücker zu verschieben, um dadurch entweder die Feder zu verkürzen, oder zu verlängern; welches die Folge hat, daß in dem erstern Falle die Uhr geschwinder, in dem andern aber langsamer geht. Unter der Trommel ist ein Getriebe mit einer Schraube ohne Ende angebracht, die Feder in der Trommel dadurch stärker zu spannen, oder nachzulassen.

Das Vorgelege (Vorlegewerk), der Raum zwischen dem obern Boden der Uhr und dem Ziferblatte, enthält die Räder zur Bewegung der Zeiger. An der Welle des Minutenrades D, welche bis über das Ziferblatt der Uhr herausragt, ist der große Minutenweiser P aufgesteckt. Auf eben diese Welle ist ein Rohr gedrange aufgesteckt, welches ein Getriebe L von 12 Stöcken trägt. Dieses greift in ein Stirnrad, Wechselrad M von 36 Zähnen, an dessen Welle ein Getriebe N von 10 Stöcken sitzt, das in das Stundenrad O von 40 Zähnen eingreift. Dieses sitzt an einem Rohre, welches über das Rohr des Minutenrades gelinde geschoben ist; und hat an dieser seiner dicken Welle den kleinen Stundenweiser S. Dieser Einrichtung nach kann man den Minutenweiser, wie man will, umdrehen, ohne das Gehewerk in Unordnung zu bringen. Ferner, so kömmt hiernach, wenn das Minutenrad in jeder Stunde einmal herumgeht, das Wechselrad alle 3 Stunden einmal herum, und das Stundenrad mit dem Stundenweiser alle 12 Stunden einmal. Das Minutenrad kömmt aber

Fig. 31.

in

in jeder Stunde einmal herum, wenn die Schnecke alle 4 Stunden einmal herumgedreht wird. Denn alsdenn drehet sich das 48zähnichte Schneckenrad zugleich in dieser Zeit; da nun dieses in das 12stöckichte Getriebe des Minutenrades greift, so kömmt dieses in eben der Zeit, in 4 Stunden, $\frac{48}{12} = 4$mal, also in einer Stunde einmal herum. Weil ferner das Mittelrad an einem 6stöckichten Getriebe von dem 54zahnichten Minutenrade umgedrehet wird, so kömmt jenes in einer Stunde $\frac{54}{6} = 9$mal herum; das Kronrad 9mal $\frac{48}{6} = 9 \cdot 8$mal; und das Steigrad $9 \cdot 8$mal $\frac{48}{6} = 9 \cdot 8 \cdot 8 = 576$mal herum.

Nun thut die Unruhe während eines Umlaufs des Steigrades $2 \cdot 15 = 30$ Streiche, also in einer Stunde 17280 Streiche, oder 48 Streiche in 10 Secunden.

1. Anm. In den neuerfundenen Cylinderuhren wird die Unruhe von einem hohlen, in der Mitte zur Hälfte ausgefeilten, Cylinder getragen, und durch ein liegendes Steigrad mit besonders dazu gestalteten Zähnen, in eine hin und her drehende Bewegung gesetzt.

2. Anm. In den Tafeluhren läßt man gewöhnlich die Schnecke weg, weil das Pendul die Ungleichheit der Kraft heben soll; es wäre aber, wegen des gleichförmigern Ganges dieser Art von Uhren, doch besser, ihm die Schnecke zu geben.

121. Anm. Man hat schon in ältern Zeiten Uhrwerke gehabt. Wann und von wem sie aber erfunden sind, läßt sich nicht gewiß bestimmen. Erst im dreizehnten Jahrhundert geschieht der Uhren mit Rädern und Gewichten ausdrückliche Erwähnung; daher fällt ihr Ursprung wahrscheinlich in das 11te und 12te Jahrhundert. Ob aber die Ehre der Erfindung einem Europäer, oder Saracenen, gebührt, ist noch nicht entschieden. Ein Engländer, Namens William Derham, eignet sie, in seinem Artificial Clockmaker, Lond. 1700, davon der Welperschen Gnomonik eine deutsche Uebersetzung unter dem Titel: der kunstreiche Uhrmacher u. s. w. beigefügt ist, den Deutschen zu, gesteht aber, daß er weder den Erfinder, noch die Zeit der Erfindung anzugeben wisse. Die älteste noch vorhandene Taschenuhr, wurde vor ohngefähr 20 Jahren bei Bruce, einem Schlosse in Fifeshire, von Arbeitern gefunden, und besitzt jetzt der König von England. Ihr äußeres Gehäuse ist von Silber und fein gearbeitet; auf der Zifferplatte steht: Robertus B. rex Scotorum (Robert Bruce, der von 1305 bis 1328 regiert hat); darüber ist ein convexes, durchsichtiges Horn, statt des jetzt gebräuchlichen Glases. Die ganze Uhr ist nicht größer, als die, welche jetzt im Gebrauche sind. Die älteste, von einem Deutschen verfertigte, noch vorhandene Uhr, ist eine astronomische, die Hr. Peckett, Apotheker auf Comptonstreet in England besitzt; ihr Durchmesser ist neun und dreiviertel Zoll, die Höhe fünf Zoll, und die Inschrift:

„da man zählt 1525 Jahr,
„da macht' mich Jacob Zech zu Prag. Ist wahr.„

(s. Beckmanns Beiträge zur Geschichte der Erfindungen, 3. St. Leipz. 1782. S. 312.).

In den meisten ältern Taschenuhren war statt der Kette eine Darmsaite; sie hatten eine Unruhe ohne Spiralfeder und 5stöckichte Getriebe. Im Jahr 1674 brachte der Abt Hautefeille von Orleans die Taschen-Uhren durch eine kleine gerade Feder, die mit dem einen

Ende an das äußerste Ende der Platte befestigt, und mit dem andern an den äußersten Theil der Unruhe eingefügt war, in eine gleichere Bewegung; auch wurden statt der 5stöckichten Getriebe 6stöckichte gemacht. Späterhin verbesserte Huyghens die Uhrmacherkunst durch seine wichtige Erfindung der Spiralfeder und des 8stöckichten Getriebes am Minutenrade, wodurch der Gang der Uhren noch gleichförmiger wurde. Von ihm rührt auch die Erfindung der Penduluhren her, die er gegen das Ende des Jahrs 1656 zu Stande brachte, wozu ihm des Galilâi Untersuchungen Gelegenheit gegeben. Er beschrieb seine Erfindung erst kurz auf ein paar Bogen in 4.: Chr. Huyghenii Horologium, Haag 1658; nachher weitläuftiger: Chr. Huyghenii Horologium oscillatorium, Paris 1673. Fol. Carl Dati will diese Erfindung dem Galilâi, oder wenigstens dessen Sohne, Vincentius zuschreiben, aber ohne Beweis. (Man sehe Muschenbroeks Tentam. Ac. del Cimento; P. I. p. 20.) Nur erst seit dieser Erfindung, durch gehörige Anbringung des Pendels, sind die Uhren ihrer Vollkommenheit merklich näher gebracht.

122. Bei den Penduluhren ist auf drei Stücke zu sehen: auf die Wirkung des Gewichts, die Anbringung des Pendels, und Einrichtung für die Zeitweiser.

Fig. 33. Das Gewicht G hängt an einem Seile, welches um eine Walze geschlagen ist; an diese ist ein Sperrad A befestigt; sie selbst aber auf eine cylindrische Axe C gesteckt, die doch nicht ganz durchgeht; an der sich aber ein Rad R (das Walzenrad genannt) befindet, an welchem ein Sperrhaken S befestigt ist, der in die Zähne des Sperrades eingreift. Vermittelst einer an der Axe C angebrachten Kurbel wird die

Walze

Walze mit dem Sperrade umgedrehet, während das Walzenrad hinten unbeweglich bleibt, und zwar so, daß sich das Seil, an welchem das Gewicht hängt, aufwickelt. Das freiherabhangende Gewicht G zieht die Walze nach einer der vorhergehenden entgegengesetzten Richtung herum; dabei widersteht der Sperrhaken dem Sperrade und hält dieses unbeweglich; das Walzenrad wird aber nun mitherumgedreht. Dieses Umdrehen kann aber deswegen nicht gleichförmig erfolgen, weil das Gewicht allmälig mit Beschleunigung sinkt. Daher ist eine Vorrichtung nöthig, welche diese Beschleunigung aufhält und das Gewicht in seiner Wirkung gleichförmig macht. Dazu dient das Secundenpendul (der Perpendikel), welches an dem letzten Rade g im Uhrwerke, dem Steigrade, angebracht wird.

Das Walzenrad greift nämlich mit seinen 80 Zähnen in das 10stöckichte Getriebe c des Mittelrades d von 60 Zähnen; dieses wieder in das 8stöckichte Getriebe des 30zahnichten Steigrades. Wenn daher das Walzenrad in einer Stunde einmal herumlaufen soll, so muß das Steigrad $8 . 7\frac{1}{2}$mal $=$ 60mal unterdessen herum, also in einer Minute einmal. Nun ist über dem Steigrade ein Bogen, der sich an jedem Ende mit einem Haken endigt, der englische Haken genannt, welcher in das Steigerad wechselsweise auf dieser, dann auf der andern Seite eingreift, angebracht, und zwar so, daß er in der Mitte auf einer metallenen Stange kl befestigt

ist, von der außerhalb des Werks das metallene Knie lm herabgeht, woran bei m zwischen den Zacken eines gabelförmigen Absatzes das Secundenpendul festsitzt. Indem sich dieses regelmäßig in Secunden hin und her schwingt, schwingt sich der englische Haken mit, und hält jeden Zahn des Steigrades während eines Umlaufs desselben zweimal auf, nämlich beim Heraufsteigen mit dem einen, und beim Herabsteigen mit dem andern Haken, also in einer Minute 60, d. i. in jeder Secunde einmal. Dadurch eben wird die Uhr von Secunde zu Secunde in gleichförmigem Gange erhalten, indem ein langsamerer, oder geschwinderer Gang der Uhr auch das Schwingen des Penduls verzögern, oder beschleunigen würde, welches aber, wenn das Pendul einmal seine gehörige und beständige länge hat, nicht möglich ist. Um ihm diese genau zu geben, sind am Ende der Stange, wo sie aus der Pendulscheibe hervortritt, Schraubengänge eingeschnitten, um die Scheibe daran auf und nieder schrauben und dadurch den Mittelpunct des Schwunges höher und niedriger, immer in seine gehörige lage bringen zu können.

Da nun vermöge des Penduls das Steigerad in jeder Minute einmal herumkömmt, so kann ein an dessen über die Ziferplatte hervorragenden Axe angesteckter Zeiger h die Secunden anzeigen. Weil ferner alsdann das Walzenrad b in einer Stunde einmal herumkömmt, so kann ein an dessen über die Ziferplatte heraustretende

Axe

Axe angebrachter Weiser die Minuten anzeigen. Um dann noch die Stunden zu bezeichnen, kann an der Axe des Walzenrades hinter der Zifferplatte noch ein Rad p mit 30 Zähnen angebracht seyn, welches in das Wechselrad q von eben so viel Zähnen eingreift, dessen 6stöckichtes Getriebe r das Stundenrad s von 72 Zähnen umdreht, in Zeit von $\frac{72}{6} = 12$ Stunden. Dieses umfaßt mit einem Rohr jene Axe der Walze so, daß es für sich beweglich ist, und enthält den Stundenweiser.

1. Anm. Huyghen ließ anfangs ein Kronrad, das sich horizontal drehet, von der Pendelstange reguliren. Man fand aber besser, diese an ein Steigrad anzubringen, das sich vertical drehet. Für den Erfinder des englischen Hakens hält man den Uhrmacher William Clement, man sehe John Smith, C. M. (Clock Maker) Horological disquisitions, Lond. 1694. p. 3. Es giebt noch andere, als die beschriebenen, Vorrichtungen, durch das Pendul den Gang der Uhren gleichförmig zu machen. Weil Huyghens Pendul auf beiden Seiten von der Verticallinie ausschweifte, fand er nöthig den Gang desselben durch die Cycloide gleich zu machen. Bei neuern Vorrichtungen hat man aber diese krumme Linie entbehrlich gefunden.

2. Anm. Die Pendelstange wird in der Wärme länger, und in der Kälte kürzer; daher geht die Pendeluhr im Sommer langsamer, als im Winter, in einem Tage ohngefähr eine halbe Minute, bei einer gewöhnlichen Pendelstange. Unter den Vorrichtungen, die man getroffen hat, dieser Veränderung abzuhelfen, hat bisher das rostförmige Pendul den meisten Beifall gefunden. Muschenbroek introd. in phil. nat. §. 675.

3. Anm. Die Theorie des Penduls wird in der Naturlehre vorgetragen. Man sehe auch Kästners Anfangsgr. der höhern Mechan. S. 190 — 216. Ueber die Ungleichheit der Bewegung der Perpendikeluhren verdient ein Aufsatz vom Hrn. de la Hire im 2ten Theile der Steinwehrschen Uebersetzung der Physical. Abhandl. der Par. Acad. S. 205. u. f. gelesen zu werden, desgl. Kästners Abhandl. über die Aenderung des Ganges der Penduluhren im Sommer und Winter. Göttingen 1778. in 4.

4 Anm. Wegen des Schwankens auf Schiffen können die Penduluhren auf Seereisen nicht wohl gebraucht werden. In dieser Absicht unternommene Versuche findet man in Philosophical Experiments and observations of... Rob. Hoocke, publish'd by W. Derham, Lond. 1726. in 4. Man hat auch die Federn in Seeuhren vortheilhaft anzubringen versucht, wobei Harrison, ein englischer Uhrmacher, durch seine Zeitmesser berühmt, viel geleistet hat. In Frankreich haben Berthoud und le Roy sehr genaue Seeuhren verfertigt; desgleichen Armand im Holsteinschen. Von Berthoud ist ein Traité des horloges marines heraus. Nach einer neuen, sehr sinnreichen Erfindung des Hrn. Mudge hat Hr. Emery in England außerordentlich richtig gehende Zeitmesser verfertigt. Einen davon hat anfangs der Vice-Admiral Campbell auf zwei Seereisen nach Terreneuve zur Probe mitgenommen und ihren Gang sehr richtig befunden. Jetzt hat ihn Herr v. Zach auf seinen Reisen mit, und versichert ebenfalls die Güte derselben. Bodens Astronomisches Jahrbuch für 1788. S. 146. und für 1789. S. 236.

123. Die Einrichtung des Schlagwerks und der Repetiruhren, welche von Herrn Barlow, einem Engländer, 1676 erfunden sind, und Hr. Quare, Uhrmacher in London, durch eine einfachere Einrichtung verbessert hat, wird

hier

hier übergangen werden müssen. Man sehe sie in Klügels Encyclopädie, Practische Mechanik §. 199 — 205.

124. Anm. 1. Noch einige gute Bücher über die Uhren: Traité de l'horlogerie par Mr. de Paute, 1755; Essai sur l'horlogerie par Mr. Ferdinand Berthoud, Par. 1763; Dom. Jac. Alexanders Abhandl. von den Uhren, aus dem Franz. übers. und mit Anmerk. erläutert von Berger, Lemgo 1738 und 1763; Leutmanns vollständige Nachricht von den Uhren, Halle 1718, zweiter Theil, oder erste Continuation derselben, 1722; der neue englische Uhrmacher, Frf. u. Leipz. 1768. Von Taschenuhren besonders handeln: Wilh. Manleys Unterricht von Sackuhren, Wien 1751; Joh. Georg Hartmanns, Uhrmachers in Jena, nöthiger Unterricht von Verbesserung der Sackuhren, Jena 1752, zeigt noch mögliche Verbesserungen der Taschenuhren dadurch, daß allen Theilen des Werks eine gehörig proportionirte Größe gegeben, die Schnecke nach der Kraft der Feder abgeglichen und die ganze Uhr richtig berechnet werde; Vogels practischer Unterricht von Taschenuhren für Verfertiger und Liebhaber, Leipz. 1744; Forstmann von zeigenden und schlagenden Taschenuhren, zur Kenntniß und Ausbesserung aller vorkommenden Arten derselben, für solche die nicht von der Feile, sondern von der Feder Profession machen, Halle 1779; Regle artificielle du tems par H. S. Vienne 1714; Heinr. Sully Unterricht von Eintheilung der Zeit und verschiedner Einrichtung großer und kleiner Uhren, von Antoine Charles, Uhrmacher in Magdeburg, Lemgo 1754; Marpergers Horologiographia, oder Beschreibung der Eintheilung und Abmessung der Zeit, Dresd. 1723.

Anm. 2. Eine der ältesten Erfindungen ist die Wasseruhr, ohne Zweifel vom Ctesibius, Mathematiker zu Alexandrien, ohngefähr 240 Jahr vor Chr. G. erfunden. Hieraus entstanden nachmals die Sanduhren (Stundengläser), welche in der Mitte des 17ten

Jahrhunders eine wesentliche Verbesserung bekamen, wie man aus folgender Schrift sieht: nova Scienza di Horologia Polvere di Arcangelo Maria Radi, Rom. 1655. Im Jahr 1690 nahm der Pater Charles Bailly in Bourgogne statt des Sandes wieder Wasser. Man findet von seiner Wasseruhr Nachricht in Bions mathemat. Werkschule, und einer zu Halle 1752 gedruckten ausführl. u. vollständigen Abhandlung von Wasseruhren, u. s. w. von M. G. H. B. Ueber ihre Geschichte sehe man Beckmanns Beiträge zur Geschichte der Erfindungen, 3. St. 1782. Num. 9.

125. Wegemesser (Hodometer) sind Maschinen, die Länge des zurückgelegten Weges anzuzeigen. Man bringt sie theils an einem Wagen an, theils an einem Gürtel um den Leib oder an die Westentasche, theils an dem Sattel eines Pferdes, theils in einem Stabe. Die letztern Arten nennt man auch Schrittzähler.

Anm. Schon Vitruv hat einen Wegmesser, in dem 14ten Kap. seines 10ten Buchs, für einen Wagen und ein Schiff angegeben. Joh. Fernel maß 1550 mit einem solchen Instrumente einen Grad des Meridians, aber mit großer Unrichtigkeit. Sehr bekannt ist der Wegmesser geworden, den Levin Hulsius beschrieben hat: Vierter Tractat der mechanischen Instrumenten Levini Hulsii. Gründtliche Beschreibung des diensthaften und nutzbaren Instruments Viatorii oder Wegzählers, Frankf. a. M. 1615. 4. Man findet auch eine Beschreibung davon in einer zu Gießen 1709. in 4. herausgekommenen Dissertation: Apparatus Chorographicus etc. unter Liebknecht von Hagenbruch vertheidigt. Catels sehr sinnreicher, doch einfacher und dauerhafter Wegmesser, ist in Nicolais Reisebeschreibung 1. B. beschrieben. Mehrere historische Nachrichten von dieser Maschine findet man in der 1. Beil. zu Nicolais Reisen, und in Beckmanns Beitr. zur Gesch. der Erfind. 1. B. von 1782. N. 2.

Hydro-

Hydrostatik.

1) Von dem Flüssigen überhaupt.

I.

Wir nennen diejenigen Körper flüssig, deren Theile einen nur geringen Zusammenhang haben, und dabei so fein sind, daß man sie, auch mit Hülfe der Vergrößerungsgläser, nicht unterscheiden kann.

Der erstern Eigenschaft wegen sind die Theile eines flüssigen Stoffes nach allen Seiten hin beweglich, und weichen einer dem Druck des andern aus, wenn ihn sonst Nichts, wie etwa die Wände und der Boden des Gefäßes, hindert. Daher nimmt auch jeder flüssige Stoff die Gestalt des Gefäßes an, in welchem er sich befindet.

Der letztern Eigenschaft wegen scheinen die Theile einer flüssigen Masse, obgleich nicht mit vieler Kraft, doch genau zusammenzuhängen, so daß jedes Bestandtheil alle, die es zunächst umgeben, berührt. Daher kann man jeden flüssigen Stoff als stetig betrachten, und seine Theile, wo man will, von einander absondern. Dieserwegen pflanzt sich der Druck, der auf die Grenze eines flüssigen Stoffes geschieht, durch die ganze Masse bis an das andere Ende fort.

Anm. Die flüssigen Stoffe scheinen von den festen, nicht sowol in dem Wesen ihrer Bestandtheile, als vielmehr nur in der Art der Zusammensetzung dieser Bestandtheile unterschieden zu seyn. Der geringe Zusammenhang derselben kann verschiedene Grade haben, und daher ein Stoff flüssiger seyn, als ein anderer; auch ebenderselbe Stoff flüssiger und weniger flüssig gemacht werden. Es fällt schwer, diese Grade der Flüssigkeit zu messen, und bis jetzt hat man noch kein zuverlässiges Maaß dafür. Man sehe Rob. Boyle fluiditatis et firmitatis historia, in tentam. physiol. Lond. 1661. 4. Works Vol. I. p. 240; Rohaulti Phys. P. I. c. 22; Muschenbroeks Naturlehre, C. 20. S. 203. u. f. nach der deutschen Ausgabe; Kraftii Praelect in Phys. Theoret. P. I. c. 12; Clarke in not. ad Rohaulti Phys. p. 112; Hambergeri Phys. §. 110. u. f.; Sur les rapports de differens degrés de fluidité des liquides in der hist. de l'ac. roy. des scienc. 1741; Winklers Anfangsgr. der Phys. S. 205. u. 295; Wolfs vernünft. Gedanken von den Wirkungen der Natur §. 55.

2. Jeder flüssige Stoff, bei dem keine andere beiwohnende Kraft als die Schwere betrachtet wird, heißt hier Wasser.

Anm. Dieser mathematische Begriff vom Wasser ist ein Abstractum, wie die mathematischen Begriffe von Körper, Fläche und Linie. Daher wird hier die Kraft, vermittelst welcher die Theilchen unter einander und mit festen Körpern zusammenhangen, wovon das Bilden in Tropfen, Aufsteigen in Haarröhren und Naßmachen entsteht, bei Seite gesetzt.

3. Die Wissenschaft von Bestimmung des Gleichgewichts des Wassers, sowol unter sich, als mit festen Körpern, ist die Hydrostatik.

2) Grundgesetze für das Gleichgewicht des Wassers.

4. Die Oberfläche eines stillstehenden Wassers ist, ausgenommen in der Nähe des Randes, und wenn sie sehr groß ist, eben und waagrecht, wie man durch Versuche erfahren kann

Anm. Die Ausnahmen hievon lassen sich theils aus der Anm. in 2. theils daher erklären, weil die Erde rund ist, und die Schwere nach dem Mittelpuncte wirkt. Stevini Elementa hydrostat. pet. 7.

5. Wasser kann nur alsdenn in einem Gefäße ruhig stehen, wenn die Oberfläche desselben eben und waagrecht ist.

Denn so lange sie uneben ist, giebt es in ihr Erhöhungen a und b, von denen die schlecht zusammenhangenden und daher leicht beweglichen Theile, vermöge ihrer Schwere, wie auf schiefen Ebenen ad, ac, bc, be, nach allen Seiten in die Vertiefungen e, c, d herunterrollen, bis gar keine Unebenheit mehr übrig ist. — Und so lange die Oberfläche nicht waagrecht ist, ist sie selbst eine schiefe Ebene sf, in der die obern Theile in s nach der niedern Stelle in f hinunterrollen. Fig. 35. Fig. 36.

Anm. Ueber den Beweis dieses Satzes sehe man Dan. Bernoulli Hydrodynamica, Sect. 2. §. 1; d'Alembert Traité des fluides, art. 13; Leonh. Euler im Traité de l'équilibre des fluides, art. 9. (Mem. de l'ac. des scienc. de Prusse, 1755). Könnte uns die Naturlehre von der eigentlichen Beschaffenheit flüssiger Körper richtiger belehren, so würden wir bei dem Beweise dieses Satzes weniger Schwierigkeit finden.

6. Grund-

Fig. 37. 6. Grundsätze: 1) Jede obere Wasserschicht a drückt die untere b; und der Boden eines Gefäßes AB wird von allen gedrückt.

2) Jede untere Wasserschicht b widersteht der obern a, weil der Boden ihr Ausweichen verhindert.

3) Jede obere Wasserschicht leidet daher von der untern einen so starken Gegendruck, als sie selbst drückt.

4) Jede, senkrechte, oder schiefe, Mittelschicht a, drückt auf allen Seiten ihre Nebenschichten b und c, wegen der Beweglichkeit der Theile (1).

5) Jede Nebenschicht b und c widersteht dem Seitendrucke der Mittelschicht, theils für sich, theils weil sie auf der andern Seite durch die sie umgebenden Schichten und endlich durch die Wände des Gefäßes auszuweichen verhindert wird.

6) Jede Nebenschicht drückt daher jede der sie umgebenden so stark, als sie von ihr gedrückt wird.

7) Die Wände des Gefäßes leiden den gesammten Seitendruck der ganzen Wassermasse.

Aus diesem Allen erhellet: daß jeder größere, oder kleinere, Theil des Wassers A oder a, oder bcd, durch seinen eignen Druck und den Gegendruck aller ihn umgebenden Theilchen an seiner Stelle erhalten wird, wenn das Wasser im Gefäß ruhig steht.

7. In zwei aufrechtstehenden (senkrechten, oder schiefen) Röhren, die unten so mit einander verbunden sind, daß Wasser aus der Einen ungehindert in die Andere übertreten kann, bleibt das Wasser nur dann ruhig, wenn es in beiden waagrecht oder gleich hoch steht.

Denn so lange das Wasser in der einen Röhre seine Oberfläche in b niedriger, als in der andern in a, hat; kann man durch b eine waagrechte Ebene legen, welche die andere Röhre in cd schneidet. Nun steht über cd die Wassersäule ac, und drückt darauf (1. Grundsatz in 6.) dieser Druck pflanzt sich durch das untere Wasser cdb bis b fort (nach 1). Da ihm nun in b kein Wasser, oder sonst etwas, widersteht; so treibt er die Wassertheile in b aufwärts. Diesen aber folgt die ganze Wassermasse bcd, und dieser wieder die Wassersäule ac, so lange, bis in b kein fortgepflanzter Druck mehr wirken kann. Dieses kann aber nur dann eintreffen, wenn b und a gleich hoch oder waagrecht liegen.

1. Anm. Andere Beweise dieses Satzes findet man in Dan. Bernoulli Hydrodynam. Sect. 2. §. 3, von Kästner in seinen Anfangsgründen der ang. Math. S. 112. u. f. erläutert; und in Karstens Anfangsgr. der Mathem. Wissensch. 2. Th. Hydrostat. §. 15; auch in dessen Auszuge u. s. w. Hydrost. §. 24.

2. Anm. Ist die eine Röhre eng und die andere weit, so trifft dieser Satz nicht genau ein, woran aber etwas Anderes, das Anziehen der Seitenwände schuld ist.

3. Anm. Wenn man in der Nachbarschaft eines Flusses so tief gräbt, als die Oberfläche des Wassers in dem Flusse unter der Stelle liegt, wo man gräbt; so findet man Wasser. Ferner, wenn man Wasser auf eine Anhöhe leiten will, so kann dieses am leichtesten geschehen, wenn auf einem benachbarten Berge in gleicher oder etwas größerer Höhe ein Teich oder Quellen sind. Man legt eine Röhrenleitung an, davon der Anfang in dem Teich, oder den Quellen, liegt, und das Ende auf der Anhöhe, wohin man das Wasser haben will; so fällt und steigt das Wasser in der Röhrleitung. Liegt nun das Ende derselben ein wenig niedriger, als der Anfang, so fließt das Wasser daselbst aus.

3) Der Druck gegen den Boden.

8. Der Druck des Wassers gegen den Boden eines senkrecht cylindrischen, oder prismatischen Gefäßes, ist dem Gewicht der darauf ruhenden Wassersäule gleich.

Denn, weil ein solches Gefäß durchgängig gleich weit ist, seine Seitenwände auch senkrecht sind, und also von dem Druck des Wassers nach unten Nichts aufhalten, überdem die ganze Wasser-
Fig. 37. sersäule senkrecht drückt; so muß nothwendig der Boden AB das ganze Gewicht dieser Wassersäule tragen; indessen auch nicht Mehr, weil sonst nichts weiter auf ihn drückt.

9. In jedem Gefäße (es habe eine Gestalt, welche man will) leidet der Boden so viel Druck, als eine Wassersäule wiegt, deren Grundfläche dem Boden des Gefäßes, und deren Höhe der Tiefe des Bodens unter des Wassers Oberfläche gleich ist.

Es sey das Gefäß eb bis in e mit Wasser w gefüllt, so ist die Tiefe des Bodens unter des Wassers Oberfläche eb. Man bilde sich ein, es sey unter dem Gefäß eine Röhre bf von gleicher Weite mit des Gefäßes Boden fest verbunden, und mit dieser wieder vermittelst der Zwischenröhre nm eine andere senkrechte hn, welche durchgängig so weit ist, als der Boden des Gefäßes b groß ist. Nun werde der innere Raum dieser Röhren mit Wasser ausgefüllt, so daß es bis unter b steht und in hn seine Oberfläche h mit e waagrecht hat. Man gedenke sich in hn einen Schnitt d mit b waagrecht, als den Boden des durchaus gleich weiten Gefäßes hn; so leidet dieser (nach 8.) einen Druck = dem Gewichte der Wassersäule auf der Grundfläche d = b, in der Höhe hd = eb. Dieser Druck pflanzt sich durch nm bis gegen den Boden b fort. Man stelle sich vor, dieser wäre nicht fest, sondern beweglich, so wird ihn jener Druck in die Höhe pressen. Dann müßte aber das auf b ruhende Wasser auch in die Höhe getrieben werden, und e bliebe nicht waagrecht mit h; und gleichwol muß es dieses (nach 7). Also wird b nicht in die Höhe gepreßt und bleibt auf seiner Stelle ruhig. Da nun blos der Druck des auf b ruhenden Wassers w das ist, welches jenem Druck, der von unten her geschieht, entgegenwirkt; so muß er auch, weil er dessen Wirkung aufhebt und ihm gerade entgegenwirkt, jenem Drucke gleich seyn, also = dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche b und deren Höhe eb ist. 1. Anm.

1. Anm. In Gefäßen, die sich nach oben verengern, ist der Bodendruck größer, als das Gewicht des darauf ruhenden Wassers. Aber in Gefäßen, die sich nach oben erweitern, oder bauchicht sind, ist er kleiner, Fig. 40.

2. Anm. Man kann also mit einer kleinen Menge Wasser einen starken Druck gegen den Boden eines Gefäßes bewirken, wenn dasselbe niedrig ist, einen großen Boden, und oben eine enge, aber sehr lange Röhre hat.

3. Anm. Einen andern Beweis findet man bei Kästner und in Karstens Auszuge, Hydrostatik §. 20. desgleichen in dessen Lehrbegriff und Anfangsgründen. Um die Mitte des 17ten Jahrhunderts bewies Simon Stevin diesen Satz, und erläuterte ihn durch Versuche.

10. Das Gewicht einer senkrechten Wassersäule zu finden.

Man berechne den Qadratinhalt der Grundfläche b, multiplicire diesen mit der Höhe h; so findet man den Cubikinhalt = bh. Dieser aufs neue mit dem eigenthümlichen Gewicht g des Wassers multiplicirt, giebt das verlangte Gewicht = bhg.

Anm. Im Durchschnitt kann man rechnen, daß ein Rheinl. Cubikfuß Wasser 66 Pfund Cöln. Gewicht, also ein Duodecimal Cubikzoll 293 Gran, ein Decimal: Cubikzoll 506 Gran wiegt. Je nachdem nun der Cubikinhalt der Wassersäule in Fußen, in Duodecimal- oder Decimalzollen gefunden ist; muß man ihn entweder mit 66 Pfund, oder mit 293 Gran, oder mit 506 Gran, multipliciren.

11. Man versteht unter Höhe des Drucks die Höhe einer senkrechten Wassersäule, die einen eben so starken Druck auf die gedrückte Fläche ausübt, d. i. deren Grundfläche = der gedrück-

ten

ten Fläche und deren Gewicht = dem Druck gegen diese Fläche ist.

12. Die Höhe des Drucks gegen eine Fläche zu finden, wenn die Größe derselben in Quadratmaaß und die Stärke des Drucks in Pfunden gegeben ist.

Man multiplicire das eigenthümliche Gewicht des Wassers mit der Größe der Fläche; und dividire mit diesem Product in den gegebenen Druck. Es sey P dieser Druck, so ist

$$h = \frac{P}{bg}.$$

Denn (nach 10) ist $P = bhg$; also

$$\frac{P}{bg} = \frac{bhg}{bg} = h.$$

Anm. Wenn man die Größe der Fläche in Zollen hat, so kann man das eigenthümliche Gewicht in Cubikzollen nehmen, und erst den in Pfunden gegebenen Druck auf Grane reduciren; diese Zahl dann mit 293, wenn man Duodecimalmaaß hat, mit 506, wenn man Decimalmaaß gebraucht, dividiren; und den dadurch gefundenen Quotienten abermals mit der Größe der Fläche dividiren. Z. B. Es sey die Fläche = 20 Quad.", der Druck = 100 Pfund; so sind 100 Pfund = 768000 Gran.

$$\frac{768000}{293} = 2621 \text{ Cub.}'' = \text{Größe der Wassersäule.}$$

$$\frac{2621 \text{ C}''}{20} = 131\tfrac{1}{20} \text{ Zoll} = \text{Höhe des Drucks.}$$

13. Der Druck des Wassers gegen den Deckel d eines niedrigen Gefäßes dg, mit welchem

chem eine viel höhere Röhre hr verbunden ist, gleicht dem Gewicht einer Wassersäule, deren
Fig. 41. Grundfläche = der innern Fläche des Deckels d, und deren Höhe = he, der Höhe des Wassers in der Röhre über dem mit d waagrechten Schnitte e.

Denn man bilde sich über dem niedrigen Gefäße eine so hohe Röhre, fest damit verbunden, ein, daß in ihr Wasser in der Höhe df = he, also mit h waagrecht, stehen kann; so leidet d von oben einen Druck = dem Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche d und Höhe df oder he ist (nach 9). Nun gedenke man sich den Deckel unbefestigt, so würde er in das Gefäß hineingedrückt werden. Dann würde aber eben dadurch das Wasser in dem Gefäß aus seiner Stelle vertrieben, und müßte in h steigen. Da nun dieses (nach 7.) nicht angeht, so muß d an seiner Stelle ruhig bleiben, also der Druck von oben auf ihn durch den Druck des Wassers von unten gegen ihn aufgehoben werden. Dieses kann aber nur geschehen, wenn der letztere Druck dem erstern gleich ist. Also ist der Druck gegen den Deckel von unten = dem Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche = d und deren Höhe = he ist.

1. Anm. Die lange mit dem Gefäß verbundene Röhre könnte auch mitten auf dem Deckel stehen, und die Wirkung würde doch dieselbe seyn.

2. Anm. Hierauf beruhet Wolfs anatomischer Heber (s. Leistikows Auszug der Versuche Hrn. Chr. Wolfs,

Wolfs, 1. Th. §. 60. und 3. Th. §. 69.) und s'Gravesands follis hydrostaticus. Beim Wasserbau ist dieser Satz wohl in Acht zu nehmen.

4) Der Druck gegen die Seiten.

14. Wenn mit einer lothrechten Röhre ab eine waagrechte be verbunden ist, deren Oeffnung von einer Ebene e geschlossen wird; so wird diese Ebene von dem in beiden Röhren, von a bis e, befindlichen Wasser so stark gedrückt, als eine Wassersäule drücken kann, deren Grundfläche die Ebene e und deren Höhe die Höhe des Wassers in der lothrechten Röhre ab ist. Fig. 42.

Man bilde sich wieder ein, als wäre eine mit der Ebene e gleichweite und mit ab gleichhohe Röhre cd mit ihrem waagrechten Arm in e mit jener verbunden, und gleichfalls mit Wasser bis in c, waagrecht mit a, angefüllt. Man gedenke sich ferner die Ebene, zwar an ihrer Stelle, aber unbefestigt, und bei d einen mit b waagrechten Schnitt der Röhre; so leidet dieser einen Druck = dem Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche d = e, und deren Höhe cd = ab ist (nach 8.). Dieser pflanzt sich durch das untere Wasser von d gegen e fort. Soll nun e an ihrer Stelle bleiben, unverrückt durch jenen Druck, so muß e von b her einen jenem gleichen Druck erfahren, und dieser wird von dem in ab befindlichen Wasser ausgeübt. Also ist der Druck desselben gegen e = dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche = e und deren Höhe = ab ist.

Anm. In der 42. Fig. ist die Ebene e in senkrechter Lage angenommen. Man sieht aber, es könnte auch die Ebene anders, nämlich in jeder gegen den Horizont geneigten Lage, liegen; wenn man alsdenn nur die hinzugedachte Röhre cd immer durchgängig gleichweit mit e sich vorstellt; so leidet der Beweis keine Abänderung. Wo die Stelle für b eigentlich angenommen werden müsse, wird bald aus dem Folgenden erhellen, §. 17.

15. Aus dem vorigen Satze fließen unmittelbar folgende:

Fig. 43. Jede kleine Stelle c in der Seitenwand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes leidet einen Druck = dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche der gedachten Stelle, und deren Höhe der Tiefe dieser Stelle unter des Wassers Oberfläche, gleich ist. Man bilde sich nur in dem Wasser eine in 14 beschriebene Röhre ein, die von c als mit einer Ebene zur Seite verschlossen ist.

Gleichgroße Stellen in der Seitenfläche, p und q, die nicht gleich tief unter des Wassers Oberfläche liegen, werden ungleich stark gedrückt: die noch einmal so tiefe noch einmal so stark, die dreimal tiefere dreimal so stark u. s. w., weil die Höhen der dagegen drückenden Wassersäulen zweimal, dreimal, u. s. w., also die Wassersäulen selbst so vielmal größer, folglich auch schwerer sind.

16. Der gesamte Druck gegen eine Seitenwand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes ist = dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche der Seitenwand, und deren Höhe der halben Höhe des Wassers in dem Gefäße gleich ist.

Fig. 43.

Man

Man theile in Gedanken die Seitenwand bd in 6 (oder wie viel man will) gleiche Theile; so leidet bm den Druck = 1, nm = 2, mc = 3, cr = 4, rs = 5, und sd = 6; und jeder unterhalb c, als der Mitte, liegende Theil leidet genau so viel mehr Druck, als jeder eben so hoch oberhalb c liegende weniger, als die Stelle c, leidet. Folglich kann man sich die Vorstellung machen, als wäre der Druck des Wassers gegen die Mitte der Seitenwand gleichförmig über die ganze Seitenwand vertheilt. Nun ist aber dieser Druck = dem Gewichte der beschriebenen Wassersäule; also auch der gesammte Druck des Wassers gegen die Seitenwand eben so groß.

17. Hieraus erhellet, daß genaugenommen der Druck des Wassers gegen jede Stelle in der Seitenwand = dem Gewichte einer Wassersäule, mit einer der Stelle gleichen Grundfläche, und deren Höhe = der Tiefe der Mitte dieser Stelle unter des Wassers Oberfläche ist.

18. Anm. In der Wasser- und Mühlenbaukunst ist die Untersuchung über den Seitendruck von großer Wichtigkeit. Man findet die Wirkung desselben noch auf andere Art in Kästners Anfangsgründen der angew. Math., Hydrostat. 27. und 28. bewiesen. Wie die Wahrheit des Satzes in 16. genauer, aber mühsamer, mit Rechnung des Unendlichen gefunden werden könne, sieht man in Belidors Architect. Hydraul. 1. B. 3. K. 3. Abth.; desgleichen in Kästners Anfangsgründen der Hydrodynamik §. 1. u. f.; und in Schleichers Einleitung in die Hydrostat. §. 34. u. f.

5) Das Gleichgewicht flüssiger Materien von ungleicher Schwere.

Fig. 44. 19. Wenn in einem Gefäße eine leichtere flüssige Materie den untern Raum obFG einnimmt, und eine schwerere darüber stehet, so daß beider Oberflächen OB und ob waagrecht sind; so bleibt die schwerere über der leichtern stehen. (vorausgesetzt, daß beide nicht von der Beschaffenheit sind, daß sie sich leicht vermischen.)

Denn die Oberfläche der untern Materie ob ist der Boden für die obere. Ist nun diese waagrecht und die Oberfläche der obern OB auch; so ist die Höhe der letztern über die Höhe der erstern durchgängig gleich, und es leidet jede gleich große Stelle in der Oberfläche der untern Materie oc, cd, einen gleichstarken Druck von der darauf ruhenden Säule OoCc, CcDd (nach 8. und 9.). Folglich widersteht auch die untere Materie dem Drucke der obern in jeder gleichgroßen Stelle gleichstark; und es kann Nichts von der schwerern Materie in die leichtere einsinken.

Anm. Hier ist in der That etwas bewiesen, daß sich gleichwol niemals ereignet, wenn man es bewerkstelligen will; und es kann dazu dienen, zu überzeugen, daß Manches an sich möglich ist, wenn es gleich niemals geschieht. Und wenn man so Etwas erkennt, wird man darauf geleitet, die Ursachen, warum es, der richtigen Vorstellung im Verstande gemäß, so nicht wirklich erfolgt. Hier ist die Ursache, weil, wenn man auf die Oberfläche der leichtern Flüssigkeit die schwerere aufschüttet, dies in einem etwas weiten Gefäß nie so geschehen

schehen kann, daß sich diese in einem Augenblicke über jener waagrecht ausbreite. Der aufgeschüttete Theil drückt und treibt die unter ihm befindliche leichtere Flüssigkeit rings um ihn her in die Höhe; diese fließt über ihn her und er sinkt zu Boden. Auf ähnliche Art lassen sich die Kreise im Wasser erklären, die von einem hineingeworfenen Körper entstehen.

20. Jeder Tropfen eines leichtern flüssigen Stoffes hat weniger Gewalt zu sinken anzuwenden, als jeder Tropfen des unter ihm befindlichen schwerern Stoffes anwendet, sich von ihm nicht aus seiner Stelle verdrängen zu lassen. Also sinkt er nicht, sondern der leichtere breitet sich über dem schwerern aus, und wird von ihm getragen. Noch mehr, wenn ein Theil des leichtern von fremder Gewalt genöthigt würde in dem schwerern zu sinken, oder befände sich vor dem Aufschütten unter ihm, oder auch würde in ihm von fremder Gewalt gehalten; so wird er, so bald er von dieser befreiet ist, von dem stärkern Gegendruck des schwerern in die Höhe gehoben, und der schwerere setzt sich darunter.

Anm. Oel unter Wasser, desgleichen Dunst in der Luft, eine leichtere in der schwerern Luft, steigen darin in die Höhe.

21. Zwei ungleich schwere flüssige Stoffe, die sich nicht mit einander vermischen, in ein Paar mit einander verbundenen Röhren, halten sich nur dann das Gleichgewicht, wenn der schwerere in der einen Röhre so vielmal niedriger steht, als der leichtere in der andern Röhre, (über der waagrechten Fläche nämlich,

in der sich beide berühren), als der Erstere schwerer denn der Andere ist.

Wir wollen die eigenthümliche Schwere des leichtern Stoffes = 1, und den andern mmal schwerer setzen. Beide in die Röhren geschüttet, nimmt der schwerere den untern Platz von b bis d ein (nach 20.). Seine beiden Oberflächen würden in b und d waagrecht liegen, (nach 7.) wenn der leichtere Stoff nicht die eine in b niederdrückte. Da dies aber ist, so muß die Oberfläche in d höher als b, oder über der mit b waagrechten Stelle liegen. Nun hält sich aber von b bis c der Stoff selbst im Gleichgewicht (nach 7.); und beide Flüssigkeiten können nur dann mit einander im Gleichgewichte seyn, wenn der bis gegen b fortgepflanzte Druck des über c stehenden Theils des schwerern Stoffes dc = ist dem Drucke, den der leichtere Stoff ab gegen eben dieses b ausübt (nach 8. 9 u. 13.). Jener aber ist = b . cd . m (nach 10.); und dieser = b . ab . 1. Sollen daher beide gleich seyn, so wird erfordert, daß cd . m = ab . 1 sey. Daraus folgt: cd : ab = 1 : m; oder die Höhen ungleich schwerer Flüssigkeiten verhalten sich im Zustande des Gleichgewichts, umgekehrt, wie ihre eigenthümlichen Schweren, und das ist der Sinn des Lehrsatzes.

Also auch die eigenthümlichen Schweren zweier Flüssigkeiten, verhalten sich, wie ihre Höhen in ein Paar mit einander verbundenen Röhren, (im Zustande der Ruhe,) umgekehrt.

22. Was

22. Was so eben bewiesen ist, leitet auf ein Verfahren, die eigenthümliche Schwere flüssiger Materien, vermittelst einer zu beiden Enden senkrecht in die Höhe gebogenen Röhre, zu erforschen.

1) Man fülle den untern Theil der Röhre bis über die Biegung mit Queckſilber, um die Vermischung der mit einander zu vergleichenden Flüssigkeiten zu verhindern. Darauf gieße man in den einen Schenkel von einer flüssigen Materie, deren eigenthümliche Schwere man schon kennt; und in den andern von derjenigen, deren eigenthümliche Schwere man sucht, so viel daß die Oberflächen des Queckſilbers in beiden Schenkeln waagrecht bleiben. Nun messe man, wenn alles in Ruhe ist, ihre Höhen; so verhalten sich die eigenthümlichen Schweren dieser Materien umgekehrt wie ihre Höhen (nach 21.). Es sey die eigenthümliche Schwere der bekannten Flüssigkeit = G, der unbekannten = g; die Höhe von jener = h, von dieser = H; so ist

$$\text{wie } H : h = G : g, \text{ und } g = \frac{G}{H} h.$$

Anm. Gesetzt, man wollte die eigenthümliche Schwere des Rheinweins wissen, und man kennt die eigenthümliche Schwere des Regenwassers; so thut man, was die Aufgabe verlangt, nach obiger Vorschrift; und findet:

H, die Höhe des Rheinweins = 2 Decim. Fuß.
h, die Höhe des Wassers = 1′ 9″ $8\frac{1}{2}$‴ Decim.
= 1,985 Fuß.

Die eigenthümliche Schwere des Wassers sey (nach 10.) = 506 Gran in Rheinl. Decimal‚ Cubikzollen.

Also die eigenthümliche Schwere des Rheinweins in Rheinl. Decimal‚ Cubikzollen = $\frac{506}{2}$. 1,985

= 1,985 . 253 = 502,1 Gran.

2) Sind die beiden zu vergleichenden Flüssigkeiten von der Art, daß sie sich nicht vermischen, so braucht man keine Zwischenflüssigkeit. Man gießt zuerst von der schwerern so viel hinein, daß sie in beiden Schenkeln auf einige Höhe stehet; gießt darauf in dem einen Schenkel die leichtere hinzu; und mißt, wenn alles ruhig ist, die Höhen beider Oberflächen über die waagrechte Ebene, in welcher sich beide berühren. Dann ist wie-

der $g = \frac{G}{H} h.$

Anm. Es sey Queckſilber und Wasser zu vergleichen. Man erfülle obige Vorschrift und finde:

H, die Höhe des Queckſilbers = 1,3"

h, die Höhe des Wassers = 17,8"; so ist

wie 13 : 178, so die e. S. des Wassers zur e. S. des Queckſilbers, oder das Queckſilber fast 13,7mal schwerer als Wasser; also g, das Gewicht von 1 Decimals Cubikzoll Queckſilber = 506 . 13,7, oder $\frac{506}{13}$.

178 = 6932,2 Gran, beinahe 20 Loth $2\frac{1}{5}$ Quentchen.

Anm. Beide Verfahrungsarten sind in der Ausübung beschwerlich, erfordern viel Sorgfalt, und das genaue Messen der Höhen ist mißlich.

6) Das Gleichgewicht flüssiger Materien mit festen, die sich in ihnen befinden.

23. Ein fester Körper K, der in Wasser ganz eingetaucht ist, verliert darin so viel von seinem Gewicht, als eine eben so große Menge Wasser wiegt. Fig. 35.

Denn, wäre K selbst ein Theil des Wassers, so würde er (nach 6.) vermöge seines eignen Gewichts, und des ihm von dem, was er drückt, entgegengesetzten Gegendrucks, nicht sinken; verlöhre also sein ganzes Gewicht, in so fern es sich nicht wirksam bezeigen kann. So stark ist also der Gegendruck des ihn umgebenden Wassers, auch wenn K eine feste Materie ist; und daher muß so viel von seinem Gewichte unwirksam werden, und das meint man, wenn man sagt: er verliert so viel.

24. Hieraus fließen folgende Wahrheiten:

1) Ein Körper von schwererer Art als der flüssige Stoff, worin er eingetaucht ist, behält noch wirkendes Gewicht übrig und sinkt vermöge desselben darin zu Boden; nur mit geringerer Gewalt als im leeren Raume. Wenn sein Gewicht = p ist, und das Gewicht einer eben so großen Menge des Flüssigen = m; so behält er p — m zur Kraft, mit der er sinkt. Eine eben so große Kraft, die ihn nach oben hinaufzöge, würde machen, daß er in der Flüssigkeit schwebend bliebe und nicht zu Boden fiele.

2) Ein

2) Ein Körper von eben so schwerer Art als der flüssige Stoff, behält in ihm kein wirkendes Gewicht mehr übrig: denn p — m ist alsdenn = 0. Er wird daher nicht sinken, sondern in der Stelle, wo man ihn hinbringt, in der Flüssigkeit schwebend bleiben.

3) Ein eingetauchter Körper, der leichter ist als eine eben so große Menge des flüssigen Stoffs, leidet demohngeachtet einen so starken Gegendruck, als diese Menge wiegt. Also widersteht ihm die Flüssigkeit stärker, als die Kraft ist, womit er sinkt; und die Folge ist, er wird von ihr gehoben. Die Kraft, die ihn steigen macht, ist m — p. Wird ein eben so schweres Gewicht ihm angehangen, oder er mit so viel Kraft niedergetaucht; so wird er in der Flüssigkeit schwebend erhalten werden.

4) Weil jeder feste Körper im Wasser so viel von seinem Gewichte verliert, als eine eben so große Menge Wasser wiegt, so verhält sich die eigenthümliche Schwere der Materie des eingetauchten festen Körpers zu der des Wassers, wie das Gewicht von jenem zu seinem Verluste. Es sey sein Gewicht = p; sein Verlust = a; seine eigenthümliche Schwere = S; des Wassers eigenthümliche Schwere = s; so ist wie p : a = S : s.

5) Eben derselbe Körper in 2, 3, mehr, ungleich schwere Flüssigkeiten eingesenkt, verliert in der schwerern mehr als in der leichtern. Seine

Ver-

Verluste verhalten sich wie die Differenzen seines und des Gewichts eben so großer Theile der Flüssigkeit. Es sey das Gewicht der schwersten Flüssigkeit = m; der leichtern = n; der noch leichtern = r; so ist des Körpers

Verlust in m zu dem in n = m : n
— n — r = n : r
— m — r = m : r

Man kann also auch umgekehrt sagen: die eigenthümlichen Schweren mehrerer Flüssigkeiten verhalten sich wie die Verluste am Gewicht eines und ebendesselben festen Körpers, der in ihnen eingetaucht wird.

1. Anm. Das völlige Gewicht eines Eimers mit Wasser, den man aus einem Brunnen zieht, fühlt man erst, wenn er ganz außer dem Wasser ist.

2. Anm. Man muß sich hüten, aus der Wahrheit jenes Lehrsatzes so übereilte Schlüsse zu ziehen, als folgende: „wenn man ein Gefäß voll Wasser wöge, darauf Fische hinein thäte, so würde dasselbe dadurch nicht schwerer.„ Ingleichen „ein Centner Federn müsse leichter zu tragen seyn als ein Centner Blei,„ u. s. w.

3. Anm. Auch läßt sich aus dem Lehrsatze die Auflösung der seltsamscheinenden Aufgabe finden: zu machen, daß an einer gemeinen völlig richtigen Waage 1 Pfund Wasser das Gleichgewicht mit 10 Pfund Blei halten. (Schwenters Erquickst. 9. Th. 29. Aufg.)

25. Vermittelst eines festen Körpers schwererer Art die eigenthümliche Schwere flüssiger Materien zu erforschen.

1) Man läßt den festen Körper so verfertigen, daß man seinen körperlichen Inhalt berech-

rechnen kann, hängt ihn vermittelst eines Pferdehaars an die eine Waagschale einer feinen Waage, wiegt ihn erst in der Luft, senkt ihn hierauf ganz in die Flüssigkeit ein, und bemerkt, wie viel er nun weniger wiegt. Dieser Verlust ist das Gewicht einer eben so großen Menge des Flüssigen (nach 23). Dividirt man ihn daher mit dem körperlichen Inhalte des eingesenkten Körpers, so erfährt man die gesuchte Schwere des Flüssigen. Es sey der Verlust = a, der körperliche Inhalt = v, so ist $g = \frac{a}{v}$.

Beispiel. Ein metallener Körper, der genau 2 Rheinl. Duodecimal-Cubikzoll enthielt, verlor in reinem Regenwasser 586 Gran Cölln. $= a$; also $g = \frac{586}{2} = 293$ Gran, die eigenthümliche Schwere des Regenwassers für Duodecimal-Cubikzolle Rheinl. Maaßes.

2) Man nimmt einen festen Körper von willkührlicher Gestalt und Größe, (z. B. eine sogenannte Glasperle) doch aus solcher Materie verfertigt, die von den abzuwägenden Flüssigkeiten nicht angegriffen wird. Diesen wiegt man ein für allemal in der Luft und dann in einer Flüssigkeit, deren eigne Schwere bekannt ist, als in Wasser; so erfährt man seinen Verlust in derselben. Hierauf wiegt man ihn in derjenigen Flüssigkeit, deren eigenthümliche Schwere man erforschen will, und erfährt seinen Verlust in

dieser.

dieser. Nun findet man, was man sucht, durch Vergleichung; (nach 24. N. 5). Es sey der Verlust im Wasser = a, in Milch = b; die eigenthümliche Schwere des Wassers = g; der Milch = m; so ist, wie a : b = g : m; und

$$m = \frac{b}{a} g.$$

Beispiel. Eine Glasperle verlohr im Wasser 640 Gran, in der Milch aber 660 Gran; 1 Cubikzoll Wasser = g wiegt 293 Gran. Also wie 640 : 660 = 293 : m Gran für 1 Cubikzoll Milch. Dieser wiegt demnach $\frac{33}{32}$.

$293 = 302\frac{25}{32}$ Gran.

Oder, wenn man wissen will, wie vielmal die eine Flüssigkeit schwerer als die andere (Milch schwerer als Wasser) ist; so giebt $\frac{b}{a}$ diese Zahl. Also hier $\frac{660}{640} = \frac{33}{32} =$ 1,0313. So vielmal ist Milch schwerer als Wasser.

1. Anm. Weil es Flüssigkeiten giebt, die in die Zwischenräume fester Körper eindringen und sie auflösen, wie die Säuren die Metalle und manche Steinarten, so ist Glas der zu solchen Versuchen dienlichste Körper, weil dasselbe wenigstens in der kurzen Zeit, die man zu den Versuchen nöthig hat, von den allermeisten Flüssigkeiten nicht angegriffen wird. Es ist dabei gleichgültig,

was

was für eine Gestalt das Stück Glas habe, weil man hier blos auf sein Gewicht sieht.

2. Anm. Des Queckſilbers eigenthümliche Schwere läßt ſich aber nach dieſem Verfahren nicht beſtimmen, weil nur Gold und Platina del Pinto ſchwerer, alſo von allen feſten Materien die einzigen ſind, die ſich im Queckſilber von ſelbſt vermöge ihres Gewichts eintauchen. Aber auch dieſe können zu dieſen Verſuchen nicht gebraucht werden, weil das Queckſilber ſich an ihnen anhängt und ſie durchdringt. Man muß daher die eigenthümliche Schwere des Queckſilbers ſo ſuchen, daß man einerlei Gefäß (von Glas, gegoſſenem Eiſen oder Marmor u. dgl.) gleichvoll, erſt mit Queckſilber, dann mit Waſſer, gefüllt, wiegt.

26. Vermittelſt des Einſenkens im Waſſer die eigenthümliche Schwere einer feſten Maſſe zu erforſchen.

Die eigenthümliche Schwere des Waſſers iſt bekannt. Man ſuche den Verluſt eines eingeſenkten Stücks der abzuwägenden Maſſe. Man dividire ſein Gewicht durch dieſen Verluſt; ſo ergiebt der Quotient, wie vielmal die Maſſe ſchwerer iſt, als das Waſſer (nach 24. N. 4).

Beiſpiel. Ein Stück Gold wiegt 137 Gran und verliert im Waſſer $7\frac{1}{4}$ Gran, ſo iſt

dieſes Gold $\frac{137}{7\frac{1}{4}} = \frac{548}{29} = 18{,}896$

mal ſchwerer als Waſſer; und 1 Rheinl. Duodecimal-Cubikzoll Gold = 18,896 mal 293 Gran = $5536\frac{1}{2}$ Gran = 23 Loth $16\frac{1}{2}$ Gran.

27. Das letztere Verfahren in 26. dient die eigenthümliche Schwere anderer Flüſſigkeiten mit

mit der eigenthümlichen Schwere des Wassers zu vergleichen. Man wiegt die Glasperle ein für allemal in Wasser ab, um zu erfahren, wie viel sie darin verliert. Wiegt man sie nachher in andern Flüssigkeiten ab, deren eigenthümliche Schwere man sucht, und findet die Verluste am Gewicht; so dividirt man das, was sie in jeder Flüssigkeit verlor, mit dem, wieviel sie im Wasser verlor. Der Quotient drückt aus, wie vielmal die erforschte Flüssigket leichter oder schwerer als das Wasser ist; und dieser ist ein ächter Bruch, wenn die Flüssigkeit leichterer Art; ein unächter Bruch, oder bisweilen eine ganze Zahl, wenn die Flüssigkeit schwererer Art ist. Diese Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln, giebt eine große Bequemlichkeit in den Rechnungen.

Anm. Da man bei Abwägung des Wassers vermittelst sehr feiner Waagen die eigenthümliche Schwere der Wasserarten, als des Regenwassers, Brunnenwassers, Flußwassers, nicht genau einerlei findet; so wählt man gewöhnlich reines Regenwasser, welches unter freiem Himmel unmittelbar aus der Luft aufgefangen, und noch besser nachher destillirt worden ist, um das eigenthümliche Gewicht der übrigen Stoffe damit zu vergleichen, weil man es für das reinste hält.

28. Zwei, drei und mehr gleichgroße Körper, die ungleich schwer sind, verlieren zwar alle an sich genommen gleichviel, wenn sie unter Wasser getaucht werden; aber eben deswegen der schwerere von seinem Gewichte einen geringern Theil, als der leichtere. Ferner, zwei gleichschwere Körper von Materien, deren eigenthüm-

liche Schwere verschieden ist, sind ungleich groß; der aus leichterer Materie größer, als der aus schwererer. Also verliert auch der aus leichterer Materie mehr als der andere im Wasser von seinem Gewichte. Und man kann festsetzen:

Die eigenthümlichen Schweren zweier festen Körper, die in der Luft gleiche Gewichte haben, verhalten sich, wie die Verluste ihrer Gewichte im Wasser umgekehrt. Denn es seyen die Verluste der Gewichte im Wasser für den Körper A, = v; und für den Körper B, = V; die eigenthümlichen Schweren des A = S, und des B = s; die Größe des A, = m, und des B, = M; so verhalten sich

1) die eigenthümlichen Schweren, wie die Größen umgekehrt

S : s = M : m, weil A und B gleichschwer sind.

2) die Verluste im Wasser, wie die Größen,

V : v = M : m, also

3) S : s = V : v, d. i. die eigenthümliche Schwere von A zu der von B, wie der Verlust des B zu dem des A.

29. Hätte man zwei feste Körper von verschiedener Materie, verschiedener Größe und verschiedenem Gewichte, so ist das Verhältniß ihrer eigenthümlichen Schweren zusammengesetzt aus dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Verluste im Wasser und dem geraden ihrer Gewichte in der Luft. Denn, es sey die eigenthümliche

liche Schwere des A, = S; des B, = s; und des Wassers w; der Verlust des A, = v, und des B = V; das Gewicht in der Luft für A, = G; für B = g; so ist

S : w = G : v
und w : s = V : g } (nach 24. N. 4.)
also Sw : sw = GV : gv
und S : s = GV : gv = V : v und G : g zugleich.

30. Vermittelst des Untertauchens fester Körper, schwererer Art als Wasser, die eigenthümliche Schwere derselben zu erforschen.

Man wäge jeden in der Luft und merke sich sein Gewicht; man wäge auch jeden im Wasser und merke sich seinen Verlust. Man multiplicire das Gewicht des einen mit dem Verlust des andern, und sage: das eigenthümliche Gewicht des einen verhält sich zu dem des andern, wie das Product aus seinem Gewichte in den Verlust des andern, zu dem Producte aus seinem Verluste in das Gewicht des andern. Ist nun schon durch Vergleichung der eigenthümlichen Schwere des einen und des Wassers, die eigenthümliche Schwere des einen bekannt, so findet man leicht die eigenthümliche Schwere des andern, wenn man den Exponent des Verhältnisses ihrer eigenthümlichen Schweren mit jener bekannten multiplicirt.

Beispiel. Nach s'Gravesands Phys. L. II. c. 5. verlieren 137 Gran Gold im Wasser $7\frac{1}{4}$ Gran; und 248 Gran Silber in demselbigen

Wasser 24 Gran. Es sey hier (nach 28.) das Gold B, und das Silber A; so ist $137 = g$, und $248 = g$; ferner $v = 7\frac{1}{4} = \frac{29}{4}$ und $V = 24$.

Also $S : s = GV : gv = (137 . 24) : \frac{248 . 29}{4} = (137 . 24) : (62 : 29) = (137 . 12) : (31 . 29) = 1644 . 899 = 10000 : 5465$. Wäre nun das Gold (nach 12. der Stat.) 18,588 mal schwerer als Wasser, und von dieser eigenthüml. Schwere in Rheinl. Duodec. Cubikzollen 293 Gran; so wäre des Golds eigenthümliche Schwere in Rheinl. Duodec. Cubikzollen $= 18,588 . 293 =$ fast 5446,4 Gran. Folglich die eigenthümliche Schwere des Silbers auch in Rheinl. Duodec. Cubikzollen $= 5446,4$ Gran $\times 0,5465 =$ fast 2986,45 Gran.

1. Anm. Man kann den festen Körper, anstatt ihn unmittelbar an die Waage anzuhängen, auch in einen gläsernen Eimer, der zuvor im Wasser ins Gleichgewicht an der Waage gebracht ist, einlegen und auf diese Art abwägen. Eben so ließe sich das eigenthümliche Gewicht des Pulvers und Queckſilbers erforschen.

2. Anm. Salze und andere im Wasser auflösliche Materien kann man in Terpenthinöl oder dem feinsten Weingeist abwägen, und durch Vergleichung dieser Flüssigkeiten gegen Wasser die Verhältnisse der eigenthüml. Schwere jener festen Materien und des Wassers bestimmen. Es sey das Gewicht der abzuwägenden Materie $= g$, ihr Verlust in der Flüssigkeit $= v$, das Verhältniß der eigen-

genthümlichen Schwere der Flüssigkeit und des Wassers $= n$, so ist $\frac{g}{v} n =$ dem Verhältniß der eigenthümlichen Schwere der abzuwägenden Materie und des Wassers. Z. E. Ein Stück Steinsalz, 75 Gran schwer, verliert in rectificirtem Weingeist 30,3 Gran. So ist das Steinsalz $\frac{75}{30,3} = \frac{750}{303}$ mal schwerer als Weingeist. Aber rectificirter Weingeist ist 0,866 mal schwerer als Wasser (s. 12. in Stat.). Also ist das Steinsalz $\frac{750}{303}$. 0,866. 2,143 mal schwerer als Wasser.

31. Ein fester Körper, der leichter ist als eine eben so große Menge Wasser, sinkt in dasselbe nur so weit hinein, bis der eingetauchte Theil = ist dem Raum, den eine Menge Wasser einnimmt, die eben so viel wiegen würde, als der ganze eingesenkte Körper wiegt.

Denn der Körper K drückt mit seinem ganzen Gewichte auf das Wasser und leidet also einen eben so starken Gegendruck (6.) von dem ihn umgebenden Wasser gegen seinen eingetauchten Theil e. Wäre der Körper nicht da und in der Stelle des eingetauchten Theils Wasser, so litte dieses von dem übrigen Wasser noch denselben Gegendruck. Sein Gewicht muß also selbst diesem Gegendruck gleich seyn (nach 7.) d. i. = dem Gewichte des ganzen eingesenkten Körpers. Fig. 46.

32. Hieraus folgt:

1) Es verhalten sich die eingesenkten Schweren eines ins Wasser gesenkten Kör-

pers, und des Wassers, wie der eingetauchte Theil zum Ganzen. Denn, es sey das Gewicht des Körpers = p = auch dem Gewichte der mit dem eingetauchten Theile gleichgroßen Wassermenge. Der Körper bestehe durchaus aus einerleidichter Materie; das Gewicht des eingetauchten Theils sey x; so ist

$$x : p = e : K; \text{ also } x = \frac{e}{K} p.$$

Da nun der Raum für x, als das Gewicht des eingetauchten Theils = dem Raum für p, als das Gewicht der eben so großen Wassermenge, ist; so können x und p für die eigenthümlichen Schweren der Materie des Körpers, und des Wassers angenommen werden; und diese verhalten sich also, wie der eingetauchte Theil e zum Ganzen K.

2) Gleichschwere Körper von verschiedener Materie und Größe senken sich in gleichschweren Flüssigkeiten gleichtief, d. h. sowol jeder für sich immer gleichtief, als auch Einer um einen eben so großen aliquoten Theil seines Ganzen, als der andere.

3) Gleichgroße, aber ungleichschwere, Körper senken sich in einerlei Flüssigkeit ungleich tief; der schwerere tiefer, als der leichtere. Und es verhalten sich dann ihre eigenthümlichen Schweren wie die Theile, die sich von ihnen in einer und ebenderselben Flüssigkeit einsenken.

4) Eben-

4) Ebenderselbe Körper senkt sich in einer leichtern Flüssigkeit tiefer, als in einer schwerern. Und es verhalten sich die eigenthümlichen Schweren ungleich schwerer Flüssigkeiten umgekehrt, wie die Theile, die sich von einem und ebendemselben Körper in ihnen einsenken.

Anm. Schiffe, die auf dem Meere ohne Gefahr des Sinkens schwimmen, können in süßem Flußwasser, das leichter als Seewasser ist, wenn es auch noch tief genug wäre, doch zu Grunde gehen.

33. Die eigenthümliche Schwere einer Flüssigkeit vermittelst des Einsenkens eines festen Körpers leichterer Art als Wasser zu finden.

Man wiegt den einzusenkenden Körper, läßt ihn in der Flüssigkeit so tief als er kann einsinken, und sucht die Größe des eingesenkten Theils im Cubikmaaß; so ist diese zugleich der Cubikinhalt einer eben so großen Menge des Flüssigen, deren Gewicht = dem ganzen Gewicht des eingesenkten Körpers ist. Dieses Gewicht nun durch jenen Cubikinhalt (oder durch die Größe des eingetauchten Theils) dividirt, giebt die eigenthümliche Schwere in Cubikfußen, oder Cubikzollen, je nachdem jener Cubikinhalt in Fußen, oder Zollen, ausgedrückt ist.

Beispiel. Von dem Körper K = 200 Duodecimal-Cub.″ und 3 ℔ 26 Loth schwer, senkt sich die Hälfte in Wasser ein, also 100 c″. Jene 3 ℔ 26 Loth sind = 122 Loth

$= 29280$ Gran. Diese $\frac{29280}{100} = 292{,}8$ $=$ fast 293 Gran, sind die eigenthümliche Schwere von 1 Duodec. Cub. Zoll Wasser.

34. Man kann die eigenthümlichen Schweren der Flüssigkeiten auch dadurch mit einander vergleichen, daß man man einerlei festen Körper leichterer Art in sie versenkt, und bemerkt, wie tief er sich in jeder eintaucht; oder auch dadurch, daß man einen solchen Körper, in verschiedene Flüssigkeiten versenkt, so lange durch hinzugelegte Gewichte schwerer macht, bis er in allen gleich tief einsinkt, da man dann die zugelegten Gewichte zu vergleichen hätte, um das Verhältniß der eigenthümlichen Schweren der Flüssigkeiten zu bekommen. Zu dem Ende hat man Werkzeuge erfunden, die man Aräometer (hydrostatische Senkwaagen) und nach dem besondern Gebrauche, wozu sie eingerichtet sind, Bier- Brandwein- Salzproben u. s. w. nennt.

Anm. Das sogenannte Fahrenheitische Aräometer hat die bequemste Form, und ist in der Anwendung sicherer, als andere. Es bestehet aus einer Röhre, an welcher sich unten zwei hohle Kugeln befinden, in deren unterste man Bleischrot oder Queckſilber, so viel als nöthig ist, damit das Werkzeug sich bis auf gewisse Tiefe in eine gewisse Flüssigkeit einsenke, hineinlegt; die andere dient blos den Schwerpunct des eingetauchten Theils höher zu bringen, um die Röhre desto sicherer in der verticalen Lage zu erhalten. An der Röhre ist oben eine kleine Schale, Gewichte einzulegen, angebracht. Schon vor Fahrenheit haben Monconny, Arzt zu Lyon, in seiner

ner Reisebeschreibung, und der Pater Feuillée (Journ. des observat. de phys. Paris 1714.) ähnliche Einrichtungen beschrieben. Die zuzulegenden Gewichte lassen sich nach Monconys in Ringe geformt über die Röhre aufstecken, nach Leutmann (Comm. Petropol. T. V. p. 273) in die offne Röhre hineinwerfen. Faggot hat in den Abh. der Königl. Schwed. Acad. der Wiss. 1763, 49. S. und 1766, 257. S. nach Kästners Uebers. gelehrt, wie Aräometer zu allerlei Getränke eingerichtet werden können. Herr Langsdorf hat in seiner Abhandlung der Salzwerke, Gießen 1781 im 1. Theile S. 35. u. f. gezeigt, worauf man bei Verfertigung guter Salzspindeln zu sehen habe. Man sehe ferner Ioh. Gesner. diss. de hydroscopio constantis mensurae, Turic. 1754; und die Uebersetzung davon: Joh. Gesners physikmathematische Untersuchung von der Richtigkeit des Maaßes und dem Nutzen der Hydroscopien, Wien 1771; Memoire sur la construction des Aréomètres de comparaison, applicables au commerce des liqueurs spiritueuses, par M. de Montigny in den Mem. de l'ac. r. des sc. 1768. p. 435. Reflexions sur les aréomètres par M. le Roy in den Mem. de l'ac. etc. 1770. p. 526; Hombergs Beschreibung seines Aräometers in den Mem. de l'ac. etc. 1699. S. 46; Baumé Beschreibung des von ihm angegebenen im Avantcoureur für 1768. Nr. 45. 50. 51. 52. und für 1769. Nr. 2. Brissons gegründete Erinnerungen dagegen und sein eignes Verfahren in seinem physik. Wörterbuche, Art. Aréomètre; Historiae barylliorum rudimenta, Auct. C. H. Weigel, Gryphisw. 1785; Leupolds Theatr. Stat. II. §. sqq.; Branders Beschreibung einer neuen hydrostatischen Waage, Augsb. 1771. Diese besteht aus sechs einzelnen Salzspindeln, die so eingerichtet sind, daß der Gebrauch einer jeden für solche Flüssigkeiten eingeschränkt ist, deren eigenthümliches Gewicht zwischen ein Paar nahen, nur in Decimaltheilen von einander entfernten Gränzen fällt. Die Eintheilung der Röhre der Aräometer nach theoretischen Gründen durch Rechnung so zu bestimmen, daß

dasselbe anzeige, wie vielmal das eigenthümliche Gewicht des Wassers in dem der zu prüfenden Flüssigkeit, oder umgekehrt, enthalten ist, wird in Karstens Anfangsgr. der math. Wiss. 2. B. S. 198. u. f. und in dessen Anfangsgr. der Naturlehre S. 197. u. f. gelehrt. Schon im 4ten Jahrhundert war ein dem Aräometer ähnliches Werkzeug bekannt (Fermat. opera mathematica. Tolosae 1679.) und Thölden in seiner 1603 herausgekommenen Holographie gedenkt einer Spindel, eines hölzernen Cylinders, unten zugespitzt und mit Blei ausgegossen, als etwas sehr bekanntes. In dem zu Leipzig 1787 herausgekommenen 1sten Theile des physikalischen Wörterbuches von Joh. Sam. Traug. Gehler findet man unter dem Artikel Aräometer das Wissenswürdigste von diesem Werkzeuge beisammen.

35. Ein fester Körper kann nur dann auf dem Wasser schwimmen, wenn sein Schwerpunct g mit dem Mittelpunct der Größe des eingesenkten Theils e in einer und derselben lothrechten Linie ge liegt.

Denn der Mittelpunct der Größe des eingesenkten Theils ist zugleich der Schwerpunct der gleichgroßen Menge Wasser. Da man sich nun in dem Schwerpuncte den ganzen Druck eines Körpers vereinigt vorstellen kann; da ferner der Körper dann nicht sinkt, wenn sein Gegendruck lothrecht durch seinen Schwerpunct gehet; so kann man sich auch die Richtung des Gegendrucks vom Wasser in der lothrechten Linie durch e gedenken. Nun wird dadurch zwar der eingesenkte Theil ruhig erhalten; aber der ganze Körper noch nicht, wofern nicht diese lothrechte Linie des Gegendrucks auch durch seinen Schwerpunct g

gehet,

gehet.] Fällt daher dieser rechts oder links der durch e lothrechten Linie, so wird der Körper ein Bestreben äußern, rechts oder links sich zu neigen und seitwärts sich tiefer zu senken, bis er in eine solche Lage kömmt, da sein Schwerpunct mit dem Mittelpunct der Größe des eingesenkten Theils in einerlei lothrechter Linie fällt.

In dem Fall, da der Schwerpunct des festen Körpers in dem Mittelpuncte des eingesenkten Theils, oder niedriger als dieser, liegt, wird er gleichsam hangend erhalten; und hat besonders, wenn das letztere ist, einen weit sicherern Stand, als wenn sein Schwerpunct höher, oder über jenen Mittelpunct liegt.

Anm. Hieraus sieht man, warum man auf gewisse Art gestaltete Körper nicht in allen Lagen zum Schwimmen bringen kann; warum ein Kahn dem Umschlagen mehr ausgesetzt ist, wenn die Menschen darin aufgerichtet stehen, als wenn sie sitzen; warum man den Mastbaum in einem Schiffe näher dem Vordertheil als dem Hintertheil stellet; warum manche Einrichtungen bei Fähren u. s. w. falsch und unsicher sind; u. s. w. daß das Schwimmen dem Menschen beschwerlich ist, kömmt unter andern mit daher, weil die dabei anzunehmende Stellung ihm ungewöhnlich ist.

36. Die eigenthümliche Schwere fester Körper leichterer Art als Wasser zu erforschen.

1) Man hänge einen gläsernen Eimer, den man mit einem metallenen durchlöcherten Deckel verschließen kann, an die eine Schale der Waage, lasse ihn im Wasser gänzlich untertauchen, und bringe ihn in das Gleichgewicht. Man wiege

den

den abzuwägenden Körper und lege ihn darauf in den Eimer, da dann der Deckel dieses denselben am Steigen hindert. Man lege in die Waagschale, an der der Eimer hängt, so viel Gewicht zu, bis er wieder ins Gleichgewicht kömmt. Dieses Gewicht addire man zu dem vorhingefundenen Gewichte des Körpers, und dividire mit dieser Summe in das Gewicht des Körpers allein: so ist der Quotient ein ächter Bruch, der die eigenthümliche Schwere des festen Körpers in Vergleichung mit der des Wassers angiebt.

Denn es sey p das Gewicht des Körpers, und G das Gewicht einer gleichgroßen Menge Wassers, so wird der Körper mit einer Kraft $= G - p$ aufwärts getrieben. Es sey g das hinzugelegte Gewicht, welches den Eimer mit dem Körper im Wasser in das Gleichgewicht bringt; so ist $g + p = G$, und $p : G = p : g + p$; also $\frac{p}{g + p}$ das Verhältniß der eigenthümlichen Schwere des Körpers und Wassers.

Anm. Ein Stück Birnbaumholz wog 205 Gran, und brauchte, im Wasser erhalten zu werden, 104 Gran. Eine gleichgroße Menge Wasser wog also $205 + 104 = 309$ Gran. Demnach ist die eigenthüml. Schwere des Birnbaumholzes zu der des Wassers wie $205 : 309 = 0{,}663 : 1{,}000$.

2) Oder, man hänge vermittelst eines Pferdehaars, oder am Gewichte befindlichen Hakens, so viel Gewicht an den abzuwägenden Körper, der an der einen Waagschale hängt, bis er

untertaucht. Hierauf nehme man ihn mit dem ihm anhangenden Gewicht aus dem Wasser heraus, lasse ihn abtrocknen und wäge beide zusammen in der Luft. Dieses Gewicht ist der Verlust beider in Verbindung im Wasser. Man wäge auch den Körper allein, (diesen kann man auch sogleich anfangs, ehe man ihn ins Wasser bringt, wiegen;) desgleichen das angehangene Gewicht allein erst in der Luft und dann im Wasser, um seinen Verlust im Wasser zu finden. Diesen ziehe man von dem gemeinschaftlichen Verluste beider ab; und dividire mit dem Rest in das Gewicht des Körpers allein.

Denn, es sey der Verlust beider in Verbindung = h; des angehangenen Gewichts allein = m; so ist h — m = dem Verluste des Körpers = n. Dieser wiege = a; so ist $\frac{a}{b}$ = die eigenthümliche Schwere desselben, in Vergleichung mit dem Wasser (nach 24. N. 4.).

Anm. Ein Stück Kork wog in der Luft $67\frac{1}{2}$ Gran = a, und brauchte $277\frac{1}{2}$ Gran angehangenes Gewicht, um im Wasser unterzutauchen. Beide zusammen wogen also 345 Gran = h. Das angehangene Gewicht verlor im Wasser $22\frac{1}{2}$ Gran = m. Es war also h — m = $345 - 22\frac{1}{2} = 322\frac{1}{2}$ Gran = n.

Folglich $\frac{a}{n} = \frac{67\frac{1}{2}}{322\frac{1}{2}} = \frac{135}{645} = \frac{9}{43} =$ 0,2093 mal, also fast 5mal leichter als Wasser. Aus diesem Versuche erhellet auch, daß ein Stück Kork eines

nen

nen 4mal schwerern Körper im Wasser schwimmend erhalten kann.

37. Aus dem Gewichte eines festen Körpers, der auf dem Wasser schwimmend erhalten wird, die Größe des eingetauchten Theils im Cubikmaaß zu finden.

Man berechne den Cubikinhalt einer Menge Wasser, die eben so viel wiegt, als der ganze Körper, in Cubikfußen oder Cubikzollen, nachdem man das Gewicht des festen Körpers mit dem Gewichte eines Cubikfußes oder Cubikzolles Wasser dividirt.

Anm. Z. B. ein Cubikfuß Wasser wiegt 66 Pfund; der darauf schwimmende Körper 264 Pfund; so ist $\frac{264}{66} = 4$ Cubikfuß die Größe des eingetauchten Theils.

38. Aus der Größe des eingetauchten Theils das Gewicht des ganzen schwimmenden Körpers zu finden.

Man multiplicire die Zahl der Cubikfuße, oder Cubikzolle, des eingetauchten Theils, mit dem Gewichte eines Cubikfußes, oder Cubikzolles, Wasser; so ist das Product das Gewicht einer Menge Wasser von der Größe des eingetauchten Theils, also zugleich das Gewicht des schwimmenden Körpers.

39. Anm. 1. Man bedient sich der Eigenschaft des Wassers, feste Körper, die specifisch leichter sind, zu heben: um versunkene Lasten aus der Tiefe zu ziehen. Man versenkt nämlich von leichtern Materien gemachte Gefäße vermittelst angehängter Gewichte da,

wo

wo die versunkene Last auf dem Boden des Wassers liegt; befestigt diese an jenen, welche man hierauf ganz, oder zum Theil, nach Erforderniß von ihren Gewichten befreiet; so hebt das Wasser diese mit der Last, vorausgesetzt, daß diese leichter ist, als jene weggenommenen Gewichte.

Anm. 2. Auch gründet sich hierauf die Art und Weise, einen Körper schwererer Art als Wasser auf demselben zum Schwimmen zu bringen. Man verbindet ihn nämlich entweder mit einem Körper leichterer Art als Wasser, mit Kork, luftvollen Blasen, Holz, oder mit Körpern schwererer Art, die man für sich in einen so großen Raum ausgedehnt hat, daß, wenn dieser mit Wasser ausgefüllt würde, derselbe viel mehr wöge, als der Körper selbst: Wasserharnisch, Schwimmgürtel, mit Luft gefüllte Fässer, Schiffe, Pontons, Täucherglocke, u. s. w. (Ioh. Friedr. Bachstrohm Art de nager, Amsterd. 1741; Kunst zu schwimmen, Berlin 1742; Memoires du C. de Forbin, Amsterd. 1730. T. I. p. 363; la Chapelle Schwimmkleid oder Scaphander, aus dem franz. Warschau 1776; Acta Erudit. Lipsi. 1691. pag. 37. seq.; Letters on philosophical subjects by Benj. Franklin, Letter LV. in dessen Exper. and Observat. on Electricity, Lond. 1769. S. 463; L'art de nager avec des avis de se baigner utilement, par Thevenot, orné de XXII. figures, à Paris 1781; Hamburg. Magazin, 1. B. S. 327; 3. B. S. 670; 21. B. S. 334.

40. Anm. 1. Wenn zwei Materien mit einander vermischt werden, z. B. zwei Metalle zusammengeschmolzen, Salz in Wasser aufgelöst, Wein und Brandwein zusammengegossen werden; so wird es sich fast nie zutragen, daß sie beide in der Vermischung einen Raum einnehmen, = der Summe der Räume, die sie einzeln einnahmen. Denn jede Materie hat Zwischenräume, die, wenn nicht ganz leer, doch mit einer leichtern bald verdrängbaren Materie angefüllt sind; es können

nen daher bei der Vermischung Theile der einen Materie die Zwischenräume der andern ausfüllen; auch kann bei der Vermischung die Form der Theile so geändert werden, daß sie kleinere Zwischenräume lassen, und also näher an einander liegen. In beiden Fällen kann die vermischte Masse nicht so viel Raum einnehmen, als beide einzeln einnahmen. (Man sehe darüber: Glaubers Beschreibung einer neuen Destillirkunst, Amst. 1661. 4. Th. S. 97; Bechers Chym. Concordanz, Halle 1726. S. 109; Einsporns Untersuchung, wie weit durch Wasserwägen der Metalle Reinigkeit könne bestimmt werden, Erlang. 1745; Schwed. Abhandl. nach Kästner 1744. S. 211; desgl. 1757. S. 303; Experiences sur le poids du sel et la gravité specifique des saumures faites et analysées par M. Lambert, in der hist. de l'ac. de Prusse 1762. Tom. 18. p. 27. seq. deutsch übersetzt bei Branders Beschreibung einer neuen hydrostatischen Waage, Augsb. 1777.)

Es giebt auch Materien, deren kleinste Theile einander, wie gleichnamige Pole eines Magneten, wegstoßen; mag auch solche geben, deren Theile bei der Vermischung eine solche Form bekommen, daß sie größere Zwischenräume lassen und eine lockerere Materie bilden. In beiden Fällen beträgt der Raum, den die Vermischung ausfüllt, mehr, als die Summe der Räume von beiden einzeln. (M. s. Hahn de efficacia mixtionis in mutandis corporum voluminibus, Leid. 1757; Comm. Ac. Petropol. Tom. XIII. p. 382; Tom XIV. p. 252; Zeihers Programm mixtionum metallicar. examen hydrostat. Wittenb. 1764; Kästners Abhandlung unter dem Titel: de mixtorum examine hydrostatico. Comm. Nov. Soc. Sc. Goett. 1775. p. 102.

Anm. 2. Diese Bemerkungen zeigen, wie unsicher das Abwägen einer, aus zwei verschiedenen Materien vermischten, Materie im Wasser anzeige: wie viel von jeder Materie in der Vermischung sey: Denn dabei muß man voraussetzen, daß die Vermischung genau

einen

einen eben so großen Raum einnehme, als die vermischten Materien einzeln zusammen einnahmen. Man hat über diesen Versuch zwei Bücher des Archimedes, von dem Vitruv 9. B. 3. Cap. sagt, daß er der erste gewesen, der denselben angestellt habe: Archimedis Oper. per Isaac. Barrow, Lond. 1675. p. 245. lateinisch; griechisch von David Rivaltus a Flurantia, Paris. 1615. Ich will hier die Auflösung der Aufgabe nach Karstens Ausz. u. s. w. Hydrostat. S. 321. und 322. hersetzen.

41. Hydrostatische Untersuchung, wie viel von jeder Materie in einer Vermischung, die aus zwei einzelnen zusammengesetzt ist, enthalten sey; vorausgesetzt, daß die Vermischung noch eben so viel Raum einnimmt, als beide einzelne Materien zusammen vor der Vermischung, und daß man die vermischten Materien kennt.

Man suche das eigenthümliche Gewicht jeder Materie, wofern es nicht schon bekannt ist; man suche das eigenthümliche Gewicht der vermischten Masse; hierauf berechne man, nach der Alligationsregel, das Verhältniß, in welchem beide Materien zur Vermischung genommen sind; und endlich, nach der Vermischungsregel (Societätsregel), wie viel eigentlich von jeder Materie in der Vermischung enthalten sey.

Anm. Archimedes fand die Krone des Sicilianischen Königs Hiero 20 Pfund schwer und ihren Verlust im Wasser $1\frac{1}{4}$ Pfund = 9600 Gran. Es frägt sich, wie viel Gold und wie viel Silber war in der Krone?

1) Man berechne aus dem bekannten eigenthümlichen Gewicht des Goldes und Silbers (nach 12.): wie viel 20 Pfund rein Gold, und wie viel 20 Pfund Silber im Wasser verlieren. Man findet das Erstere

$= \frac{20 \text{ Pfund}}{19{,}64} = \frac{153600}{19{,}64} = 7821$ Gran; und

das Letztere $= \frac{20 \text{ Pfund}}{11{,}091} = \frac{153600}{11{,}091} = 13849$ Gran.

2) Man setzt an:

20 Pfund vermischtes Gold verlieren	9600	Gran
20 Pfund reines Gold —	7821	—
Unterschied =	1779	Gran.

Ferner,	20 Pfund Silber	verlieren	13849 Gran
	20 Pfund vermischtes Gold		9600 —
	Unterschied =		4249 Gran.

Also sind auf 4249 Gran reines Gold 1779 Gran Silber zugesetzt, und dies giebt eine 6028 Gran schwere Vermischung.

3) Man setzt an:

Wie vermischtes Gold zu reinem Gold; so vermischtes Gold zu reinem Gold

6028 Gran : 4249 = 20 Pfund : x

das giebt x = 14,1 Pfund reines Gold;

also 5,9 Pfund Silber.

42. Ueber einander liegende Wasserschichten können nicht einerlei Gewicht haben, jede tiefer liegende muß schwereres Wasser enthalten.

Fig. 47. Man gedenke sich das Wasser in einem Gefäße in Schichten, a, b, c, d eingetheilt; so wird b von a gedrückt, und weil dadurch seine Theile näher zusammengebracht werden, dichter und schwerer; c wird von b und a zusammengepreßt, muß also noch dichter und schwerer seyn

als

als b; und so wieder d noch dichter und schwerer als c.

Hieraus folgt:

1) Daß die eigenthümliche Schwere des Wassers in verschiedenen Tiefen verschieden ist.

2) Daß ein fester Körper, der nahe am Boden des Gefäßes im Wasser schwimmend erhalten wird, nahe unter der Oberfläche dieses nicht wird können.

Anm. 1. Daß dieses wirklich so sey, hat mich folgender Versuch gelehrt: Ich hing einem Stücke Kork so viel Gewicht an, daß dasselbe unter reines destillirtes Wasser tauchte, und in demselben unten nahe am Boden des Gefäßes schwebend blieb, ohne den Boden zu berühren. Beides wog zusammen in der Luft 297 Gran Cöln., und diese waren also im Wasser unwirksam geworden. Ich hing den Kork vermittelst eines Pferdehaars, das ich zuvor schon an der Waage in das Gleichgewicht gebracht hatte, an die eine Schale einer feinen Waage, und rückte diese 2 Zoll 4 Linien Rheinl. Duodec. in die Höhe. Der Kork hätte folgen müssen, wenn er in allen Wasserschichten gleichviel von seinem Gewichte verlöre; aber das geschah nicht, und ich mußte $\frac{3}{4}$ Gran Gegengewicht in die andere Schale legen, ehe sich die Waage wieder in das Gleichgewicht setzte. Also blieben dem Korke nebst seinem Anhängsel in der 28 Linien höhern Schicht noch $\frac{3}{4}$ Gran Gewicht übrig, und um so viel ist die eigenthümliche Schwere des Wassers in dieser Schicht kleiner als in der 28 Linien niedrigern. Jene Schicht lag noch 4 Linien unter des Wassers Oberfläche. Daraus folgt, daß in dem gebrauchten Wasser die eigenthümliche Schwere einer 4 Linien tief unter der Oberfläche liegenden Schicht, zu der eigenthümlichen Schwere einer 32 Linien tief unter der Oberfläche lie-

genden Schicht, sich verhält, wie 297 : $296\frac{1}{4}$, d. i. wie 1,0000 : 0,9974.

Daß dieser Versuch sonst schon von Jemandem angestellt wäre, ist mir nicht bekannt. Aber schon Canton hat gefunden, daß der Druck der Atmosphäre das Wasser um 0,0000046 seines Raums, den es, vom Druck der Atmosphäre befreiet, einnimmt, vermindert. (Man sehe Kästners Anfangsgründe der angew. Mathem. Aerost. §. 63. Anm. 2., und Phil. Transact. for 1762. Vol. 52. p. 640; for 1764. Vol. 54. p. 261; auch im neuen Hamb. Magaz. 70. St. S. 360.)

Anm. 2. Bei hydrostatischen Versuchen über die eigenthümliche Schwere mehrerer Flüssigkeiten würde also, wenn diese mit einander verglichen werden sollten, noch darauf mit zu sehen seyn, daß man den festen Körper in Allen in gleicher Tiefe unter der Oberfläche abwöge. Da auch ein verschiedener Grad der Wärme das Wasser in verschiedene Räume ausgedehnt seyn läßt, so wird bei genauen hydrostatischen Versuchen auch das Thermometer ein nothwendiges Werkzeug.

Die

Die Aerometrie.

1) Begriff und Maaß der Elasticität.

1.

Elastisch heißt eine flüssige Materie, wenn sie sich zusammendrücken läßt, sich aber, nach aufgehobener Ursach des Zusammendrückens, von selbst wieder in ihren vorigen Raum ausbreitet.

2. Während dem Zusammendrücken werden die Bestandtheile der Materie immer näher und näher an einander gebracht, also wird die Materie dichter. Je dichter sie aber wird, desto mehr widersteht sie dem Zusammendrücken; und es läßt sich ein Grad ihrer Dichtigkeit denken, bei dem sie einer bestimmten Kraft des Zusammendrückens so stark widersteht, daß sie deren Wirkung gänzlich aufhebt. Man kann diese mit der Verdichtung einer Materie verbundene Fähigkeit, einer zusammendrückenden Kraft zu widerstreben, die ausdehnende Kraft, Elasticität, Federkraft, nennen, und die Größe derselben nach der zu einer gewissen Verdichtung erforderlichen zusammendrückenden Kraft schätzen; auch so die Elasticität verschiedener Materien nach der verschiedenen Größe der Kraft, welche zu einerlei Verdichtung bei Allen erfodert wird, vergleichen.

Eine und eben dieselbe flüssige Materie ist verschiedener Grade von Elasticität fähig, die mit dem Zusammendruck wachsen, und mit dem Ausdehnen abnehmen. Beide, die Zunahme sowol, als die Abnahme, werden ihre Grenzen haben; jene, wenn die Theilchen so nahe an einander gebracht sind, daß sie nicht näher zusammengedrückt werden können; diese, wenn die Theilchen sich kaum noch in einem Puncte berühren, und bei noch stärkerm Ausdehnen der Materie sich ganz von einander trennen müssen.

Fig. 48. 3. Wenn eine elastische Flüssigkeit A in einem Gefäße nmop sich befindet, und durch den Druck P eines Stempels s zusammengedrückt wird, so widerstehen der Boden und die Seitenwände des Gefäßes der ausdehnenden Kraft der Materie, und sie drängt bei ihrer Verdichtung, nicht blos dem drückenden Stempel entgegen, sondern auch gegen Boden und Seitenwände des Gefäßes, auf jeden Punct gleich mächtig. Ihre Elasticität kömmt mit dem Drucke des Stempels in das Gleichgewicht, wenn sie so stark entgegendrängt, als jener drückt. Wäre statt des Stempels eine Wassersäule da, deren Gewicht dem Druck des Stempels gleich wäre, so wäre die Wirkung der Elasticität der Flüssigkeit gegen diese Wassersäule dem Gewicht derselben gleich. Also kann man die Wirkung der Elasticität jeder Flüssigkeit auf eine Fläche mit dem Gewichte einer Wassersäule vergleichen, deren Grundfläche der Fläche, wogegen die elastische Materie wirkt, gleich ist. Die

zu dieser Wassersäule erforderliche Höhe wird gefunden, wenn man ihr Gewicht durch das Gewicht eines Cubikfußes, oder Cubikzolles Wasser dividirt, und den Quotienten abermals durch die Grundfläche dividirt. Denn die erstere Division giebt den Cubikinhalt der Säule, und die andere die Höhe derselben.

Man kann diese Höhe einer mit der Elasticität gleich mächtig wirkenden Wassersäule auf gleicher Grundfläche mit der der Elasticität ausgesetzten Fläche, die der Elasticität einer flüssigen Materie zugehörige Höhe nennen.

So lange die flüssige Materie und ihre Elasticität einerlei bleiben, ist auch diese Höhe einerlei, die gepreßte Fläche mag groß oder klein seyn. Denn die doppelt=, dreimal= größere Fläche wird doppelt=, dreimal= stärker von der einerlei hohen Wassersäule gedrückt.

4. Die mathematische Kenntniß von der Wirkung elastischer flüssiger Materien im Zustande des Gleichgewichts, enthält die Aërometrie (Aërostatik). Sie hat ihren Namen von der Luft, weil diese unter allen Flüssigkeiten die meiste Elasticität äußert, wovon uns die Erfahrung überzeugt, wenn wir eine mit Luft gefüllte Blase zusammendrücken und wieder frei lassen, ein Spitzglas, oder oben verschlossene Glasröhre voll Luft mit der Oeffnung bis auf den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes hinunterdrücken und wieder heraufziehen, u. s. w.

Anm. Wolf sammlete die vor ihm angestellten Untersuchungen über die Luft nebst seinen eigenen in eine besondere Wissenschaft, die er unter dem Titel: Elementa Aërometriae 1709. herausgab. Unter den Neuern hat sie de Luc am meisten vervollkommnet.

2) Eigenschaften der Luft.

A) Druck der Luft.

5. Wenn man eine Röhre, die an beiden Enden offen ist, in Wasser steckt, so tritt dieses (nach 7. in Hydrostatik) so weit in ihr hinauf, als es außerhalb in dem Gefäße steht. Verschließt man darauf die obere Oeffnung mit dem Finger, und zieht die Röhre aus dem Wasser heraus, so sieht man kein Wasser aus ihr fließen, obgleich sie unten offen ist.

Anm. Bei Röhren über 32 Fuß lang würde dies, wie aus dem Folgenden erhellet, nicht erfolgen, da man sich aber auch zu diesem Versuche nie so langer Röhren bedienen wird, so wird man den erwähnten Erfolg allemal sehen.

6. Diese Erfahrung beweist, daß die Luft drückt. Denn weder der Finger, noch die innere Fläche der Röhre kann eine Kraft haben, das Wasser in ihr auf die Art zu halten. Also muß dieses ein Druck von unten gegen das Wasser thun. Wovon sollte aber dieser Druck anders verursacht werden, als von der unten befindlichen Luft? Also drückt die Luft nach oben, und dieser Druck nach oben kömmt ihr von einem Druck nach unten, den die um und über der

Röhre

Röhre befindliche Luft verursacht. Also ist die Luft auch schwer.

Anm. Ehemals legte man der Natur eine fugam vacui bei, und erklärte daraus die Erscheinungen, woran die Schwere der Luft Schuld ist. Henric. Morus erträumte sich in seinem principio hylarchico einen spiritum naturae. J. C. Sturm aber widerlegte seine phantastischen Ideen in der epistola ad Henr. Morum, de principio hylarchico. Schon Aristoteles hielt die Luft für schwer. Sein angeführter Versuch mit luftvollen Blasen an einer Waage gewogen, bestätigen nicht immer die Schwere der Luft, wovon sich aber leicht Grund angeben läßt. Auch Descartes machte sich richtige Begriffe von der Sache, denn er erklärt schon die Erhebung des Wassers und das Hängenbleiben desselben im Stechheber aus dem Druck der Luft. (Renat. Descartes Epistolae, 1682. Part. II. Ep. 91. 94. und 96. und Part. III. Ep. 102.)

7. Die Luft muß über der Erde überall gleich hoch stehen: sonst würden die höhern Lufttheile sich vermöge ihrer Schwere in die niedrigern Stellen hinabbewegen. Und ist die Erdoberfläche kugelrund, so setzt sich die Luft um sie in Gestalt einer kugelförmigen Rinde herum: denn nur alsdann steht sie durchgängig gleich hoch über der Erde, und hält sich in sich selbst auf allen Seiten das Gleichgewicht.

Anm. Dieserhalb wird sich die Höhe der die Erde umgebenden Luft bestimmen lassen, so bald man ihren Druck und specifisches Gewicht, auch Elasticität genau kennt.

8. Der Druck der Luft, welche die Erde umgiebt, ist so groß als der Druck einer

Wassersäule von 31 bis 32 Fuß Rheinl. Höhe auf gleicher Grundfläche.

Man hat eine Röhre, die über 32 Fuß hoch war, unten mit einem Hahn verschlossen, darauf mit Wasser gänzlich angefüllt, und oben sehr genau verschlossen; hierauf unten ein Gefäß mit Wasser so untergestellt, daß das untere Ende der Röhre unter Wasser war. Nachdem man den Hahn öffnete, sank anfangs das Wasser in der Röhre und floß unten in das Gefäß aus, hörte aber bald mit Fließen auf und blieb in der Röhre auf einer Höhe von 31 bis 32 Fuß Rheinl. stehen.

Da nun dieses von nichts Anderm, als von dem Druck der Erdluft auf das Wasser in dem untergesetzten Gefäße verursacht wurde, so hielten sich hier zweierlei flüssige Materien einander das Gleichgewicht, nämlich die Luft und das Wasser, und der Druck der Luft war dem Druck einer 31 bis 32 Fuß hohen Wassersäule über derselben Grundfläche gleich.

Höher hat man niemals das Wasser in der Röhre stehen gesehen; und daher ist der Druck der Luft nicht vermögend, das Wasser höher zu halten.

Anm. Gelegenheit zu diesem Versuche gaben die mißlungenen Anordnungen, die ein florentinischer Gärtner an seinen Wasserplumpen machte, die das Wasser höher als 18 Ellen heben sollten. Gal. Galilai, der deshalb befragt wurde, entdeckte zwar, daß die Gewalt, welche das Wasser in den Saugepumpen hebt, so eingeschränkt sey, daß sie dasselbe nicht über 32 Fuß heben kön-

könne; hatte aber von der hiebei wirkenden Ursach noch nicht die richtigen Begriffe. Der Erste, der diesen Versuch angestellt hat, scheint Caspar Bertus zu Rom gewesen zu seyn. (Schotti Mechanica Hydraul. Pneum. p. 308.) J. C. Sturm beschreibt den von ihm angestellten in seinem Colleg. Curios. P. I. Tent. 7. p. 40; und Herr Hofr. Kästner in seinen Anfangsgr. der angew. Math. Aerometrie, §. 31. den Versuch des Prof. Hausen in Leipzig.

9. Der (in 8.) erzählte Versuch läßt sich bequemer anstellen, wenn man eine Flüssigkeit nimmt, die vielmal schwerer als Wasser ist. Und eine solche ist Queckſilber, welches 14mal schwerer als Wasser ist (Stat. 12.). Es wird daher eine Queckſilbersäule, deren Höhe 14mal kleiner, als die Höhe der Wassersäule ist, dem Drucke der Luft das Gleichgewicht halten; diese würde also hoch seyn $= \frac{32 \cdot 12''}{14} = \frac{32 \cdot 6''}{7}$ $= 27\frac{3}{7}''$; wofür man 28 Zoll nehmen kann.

Anm. 1. Macht man daher diesen Versuch mit Queckſilber, so braucht man eine Röhre, die nur etwas länger als 28 Zoll ist. Diese Röhre muß von Glas seyn. Man versiegelt, oder schmelzt sie an dem einen Ende zu; füllt sie mit Queckſilber allmälig ganz an, wobei man Acht hat, daß keine Luft zwischen, oder neben dem Queckſilber bleibt; verschließt dann die Oeffnung mit dem Finger und bringt sie so verschlossen unter Queckſilber in einem Gefäße; zieht darauf den Finger heraus und stellt die Röhre auf den Boden des Gefäßes. Anfangs wird sich das Queckſilber in der Röhre senken und unten in das Gefäß ausfließen, aber bald in einer Höhe von 27 bis 28 Zollen über der Oberfläche des in dem Gefäß befindlichen Queckſilbers stehen bleiben. Der Raum über dem Queckſilber in der Röhre ist dann luftleer.

Anm. 2.

Anm. 2. Auf diesen Versuch kam Evangelista Torricelli, Mathematicus des Großherzogs von Toskana, zuerst, im Jahre 1643; daher auch noch jetzt eine so eingerichtete Röhre die torricellische Röhre, und der luftleere Raum in derselben über dem Queckfilber die torricellische Leere (vacuum Torricellianum) heißt. Der Pater Mersenne, machte den Versuch in Frankreich bekannt. Pascal und Petit wiederholten ihn zuerst. Ersterer schrieb, 23 Jahr alt, darüber seine Experiences nouvelles touchans les vuides, Paris 1645, und seinen Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air, Paris 1663. Georg Sinclair, Prof. zu Glasgow, stellte ihn mit vieler Behutsamkeit an, und erläuterte dadurch die Lehre von dem Drucke der Luft, indem er viele Schwierigkeiten aus dem Wege räumte, die Andere dabei gefunden hatten, in seiner arte nova et magna gravitatis et levitatis, Rotterdam 1669. Von ihm rührt auch der Name dieses Werkzeugs Baroscopium her, der nachmals unrichtig in Barometrum verwandelt wurde. Der große Haufe, der in diesem Werkzeuge das Talent eines Wetterpropheten zu bemerken glaubte, und dieser Qualität wegen ihm Achtung erzeigte, nannte dasselbe Wetterglas. Wird nämlich die torricellische Röhre an ein Brett, auf welchem eine Abtheilung von Zollen und Linien gemacht ist, befestigt, so kann man jederzeit die Höhe, in welcher das Queckfilber in der Röhre steht, genau beobachten, auch sehen, um wie viel sich diese von Zeit zu Zeit ändert. Man nennt diese Höhe die Barometerhöhe. Diese zeigt sich, nicht allein in verschiedlich hohen Regionen der Luft, sondern selbst an einem und ebendemselbigen Orte, in einer längern Zeit sehr verschieden. Das arithmetische Mittel zwischen der an einem Orte längere Zeit hindurch beobachteten größten und kleinsten Höhe, benennt man die mittlere Barometerhöhe des Orts.

Dieses Werkzeug hat nachher mancherlei andere Einrichtungen bekommen, wohin Huyghens Doppelbarometer

rometer, Hooks verbessertes Doppelbarometer, Hooks Radbarometer, Morlands schiefwinklichtes, Johann Bernoullis rechtwinklichtes, Amontons conisches, Amontons verkürztes, Mairans verkürztes, Hooks und Amontons Meerbarometer, Prins einfaches Barometer, die in Leupolds Theatr. aëroſtat. Tab. IV. und Tab. VIII. vorgestellten Reisebarometer, de Lucs Reisebarometer, Magellans, des Assier Perica im Lichtenberg. Magaz. für das Neueste aus der Physik, 1. B. 3. St. S. 98, und ein anderes im 11. B. 1. St. S. 129. beschriebenes Reisebarometer u. s. w. gehören. Man findet von den Meisten der Genannten umständlichere Nachricht und Abbildungen in de Lucs Untersuchungen über die Atmosphäre, aus dem Franz. Leipzig 1776. 1. Th. S. 17. u. f.; und in Gehlers Physikal. Wörterbuche, Art. Barometer.

10. In den niedrigsten Gegenden an der Erdfläche drückt also die Luft gegen jede Fläche so stark, als wenn eine Queckſilbersäule 28 Zoll hoch, oder statt deren eine 32 Fuß hohe Wassersäule darauf lastete.

Ferner, hat man die Barometerhöhe an einem Orte zu einer gewissen Zeit beobachtet, so läßt sich der Druck der Luft gegen jede Fläche an dem Orte und zu der Zeit der Beobachtung leicht berechnen. Man berechnet nämlich den Druck einer Queckſilbersäule, auf gedachter Fläche mit einer der beobachteten Barometerhöhe gleichen Höhe; oder einer Wassersäule auf gedachter Fläche mit einer 14mal größern Höhe, als die beobachtete Barometerhöhe ist.

Anm. Hier wird das Queckſilber im Barometer von der Reinigkeit angenommen, daß es 14mal schwerer als das Wasser ist, dessen eigenthümliches Gewicht man kennt und bei dieser Rechnung gebraucht.

Z. E.

Z. E. Es sey die beobachtete Barometerhöhe 28 Rheinl. Zoll, so ist die Höhe gedachter Wassersäule 14 . $28'' = 392'' = 32\frac{3}{4}$ Fuß. Es drückt also die Luft auf einen Rheinl. Quadratfuß so stark als das Gewicht von $32\frac{3}{4}$ Cubikfuß Wasser beträgt. Und dieses ist 66 Pfund . $32\frac{3}{4} = 2161\frac{1}{2}$ Pfund.

Fig. 49. 11. In Torricellis Barometer sey die Barometerhöhe zu einer gewissen Zeit ac; so wird die Queckſilbersäule ac von der Luft getragen. Zu einer andern Zeit sey das Queckſilber in der Röhre bis b gefallen und dafür in dem Gefäße bis d gestiegen; so wird jetzt die Queckſilbersäule bd getragen. Die Höhe der Queckſilbersäule, welche jetzt weniger getragen wird, als vorher, ist also $= ac - bd = ab + bd + dc - bd = ab + dc$.

Von dieser Höhe kann ab unmittelbar gemessen werden; um aber dc zu finden, muß man den Cubikinhalt der in der Röhre durch des Queckſilbers Fall verschwundenen Queckſilberschicht ab . n, durch den horizontalen Querschnitt des Gefäßes m dividiren: denn dc . m ist = ab . n, weil so viel Queckſilber, das oben fällt, unten herausfließt. Man muß also die horizontalen Querschnitte, sowol der Röhre n, als auch des Gefäßes, das hier cylindrisch angenommen wird, m, messen. Oder, man nimmt ein so weites Gefäß, daß m sehr vielmal größer als n ist, so daß dc nur eine unmerkliche Höhe wird, wenn ab = 1 bis 2 Zoll beträgt, indem sich das Queckſilber über die breite Fläche m ausbreiten muß.

12. An dem Schenkelbarometer bedarf man für jeden Schenkel einer, also einer doppelten, Scale, die man beide von einer gewissen Horizontallinie gg anfangen läßt. Bei der Beobachtung zieht man dann die Höhe der Queckſilbersäule in dem kleinern Schenkel von der Höhe derſelben im Größern, jedesmal ab, um die wahre Höhe der mit dem Druck der Luft im Gleichgewicht ſich erhaltenden Queckſilberſäule . fg — gn = fn zu finden. Man kann aber auch die Scale von der über der Mündung des kleinern Schenkels liegenden Horizontallinie pp anfangen laſſen, und die Abtheilungen ſowol nach oben hinauf, als nach unten herunter zeichnen und zählen. Alsdenn hat man fp + pn = fn. Fig. 50.

Anm. Ueber die Verfertigung und den Gebrauch des Barometers ſehe man Traittez des Baromètres, Thermomètres et Notiomètres, Amſt. 1688. von Dalencé; Leutmanns Inſtrumenta meteorognoſiae inſervientia, Viteb. 1725. c. 2; Bilfinger de Barometris, in Comment. Ac. Petrop. T. I.; Hollmann de mercurii in barometris diverſis eodem tempore eodemque in loco diverſa altitudine in Comm. Soc. R. Sc. Götting. T. I.; Richmann de barometro, cujus Scala augeri poteſt, in Comm. nov. Ac. Petr. T. II. und Phil. Transact. N. 427. Art. 5; Ludolfs Abhandlung in Mem. de l'Ac. de Pruſſe 1749; Atmoſphaerae preſſio varia, obſervationibus baroſcopicis propriis et alienis quaeſita a Coeleſtino Steiglehner, Ingolſt. 1783; Brans Beſchreibung zweier Barometer, die ſich verſchließen, und von einem Orte zum andern bringen laſſen und zu Höhenbeobachtungen zu gebrauchen ſind, Augsb. 1772; de Luc Unterſuchungen über die Atmoſphäre; Roſenthals Beiträge zu Verfertigung, Kenntniß und dem Gebrauch

meteorologischer Werkzeuge. Gotha, B. 1. 1782. B. 2. 1784.

13. Es ist eine allgemeine Erfahrung, daß alle uns bekannte, besonders flüssige, Materien bei einem grösern Grad der Wärme mehr ausgedehnt sind, als bei einem geringern. Also wird auch die Queckſilbersäule im Barometer von der Wärme einen Einfluß leiden, und bei genauen Beobachtungen wird darauf Rücksicht zu nehmen seyn. Alsdann ist aber ein Werkzeug erforderlich, nach welchem man die Grade der Wärme bestimmen kann, ein Wärmemaaß (Thermometrum).

14. Und ein solches Werkzeug hat man, wenn man eine gläserne Röhre, an welcher unten eine hohle Kugel, oder hohler Cylinder, angeschmolzen ist, mit einer flüssigen Materie bis an eine gewisse Stelle anfüllt; hierauf die Röhre an einem Brette befestigt, worauf man Abtheilungen zeichnet. Denn, da die Wärme stärker auf die Flüssigkeit als auf das Glas wirkt, so wird diese in der Kugel bei jeder Vermehrung oder Verminderung der Wärme ausgedehnt oder zusammengezogen, und dadurch die Stelle, in welcher die Flüssigkeit in der Röhre steht, jedesmal verändert. Zu einer solchen Thermometerflüssigkeit wird sich die am besten schicken, welche bei gleichen Veränderungen der Wärme gleiche Veränderungen ihres Volumens erleidet.

Anm. 1. Da alle uns bekannte Flüssigkeiten, ausgenommen die Luft, bei verminderter Wärme endlich

fest

fest werden, gefrieren; und man bemerkt hat, daß sie, je näher sie dem Gefrieren kommen, sich desto unregelmäßiger zusammenziehen; ferner, da alle uns außer der Luft bekannte Flüssigkeiten, bei vermehrter Wärme endlich verdunsten oder aufkochen, und sich, je näher sie diesem Zustande kommen, desto unregelmäßiger ausdehnen: so wird außer der Luft (bei der sich aber andere Schwierigkeiten hervorthun) unter allen flüssigen Materien diejenige die beste zum Thermometer seyn, 1) welche sehr spät, bei außerordentlicher Kälte, erst gefriert; 2) bei außerordentlicher Hitze erst verdunstet und kocht; 3) sich bis zum Gefrieren und Kochen am regelmäßigsten zusammenzieht und ausdehnt. Und eine solche ist das Queckſilber. (Man sehe de Lucs Untersuch. über die Atmosph. 1. Th. vom Thermometer, S. 357. u. f. f., aber auch Strohmeyers Einwendungen in dessen Anleitung, übereinstimmende Thermometer zu verfertigen, Gött. 1775.)

Anm. 2. Für den Erfinder des Thermometers hat sich selbst Sanctorius in seinen Comment. in Galen. art. Med. p. 736. und 842. erklärt, und Borelli de motu anim. T. II. prop. 175. und Malpighi in Oper. posth. p. 130. lassen ihm die Ehre. Viviani hielt den Galiläi dafür (vit. Galilaei, p. 67. und Op. Galil. Praef. p. 47.); und Fulgenzio in dem vie du P. Paul p. 156. den Paul Sarpi; Boerhave aber in seiner Chymie Tom. I. p. 152. u. f. und Muschenbroek in Tentam. experim. Ac. del Cimento, und in Essai de Physique schreiben die Erfindung dem Drebbel zu. Das Drebbelsche Thermometer war mit Luft gefüllt, aber Barometer zugleich. Newton nahm 1702 Leinöl; Amontons verbesserte Drebbels Thermometer auch 1702, nahm aber 1703, so wie auch Reaumur, Weingeist; Fahrenheit wählte 1724 das Queckſilber, welches Queckſilber-Thermometer de l'Isle und Reaumur verschiedentlich eingerichtet haben. In der Naturlehre müssen diese Thermometer genauer beurtheilt werden. (Man sehe

Bilfingers Elementa Physices, Lipſ. 1742. c. 7; de Thermometris in Comm. Ac. Petrop. T. III.; Leutmanns Inſtrum. Meteor. inſerv. etc.; Wolfs Verſuche II. Th. Cap. 5.; de l'Isle Memoires pour ſervir à l'hiſtoire et aux progrès de l'Aſtronomie etc.; Memoires de l'Ac. des Sc. 1703, 1730 und 1731; de Luc Unterſ. über die Atmoſph. u. ſ. w. Martini vollſt. Anweiſ. zu der Verfertigung der Wettergläſer, Frkf. und Leipzig 1775.

15. Zu Thermometern, die ſich mit einander vergleichen laſſen, wird erfordert, daß ihre Scale nach einerlei Grundregeln feſtgeſetzt und abgetheilt ſey. Da man nun bemerkt hat, daß das Queckſilber in dem Thermometer immer an einerlei Stellen ſtehen bleibt, wenn man zu verſchiedenen Zeiten die Kugel des Thermometers in ſchmelzenden Schnee oder zerſtoßnes aufthauendes Eis ſetzt; desgleichen, wenn man die Kugel des Thermometers in ſiedendes Waſſer ſetzt; ſo nimmt man dieſe beiden Stellen als Fundamentalpuncte der Scale an, und nennt diejenige, wo das Queckſilber bei der Hitze des ſiedenden Waſſers ſtehen bleibt, den Siedepunct; diejenige aber, wo es bei der Kälte des aufthauenden Eiſes ſtehen bleibt, den Froſtpunct.

Anm. 1. Siedpunct und Froſtpunct werden bei wiederholten Verſuchen nur dann immer an einerlei Stellen bemerkt, wenn ein daneben beobachtetes Barometer einerlei Höhe anzeigt, alſo der Druck der Luft das eine, wie das andremal iſt. Um daher vergleichbare Thermometer zu machen, muß man ihre Scalen bei einerlei Barometerhöhe reguliren. Jenes bemerkte ſchon Fahrenheit 1724, kurz nach der Erfindung ſeines Thermometers (Philoſ. Transact. n. 385.). Im Jahr

1739

1739 fand Hr. le Monnier auf dem Canigou, der höchsten Spitze der Pyrenäen, den Siedpunct um 15 Delislische = 18 Fahrenheitische Grade niedriger, als zu Perpignan, das Barometer war beim Graduiren des Thermometers zu Perpignan 28 Zoll 2 Linien beobachtet, und auf dem Canigou 20 Zoll $2\frac{1}{2}$ Linie. (Mem. de l'Ac. des sc. 1740. p. 131.) (Man sehe noch Boerhave Chym. T. I. Lipsi. p. 153; Philos. Transact. n. 472. art. 6. p. 33; und de Luc Untersuchungen über die Atmosphäre, Th. I. S. 594. u. f. f.; ingleichen Van Swinden sur la Comparaison des Thermomètres, Amsterd. 1778; Phil. Transact. Vol. 67. 1777. p. 816; de Berger in Comment. de Thermometris mensurae constantis, Norib. 1757.)

Anm. 2. Den Gedanken, dem Thermometer feste Puncte, und zwar den Sied- und Frostpunct, zu geben, und seinen Graden ein bestimmtes Verhältniß zu der Entfernung derselben, scheint Renaldini zuerst gehabt zu haben, in Caroli Renaldini naturalis Philosophia, Patav. 1694. Tom. III. p. 276. (Dissert. XVI. sect. 12). Kurz nachher kam Newton auf einem andern Wege zu demselben Zweck (Philos. Transact. n. 270.) Fahrenheit suchte den Frostpunct bei der künstlichen Gefrierung durch Salmiak, welche er für den stärksten Grad der Kälte, die hervorgebracht werden könnte, hielt; und setzte daselbst die 0 seines Thermometers. Das Volumen des Queckſilbers bei 0 Grad theilte er in 11124 Theile, und fand, daß dieses in siedendem Wasser 11336 dergleichen Theile, also 212 mehr, zeige. Dies bewog ihn, den Abstand der Fundamentalpuncte, des künstlichen Frost- von dem Siedepuncte in 212 Grade abzutheilen, da dann der natürliche Frostpunct mit dem 32sten einerlei war, und also der Abstand desselben von dem Siedpuncte 180 Grade betrug. (Boerhave Chem. Vol. I. Exp. 8. de igne, Lugd. Bat. 1732. pag. 174; Muschenbroeks Essai de Physique, §. 948). Reaumur füllte sein Thermometer mit verdünntem Weingeist, nahm das Volumen desselben bei der Frostkälte des Wassers zu 1000 Theilen

an, zählte bei diesem Punct o, fand daß der Weingeist in der Hitze, die ihn zum Kochen bringt, um 80 Theile in seinem Volumen vermehrt war, und zählte 80 Grade bei dieser Temperatur; nicht aber bei der Temperatur des siedenden Wassers, wie an denen jetzt unter dem Namen der Reaumürschen bekannten Thermometern. (Mem. de l'Ac. des Sc. 1730. pag. 688. und 717.) Delisle theilte das Volumen des Queckſilbers bei der Hitze des siedenden Wassers in 10000 Theile, und bestimmte mit vieler Mühe den Frostpunct 150 solcher Theile niedriger. Davon weicht das Resultat der sorgfältig angestellten Versuche des Du Crest ab, welches jenen Punct 154 Theile niedriger bestimmt. (Du Crest Recueil de pièces sur le Thermomètre, p. 25. deutsche Uebersetzung S. 53.) Also zählt man auf der Delisliſchen Scale o bei dem Siedpunct und 150 oder 154 Grade bei dem natürlichen Frostpuncte. Celsius zählt beim Eispunct o und bis an den Siedpunct 100 Grad, welche Abtheilung an den Schwedischen Thermometern durchgängig im Gebrauch ist. (Celsius von zween beständigen Graden auf dem Thermometer, in den Abhandl. der Kön. Schwed. Ac. 1742. S. 197. nach Kästners Uebers.) de Luc zählt von dem natürlichen Frost; bis zum Siedpunct 96°.

16. Um diese vier Scalen mit einander zu vergleichen, muß man erstlich bemerken, daß

Fahr. Gr.		Reaum. Gr.		Cels. Gr.		Delisl. Gr.
180	=	80	=	100	= —	150
also 18	=	8	=	10	= —	15
oder 9	=	4	=	5	= —	$7\frac{1}{2}$

zweitens, daß an den Fahrenheitischen hier 32° fehlen, die, wenn Fahrenheitische in andere zu verwandeln sind, auch erst von der gegebenen Anzahl abgezogen werden müssen; die hingegen zu der gefundenen Zahl addirt werden, wenn

andere

andere Grade in Fahrenheitische verwandelt werden sollen.

Um z. B. 95° Fahrenheitische in Celsiussche Grade zu verwandeln, zieht man 32 von 95 ab und setzt an:

$$\text{wie } 9 : 5, \text{ so } 63 : \frac{63 \cdot 5}{9} = 35^\circ \text{ Celsius.}$$

in Reaumürische Grade:

$$\text{wie } 9 : 4, \text{ so } 63 : \frac{63 \cdot 4}{9} = 28^\circ \text{ Reaumür;}$$

in Delislische Grade:

$$\text{wie } 9 : -7\tfrac{1}{2} = 63 : -\frac{63 \cdot 7\frac{1}{2}}{9} =$$

$$-52\tfrac{1}{2}{}^\circ.$$

Hier bedeutet —, daß $52\frac{1}{2}$ von 150 abzuziehen ist; also ist die gesuchte Zahl $150 - 52\frac{1}{2} = 97\frac{1}{2}{}^\circ$ Delisl.

Um aber 20° Reaumür. in Fahrenheitische Grade zu verwandeln, setzt man an:

$$\text{wie } 4 : 9, \; 20 : \frac{20 \cdot 9}{4} = 45^\circ$$

und addirt 32°; also $45 + 32 = 77^\circ$ Fahrenheit.

Anm. Hieraus sieht man, wie Tafeln zur Vergleichung der Thermometer verfertigt werden können, deren man auch mehrere gedruckt und in Kupfer gestochen hat. (Hells Ephemer. Vienn. 1764. S. 164. und 243.); Heinsius theilte Winklern Formeln für solche Verwandlungen mit, die dieser in seiner Physik, Leipzig 1754. §. 125. u. f. einrückte. Wie die ungleiche Weite der

Thermometer-Röhren bei den genau vergleichbaren Thermometern in Rechnung zu ziehen sey, findet man in Comm. nov. Soc. Sc. Goetting. 1772. p. 144. von Meister gelehrt.

17. Thermometer für höhere Grade der Wärme, als das Queckſilber, welches endlich kocht und flüchtig wird, durch ſeine Ausdehnung anzeigen kann; desgleichen Pyrometer, Werkzeuge die Ausdehnung feſter Körper durch das Feuer zu beſtimmen; verfertigt man aus feſten Materien, beſonders Metallen.

Anm. 1. Richtige Thermometer für höhere Grade der Wärme ſind noch ein Gegenſtand unſerer Wünſche, deren Erfüllung der kleine Umſtand hindert, daß das, welches man meſſen will, Urſach der Zerſtörung des dazu zu gebrauchenden Maaßes wird. Man findet dergleichen beſchrieben in Thermometri metallici ab inventione Com. Loeſeri deſcriptione, auct. Titio, Lipſ. 1765; das von Cromwell Mortimer erfundene (in Phil. Transact. n. 484. app. art 3; und n. 485 p. 129); von Fitzgerald (in Phil. Trans. Vol. 51. p. 823; von Zeiher (in Comm. nov. Petrop. T. IX. p. 305); von Wedgewood (in Götting. Mag. gaz. 4ter Jahrgang, 1. Stück; von Felter (in allg. Litteratur-Zeitung, Nr. 273. vom Jahr 1786).

Anm. 2. Das Muſchenbroekſche Pyrometer macht die kleinen Veränderungen, welche die abwechſelnde Wärme in Ausdehnung der Länge metallener Stäbe verurſacht, durch Räderwerk bemerkbar. Man findet Abbildung und Beſchreibung davon in Tentam. experim. in Ac. del Cimento, P. II. in den Zuſätzen p. 12. Smeatons Pyrometer, in Phil. Transact. Vol. 48. p. 598. Eine neue Methode, durch die Wärme verurſachte Ausdehnungen von Materien mit einander zu vergleichen, hat de Luc empfohlen in ei-

nem

nem Aufsatz über Pyrometrie und Aerometrie. Phil. Transact. für 1778. S. 419. Man sehe auch in Mem. de l'Acad. des Sc. 1745. Bouguers Vorrichtungen und Versuche in der heißen Zone. Am vollständigsten ist die Pyrometrie abgehandelt in Lamberts Pyrometrie, Berlin 1779.

Anm. 3. In der ausübenden Mathematik ist die Bestimmung der Ausdehnung fester Körper durch die Wärme öfters von großer Wichtigkeit, z. B. bei geometrischen und astronomischen Werkzeugen, Uhrwerken, Thermometern, wenn damit sehr scharfe Versuche angestellt werden sollen. (Lowiz Erinnerungen von Ausdehnung der Metalle bei Maaßstäben im Staatsgeographus, II. Beilage.)

18. Bei einerlei Druck der Luft steht das Barometer in der wärmern Luft höher, als in der kältern. Nach de Lucs genauen Untersuchungen kann bei einerlei Druck der Luft das Barometer in der Siedhitze des Wassers 27 Zoll 6 Linien Par. anzeigen, wenn es bei der Frostkälte des Wassers nur 27 Zoll anzeigt. Hiernach kann man die jedesmalige Barometerhöhe berichtigen, d. h. durch Rechnung diejenige Höhe finden, in welcher das Queckſilber von der Luft im Gleichgewicht erhalten werden würde, wenn der Grad der Wärme zur Zeit der Beobachtung gerade ein gewisser, als Normaltemperatur, auf welche man alle Beobachtungen reduciren will, angenommener, Grad gewesen wäre. Eine solche Berichtigung ist bei allen Beobachtungen nöthig, wenn sie mit einander verglichen werden sollen. Zu dem Ende muß man neben dem

Barometer zugleich ein gutes Thermometer haben, und dieses immer zugleich mit beobachten.

Anm. Die Verlängerung der 27 Zoll langen Queckſilberſäule bei der Siedhitze iſt von Roy nur 5,5262 Linien Par., von Roſenthal 5,56 Linien, und von Luz 5,54 Linien gefunden worden. (Phil. Transact. Vol. 67. n. 34; Roſenthals Beiträge u. ſ. w.; Luz Beſchreibung von Barometern §. 77.)

19. Das Barometer ſey bey einem gewiſſen Grade der Wärme nach dem Queckſilber-Thermometer mit Reaumürs Scale beobachtet; zu finden, wie groß die Barometerhöhe würde geweſen ſeyn, wenn das Thermometer o Grad Wärme angezeigt hätte.

Man ſuche zuerſt, wie groß die Barometerhöhe bei eben der Wärme c ausfallen würde, wenn dieſe bei o Grad 27 Zoll betragen hätte; ſie iſt 27 Zoll $+ \frac{c}{80}$. 6 linien, wenn das Thermometer c Grade über o anzeigt; aber 27 Zoll $- \frac{c}{80}$. 6 linien, wenn die Wärme c Grad unter o beträgt. Hierauf ſetze man an: Wie ſich 27 Zoll $\mp \frac{c}{80}$. 6 linien verhalten zu der beobachteten Barometerhöhe a; ſo verhält ſich $\frac{c}{80}$. 6 zu der Größe x, um welche a der Wärme wegen vermehrt oder vermindert werden muß.

Und

Und diese addirt man zu a, wenn c unter 0; subtrahirt sie aber, wenn c über 0 ist.

Beispiel. Es sey die Barometerhöhe auf 28 Zoll beobachtet, und das Thermometer 10° über 0; so wird gefunden:

1) 27 Zoll $+ \frac{c}{80}$. 6 Linien $=$ 27 Zoll $+ \frac{10}{80}$. 6 Linien.

2) 27 Zoll $+ \frac{10}{80}$. 6 Linien : 28 Zoll $= \frac{10}{80}$. 6 Linien : x; x $= \frac{28}{(27 + \frac{10}{80} \cdot \frac{1}{2})}$ Zoll . $\frac{10}{80} \cdot \frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{28 \cdot \frac{10}{160}}{27 + \frac{10}{160}} = \frac{28}{16}$: durch $\frac{433}{16} = \frac{28 \cdot 16}{16 \cdot 433} = \frac{28}{433}$ Zoll $= \frac{28 \cdot 12}{433} = \frac{336}{433}$ Linien $=$ 0,7762 Linien.

3) Also a bei 0 Grad Wärme $=$ 28 Zoll $-$ 0, 7762 Linien $=$ 27 Zoll 11,2238 Linien.

Anm. 1. Was de Luc in Rücksicht dieser Berichtigung der Barometerhöhe gedacht und vorgeschlagen hat, sieht man am besten in seiner Untersuchung über die Atmosphäre. Wenn er eine andere Abtheilung der Thermometerscale, nämlich in 96 Grade, einführt, so ist seine aller Orten unverkennbare Rechnungsscheu der Grund davon. Rosenthal thut in sei-

ner Anleitung, das de Lucsche Barometer zu einem höhern Grad der Vollkommenheit zu bringen, Gotha 1779. den Vorschlag, diese Berichtigung, ohne Beobachtung eines Thermometers, vorzunehmen, den schon 1759 de la Grange that. Einen ähnlichen findet man von Lamanon im Journal de Physique 1782. Ueber die Ausrechnung dieser Berichtigung sehe man Kästners Abhandl. von Höhenmessungen durch das Barometer in seinen Anmerk. über die Markscheidekunst, Gött. 1775. §. 295. u. f. In den nouv. Memoir. de l'Ac. de Dijon pour la partie des sc. et des a. Prem. Semestre, Dijon 1784. stehen von Herrn Buissard barometrische Tafeln, nach denen der Einfluß der Wärme in den Stand des Barometers in Betracht zu ziehen, und ältere barometrische Beobachtungen zu verbessern sind.

Anm. 2. Bei dieser Berichtigung des Barometerstandes wegen der Wärme des Queckſilbers würde eine allgemeine Formel, die sich allen möglichen Voraussetzungen, Scalen und Reductions-Temperaturen anpassen ließe, von großer Bequemlichkeit seyn. Als eine solche empfiehlt sich folgende: Es habe das bei der Beobachtung des Barometers gebrauchte Thermometer m Grad, und zeige n Grad an. Die Temperatur, auf welche man alle Beobachtungen reduciren will, sey t. Die beobachtete Barometerhöhe = H, die Länge einer Queckſilbersäule, welche bei einer Wärme, da das Thermometer auf den Eispunct zeigt, L ist, sey bei der Hitze des kochenden Wassers um l größer. Die berichtigte Barometerhöhe werde mit B bezeichnet; so ist $B = \frac{mL + tl}{mL + nl} H = \left(1 + \frac{(t-n)l}{mL + nl}\right) H$. Weil nun aber n gegen m und l gegen L doch nur immer sehr klein seyn werden, so wird auch nl die Größe mL um sehr weniges ver-

mehr

mehren, also ohne merklichen Fehler in der Anwendung weggelassen und kürzer $B = H\left(1 + \frac{(t-n)\,l}{mL}\right)$

$= H\left(1 + \frac{t-n}{m}\right) \cdot \frac{l}{L}$ gesetzt werden können.

Nach de Lucs Versuchen ist, wenn $L = 27'' = 324'''$, $l = 6'''$; also $\frac{l}{L} = \frac{6}{324} = \frac{1}{54}$; folglich $B = H\left(1 + \frac{t-n}{m \cdot 54}\right)$. So lange $n < t$ ist, wird $\frac{t-n}{m \cdot 54}$ zu H addirt; wenn aber $n > t$ wäre, so würde $t - n = r, -r$; also auch $-\frac{r}{m \cdot 54}$ zu H addirt, d. h. $\frac{t-n}{m \cdot 54}$ von H subtrahirt werden.

20. Ueber höhern Gegenden ruhet zu gleicher Zeit eine kürzere Luftsäule, als über niedrigern; diese drückt daher auch weniger. Also muß auch das Queckſilber im Barometer zu gleicher Zeit in höhern Gegenden nicht so hoch stehen, als in niedrigern. Die mittlere Barometerhöhe auf bergichten Gegenden wird geringer seyn, als in der Ebene, und ihre Vergleichung kann zeigen, ob ein Ort höher liegt, als ein anderer.

Anm. Der erste Versuch, der hierüber angestellt wurde, geschah auf Pascals Anrathen von Perrier im Jahr 1648. Das Barometer stand zu Clermont in Auvergne im Garten des Minimenklosters auf 26 Zoll $3\frac{1}{2}$ Linie; und auf dem Pui — de — Dome, dessen Höhe er 500 Toisen schätzte, nur 23 Zoll 2 Linien;

nien; also 3 Zoll $1\frac{1}{2}$ Linie niedriger. Und Pascal selbst fand auf einem Thurme zu Paris, der 24 Toisen hoch war, die Barometerhöhe 2 Linien kürzer, als unten. (Traité de l'équilibre etc. Paris 1698. p. 179. und 188.) Im Jahr 1737 machte der berühmte dänische Astronom Peter Horrebow die Erfahrung, daß, wenn das Queckſilber im Barometer am Horizonte des Meers auf 28 Zoll hoch gehalten würde, man 75 Fuß (wahrſcheinlich Pariſer) in die Höhe ſteigen müſſe, bis daſſelbe um eine Linie niedriger ſtände. (Horrebowii Elem. Philoſ. natur. Cap. 8.) Die mittlere Barometerhöhe zu Clausthal iſt immer faſt 1 Zoll 5 Linien Londner Maaß geringer, als zu Göttingen (Hollmann in Comm. ſoc. ſc. Goett. Vol. IV. p. 92). Käſtners Anfgr. der ang. Math. Aerom.)

21. Hieraus erhellet, daß man das Barometer zu Höhenmeſſungen gebrauchen, und aus der beobachteten Höhe deſſelben an zwei Orten finden kann, um wie viel der eine höher liegt, als der andere. Aber die Methoden, ſowol Höhen der Berge, als auch Tiefen der Schachte und Bergwerke aus dem Stande des Queckſilbers im Barometer zu berechnen, beruhen auf Kenntniſſen der Analyſis; können daher hier nicht auseinander geſetzt werden. Die Regel iſt:

Man ſuche die Differenz der Logarithmen der Barometerhöhen in zwei Stationen, und multiplicire ſie mit 10000, ſo hat man die Höhe der einen Station über der andern in Toiſen. Z. B. die am Fuße eines Berges beobachtete und nach der Regel in 19. berichtigte Barometerhöhe wäre $27'' 10''' = 334$ Linien; die eben ſo behandelte Barometerhöhe auf dem

Berge

Berge wäre 26″ 3‴ = 315‴; vorausgesetzt, daß beide zu gleicher Zeit beobachtet sind; so ist

log. 334 = 2,5237465
log. 315 = 2,4983105

0,0254360 × 10000

= 254,36 Toisen, die Höhe des Berges.

Anm. 1. Wenn, wie meistens, die Temperatur der Wärme in der obern Station von der in der untern verschieden ist, so hat diese Verschiedenheit einen beträchtlichen Einfluß auf die Art, wie die Luftsäulen auf das Queckſilber im Barometer drücken. Diesen Einfluß zu finden, hat einige Schwierigkeit. Herr de Luc schließt aus seinen Erfahrungen folgende Regel: Man mache aus den beiden, in der obern und untern Station beobachteten, Thermometerständen ein Mittel. Für jeden Grad der Reaumürschen Scale von 80°, um welchen das Thermometer über $16\frac{3}{4}$ Grad stehet, muß man zu der durch Logarithmen gefundenen Höhe noch $\frac{1}{215}$ derselben addiren; für jeden Grad aber, um den es unter diesem Punct stehet, muß man von eben dieser Höhe $\frac{1}{215}$ derselben subtrahiren. Z. B. es sey das Mittel zwischen beiden Thermometerständen $\pm$ n° Reaum. von dem Puncte $16\frac{3}{4}$° entfernt, und die durch Logarithmen gefundene Höhe sey = h, so ist die Berichtigung $\frac{n}{215}$ h und die berichtigte Höhe $= h + \frac{n \cdot h}{215}$. (de Lucs Untersuchung über die Atmosphäre, 2. Th. §. 607.)

Nach

Nach Bouguers Regel wird die Differenz der Logarithmen mit 10000 $\left(1 - \frac{1}{30}\right)$ multiplicirt, um die Höhe der obern Station über der untern in Toisen genau zu haben. Diese Regel ist aber aus der Messung der Höhe der Station auf dem Pichincha über der Station auf Carabourou hergenommen, und gilt daher eigentlich nicht für einen so niedrigen Horizont, als wir bewohnen, sondern für einen, der wie die letztere Station etwa 1174 Toisen über der Meeresfläche erhaben und wo die Luft weniger Veränderungen von Dünsten unterworfen ist, als nahe an der Erdfläche. (Bouguer figure de la Terre, Introd. Relation abregée du voyage au Perou, Paris 1749. p. 38.)

Anm. 2. Ueber das Höhenmessen mit dem Barometer sehe man de Lucs angeführtes Werk; Karstens Anfangsgründe der Mathemat., Aerostatik §. 37. u. ff.; Joh. Tobias Mayers gründl. und ausführl. Unterricht zur practischen Geometrie, 2. Th. Gött. 1779. S. 278. u. ff. Am vollständigsten mit Prüfung und Vergleichung gesammlet und deutlich vorgetragen findet man alles das Hauptsächlichste, was bisher in dieser Sache gethan ist, in Kästners Abhandlung von Höhenmessungen durch das Barometer, die seinen Anmerkungen über die Markscheidekunst angehängt ist, Gött. 1775; man sehe auch die Abhandl. der schwed. Acad. der Wissensch. von 1741. nach Kästners Uebersetzung und dessen Vorrede dazu, und I. F. Hennert, Commentatio de altitudinum mensuratione ope barometri, Utrecht 1786.

B. Schwere der Luft.

22. Das Gewicht einer bestimmt großen Menge Luft zu finden. Die gewöhnliche Weise ist: Man richtet eine metallene Kugel von der Stärke, daß der Druck der äußern Luft ihre Gestalt

stalt nicht verändern kann, so zu, daß man sie an das durch den Teller hervorragende Rohr einer Luftpumpe anschrauben und vermittelst eines Hahns öffnen und verschließen kann. Diese auf die Luftpumpe aufgeschroben und von Luft so sehr geleert, als möglich ist, und darauf mit dem Hahn verschlossen, wäge man und merke ihr Gewicht. Hierauf lasse man durch Oeffnung des Hahns wieder Luft hinein und wäge abermals die Kugel. So wird das Uebergewicht, das sie nun bekömmt, anzeigen, wie viel eine Menge Luft von der Beschaffenheit, als die gewogene hat, und von der Größe des hohlen Raums in der Kugel, wiegt. Um dann das Gewicht eines Cubikfußes, oder Cubikzolles zu finden; berechne man den Cubikinhalt des hohlen Raums der Kugel in Cubikzollen, und dividire das gefundene Gewicht der die Kugel ausfüllenden Menge Luft mit diesem Cubikinhalt. Der Quotient ist das Gewicht eines Cubikzolles Luft; woraus man nun leicht das Gewicht eines Cubikfußes Luft durch Multiplication mit 1000 bei gebrauchtem Decimalmaaß, und mit 1728 bei Duodecimalmaaß berechnet.

Anm. 1. Dieses eigenthümliche Gewicht der Luft kann nicht zu allen Zeiten und an allen Orten einerlei gefunden werden. Denn eine kältere Luft ist dichter, also auch schwerer, als eine wärmere; ingleichen nahe an der Erdfläche muß die von einer höhern Luftsäule gedrückte Luft auch dichter und schwerer seyn, als in höhern Gegenden. Im Durchschnitt läßt sich nach den darüber angestellten Versuchen annehmen, daß die Luft 800mal leichter, als eben so warmes Wasser ist.

Anm. 2. In Op. Jac. Bern. T. I. n. XI. ist eine Methode vorgeschlagen, das Gefäß, das man von Luft ausleert, im Wasser abzuwägen. Eben so hat Gravesand verfahren, Phys. L. II. c. 15. Iacob Bernoulli prüft in Op. T. I. n. XIII. eine Art, das Gewicht der Luft zu erforschen, welche die Alten gebrauchen wollten, nämlich in Blasen die Luft abzuwägen, welches aber um deswillen vorzüglich nicht angehet, weil die luftleere Blase, in Falten zusammengelegt, einen kleinern Raum einnimmt, als die mit Luft gefüllte.

Anm. 3. Es ließe sich das Gewicht einer gewissen Menge Luft auch nach folgendem Versuche finden: Man lasse sich einen etwas großen Würfel von leichtem Holze verfertigen, desgleichen einen eben so großen hohlen von Messingblech, in welchen jener solide genau einpaßt. Man wäge beide, jeden für sich, und merke sich ihre Gewichte an. Man stecke den soliden in den hohlen, und wäge sie so, beide vereinigt. Sie werden nicht so viel wägen, als die Summe ihrer beiden Gewichte einzeln gewogen beträgt, weil nun der hohle so viel von seinem Gewichte verliert, als die in ihm vorher enthaltene Luft, die jetzt von dem soliden Würfel verdrängt ist, wog: denn jetzt ist er als luftleer anzusehen; da hingegen der solide sein Gewicht behält. Was sie daher nun weniger wägen, als sie eigentlich sollten, ist das Gewicht eines eben so großen Würfels Luft, als der solide Würfel beträgt. Es sey p das Gewicht des mit Luft gefüllten hohlen Würfels, P das Gewicht des mit dem soliden gefüllten, und Q das Gewicht des soliden; so muß $P - Q$ das Gewicht des luftleeren Würfels, und $P - Q < p$, seyn. Ihre Differenz $(P - Q) - p = P - (Q + p) = d$ ist das Gewicht der Menge Luft, die den Würfel anfüllt. Bei diesem Versuch muß man eine leicht empfindliche Waage haben, und die Würfel so leicht seyn lassen, als möglich

ist;

ist; weil sonst die Friction in den Zapfen des Waagbalkens zu stark wird, und so kleine Verringerungen des Gewichts, als hier vorkommen, nicht genau genug merklich werden läßt. Man kann auch, statt des soliden Würfels, den hohlen mit Wasser schlicht anfüllen und wägen; darauf dieses Wasser in eine Waagschale schütten und allein wägen. Dieses Gewicht, von jenem abgezogen, giebt das Gewicht des hohlen Würfels mit dem wenigen hangend gebliebenen Wasser allein. Man wäge ihn jetzt mit Luft gefüllt, so wird er mehr wiegen, als jener Rest anzeigt. Man ziehe diesen von dem eben gefundenen Gewichte ab, so hat man das Gewicht eines so großen Würfels Luft. Diesen Versuch, der aber mehr Genauigkeit und Behutsamkeit in der Ausführung erfodert, als der vorige, habe ich angestellt und darnach einen Cubikfuß Luft = 3,2167 Loth schwer, oder die Luft 671,5 mal leichter als Wasser gefunden, zu einer Zeit, da das Barometer daneben beobachtet 28 Zoll 2 Linien Rheinl. Duodecimalmaaß hoch stand, also die Luft schwer war.

C. Elasticität der Luft.

23. Wenn ebendieselbe Menge eingesperrter Luft auf das, was sie umgiebt, stärker entgegendrückt, so daß eine größere zusammendrückende Kraft erfodert wird, ihr das Gleichgewicht zu halten; so rührt dieses von einem größern Grade der Elasticität her, den die Luft bekommen kann. Diesen kann sie aber bekommen, theils wenn sie in einen engern Raum zusammengepreßt und dichter wird, theils wenn sie erwärmt wird. Es frägt sich: ob die Elasticität der Luft, bei einerlei Wärme die sie behält, sich verhalten werde wie ihre verschiedene Dichtigkeit?

Es sey abcd eine Röhre mit zwei ungleichen parallel gebogenen offenen Schenkeln ab und cd. Fig. 51. Man stelle sie lothrecht und fülle die Biegung bis an die Horizontallinie bc mit Queckſilber. Man verſchließe die Oeffnung des kürzern Schenkels a, welcher auch durchgängig gleichweit seyn muß; ſo iſt nun in ab Luft eingeſperrt von der Elaſticität der äußern, welche von der ganzen über ſie liegenden Atmoſphäre zuſammengedrückt wird, und es iſt die Elaſticität der Luft in der Säule ab = dem Druck einer ſo hohen Luftſäule, als über c ruhet, d. i. als die Atmoſphäre hoch iſt, oder einer ſo hohen Queckſilberſäule, als zur Zeit des Verſuchs das daneben beobachtete Barometer anzeigt, auf eben die Fläche b, wogegen ab dränget. Geſetzt, das Barometer zeigt 28 Zolle. Man mache bei b ein Zeichen. Man ſchütte über c in dc Queckſilber, ſo pflanzt ſich der Druck deſſelben durch cb fort, treibt das Queckſilber in b in die Höhe, und drückt die Luft ab als eine neue Kraft, der die Elaſticität der Luft ab nichts mehr entgegenzuſetzen hat, ſo ſtark zuſammen, bis dieſe durch die Verdichtung ſo viel Zuwachs an Elaſticität bekömmt, dem Druck des aufgegoſſenen Queckſilbers das Gleichgewicht zu halten. Man ſchütte ſo viel Queckſilber auf, bis dieſes in cd über der durch e (der nunmehrigen Oberfläche des Queckſilbers in ab) gelegten Horizontallinie ef halb ſo hoch, als jene Barometerhöhe, ſteht, bis alſo gf = 14 Zolle. So widerſtrebt jetzt die Elaſticität der Luft in ae einem Drucke = 28 + 14 =

3 . 14, der also um $\frac{1}{3}$ seiner selbst größer ist, als er vorher war; sie ist daher jetzt um $\frac{1}{3}$ stärker geworden. Mißt man nun eb, um welches der Raum der Luft verringert ist, also die Dichtigkeit zugenommen hat, so wird man allemal finden, daß eb $=$ $\frac{1}{3}$ ab; und es ist ae um $\frac{1}{3}$ dichter als ab. Also verhält sich die erstere (gehabte) Elasticität zur andern (erlangten), wie die erstere (gehabte) Dichtigkeit zur andern (erlangten). Gösse man noch so viel Queckſilber zu, bis dasselbe über der durch l (der nunmehrigen Oberfläche des Queckſilbers in ab) gelegten Horizontallinie lk, in der Höhe dk $=$ 28 Zoll steht; so widerstrebt die Elasticität der Luft in al einem Drucke 2 . 28, der also noch einmal so groß ist, als er vorher war; und ist daher noch einmal so stark geworden. Bei angestellter Messung des Raums bl, um welchen der Raum der Luft nun gegen vorher verringert ist, also die Dichtigkeit derselben zugenommen hat, wird man wieder allemal finden, daß lb $=$ $\frac{1}{2}$ ab; und es ist al noch einmal so dicht als ab. Daher verhält sich auch hier wieder die Elasticität, wie die Dichtigkeit.

Hieraus folgt: daß sich auch die verschiedene Dichtigkeit der Luft von sonst einerlei Beschaffenheit, wie die verschiedne Kraft, womit sie zusammengedrückt wird, verhält; weil nämlich die Elasticität der zusammendrückenden Kraft immer proportional ist.

Anm. 1. Nimmt man bei dem Versuche andere Höhen des aufgegossenen Queckſilbers, als 14 und 28, ſo bleiben die Schlüſſe und das Reſultat doch einerlei. Auch kann man durch ein umgekehrtes Verfahren eben das finden; wenn man nämlich die Höhe des aufgegossenen Queckſilbers vermindert, ſo wird ſich die eingesperrte Luft in ebendemſelben Verhältniſſe in größere Räume ausbreiten und dünner werden.

Anm. 2. Dieſen Verſuch hat Rob. Boyle zuerſt angeſtellt, und ſein Schüler Richard Townley, der dabei gegenwärtig war, zuerſt dieſes wichtige Geſetz der Natur bemerkt (Defenſio doctr. de elatere et gravitate aëris adverſus object. Franc. Lini, Genevae 1680. p. 43. et 47.) Demohngeachtet hat man jenes Geſetz, weder das Boyliſche, noch das Townleyiſche, ſondern das Mariottiſche genannt, weil auch Mariotte ſchon faſt um eben die Zeit dieſes entdeckte und in ſeinem Diſcours de la nature de l'air 1676. bekannt machte. Amontons (Mem. de l'Ac. des Sc. 1705.) und Bouguer beſonders (Mem. de l'Ac. des Sc. 1753.) haben dieſen Verſuch mit ebendemſelben Erfolge, letzterer ſogar in einer Höhe von 2434 Toiſen, ſenkrecht über der Meeresfläche auf dem felſigten Gipfel des Pichincha, wiederholt. Weil indeſſen die Verſuche nur mit ſchwachen Zuſammendrückungen der Luft angeſtellt ſind, ſo läßt ſich daraus nicht auf den Erfolg bei weit ſtärkern Zuſammendrückungen ſchließen. Es fängt auch ſchon an, ſich eine Ausnahme von dieſem für allgemein angenommenen Geſetze zu zeigen, wenn die Luft nur bis auf den vierten Theil ihres vorigen Raums zuſammengedrückt wird. Und Sulzer hat in den Mem. de l'Ac. r de Pruſſe 1753. unter der Ueberſchrift: Neuer Verſuch über die Meſſung der Höhen vermittelſt des Barometers, überſetzt im alten Hamb. Magaz. 17. B. 6. St., von ihm nach Mariottiſcher Art mit einigen beſchriebenen Vorſichtigkeiten angeſtellte Verſuche erzählt, aus denen erhellet: daß eine

Kraft,

Kraft, noch nicht siebenmal so stark, als der Druck der Atmosphäre, die Luft achtmal dichter macht, als die Atmosphäre thut. Stärkere Versuche sind, meines Wissens, nicht angestellt worden. Inzwischen kann man jenes Mariottische Gesetz füglich bis auf solche Höhen unserer Atmosphäre annehmen, auf die sich die höchsten Berge erstrecken, weil auf denen, die wir kennen, die Luft gewiß noch nicht um ein Drittheil so dünne als im Thale ist.

Hieher gehört noch, daß Jac. Bernoulli (de gravitate aetheris, Op. T. I. p. 93. 94. und T. II. n. 103. art. 15) Gründe angegeben hat, warum das Mariottische Gesetz bei starken Zusammendrückungen der Luft nicht stattfände. Dan. Bernoulli zeigt in seiner Hydrodyn. Sect. 10. §. 7. den Einfluß, den die Wärme hierin hat. d'Alembert, in Traité des fluides L. I. ch. 6. am Ende, stellt allgemeine Betrachtungen über das noch unbekannte Gesetz der Dichte der Luft bei starken Zusammenpressungen an. Auch Euler in Tentamine explicationis phaenomenorum aëris, §. 22. seq. in Comm. Acad. Petropol. T. II., und in dessen erläuterter Artillerie, S. 85. und 95. Durch verdünnte Luft jenes Gesetz zu prüfen, haben Mariotte (Oeuvres de la nature de l'air, ed. 1740. p. 152.) und Jac. Bernoulli (Op. T. I. n. 22.) Methoden angegeben und danach dasselbe richtig befunden. Was Bouguer gethan, und mehreres, sehe man in Kästners Abhandlung vom Höhenmessen mit dem Barometer, §. 7. u. f. auch §. 140. u. f. Herr Bouguer führt in seiner Abhandl. sur les dilatations de l'air dans l'atmosphère in Mem. de l'Ac. 1753. an: Wenn man auch die Luft sich 200mal mehr ausdehnen lassen könne, als sie auf dem Gipfel der höchsten Berge ausgedehnt seyn kann, so verhalte sich dennoch die Elasticität der Luft von einerley Beschaffenheit, wie ihre Dichtigkeit.

24. Wenn in einer Luftsäule von der Erdfläche an durch die ganze Atmosphäre alles im

Gleichgewicht ist bei einerlei Wärme und sonst einerlei Beschaffenheit; so hat die Luft unten an der Erdfläche die größte Dichtigkeit und Elasticität, die in größern Höhen immer mehr abnehmen, bis sie endlich an der äußersten Grenze der Atmosphäre ganz unmerklich werden.

Fig. 47. Denn es sey MNOP eine Luftsäule, und diese in kleine mit der Erdfläche NO parallele Schichten getheilt; alsdann sey der Druck der obersten Schicht a = p, der Druck der zweiten b = q, der Druck der dritten c = r, u. s. w.; so leidet die zweite den Druck p; die dritte den Druck p + q; die vierte den Druck p + q + r u. s. w. die oberste kann in ihrer Grenze von keiner Luft mehr gedrückt, sondern blos durch die Cohäsion unter sich und durch die Schwere noch zusammengehalten werden und elastisch bleiben.

25. Die Höhe der ganzen Atmosphäre wird sich, wegen der Ausnahmen von der Mariottischen Regel (in den Anm. zu 23.) nie ganz genau bestimmen lassen. Wäre die Luft durchaus gleich dicht, welches sie nicht ist, und die Dichtigkeit der Luft unten an der Erdfläche 800 mal leichter als Wasser; und der Druck der ganzen Atmosphäre daselbst = dem Drucke einer 32 Pariser Fuß hohen Wassersäule; so würde ihre Höhe 800 . 32 = 25600 Par. Fuß betragen. Wäre aber das Mariottische Gesetz in völliger Schärfe und allgemein richtig, wie es auch

nicht

nicht ist, so erstreckte sich die Atmosphäre bis ins Unendliche.

Anm. Sie würde nach vorausgesetzter Richtigkeit desselben bis dahin, wo die Luft nur noch eine Queckſilbersäule eine Linie hoch im Gleichgewicht erhält, etwa 25105 Toisen = 150630 Pariser Fuß = ohngefähr $7\frac{1}{2}$ deutsche Meilen, die Meile zu 20000 Pariser Fuß gerechnet, hoch seyn. (Kästners Abh. vom Höhenmessen, §. 347.)

26. Wenn man eine Lammsblase, in deren Falten sich nur wenig Luft befindet, fest zubindet, und dann über ein Kohlenfeuer hält, und nach und nach umwendet, daß sie auf allen Seiten gleich erwärmt wird, ohne irgendwo zu versengen; so sieht man sie sich nach und nach ausdehnen, und zwar endlich so stark, daß, wenn Luft genug in ihr war, sie zersprengt wird. Aus dieser Erfahrung wird eine doppelte Wirkung der Wärme auf die Luft offenbar: einmal dehnt die Wärme die Luft aus und macht sie dünner, und dann vermehrt sie ihre Elasticität, so daß sie, so lange sie warm ist, einer dichtern kalten Luft, und überhaupt einem größern Druck, das Gleichgewicht halten kann.

Anm. 1. Erhitzt man ein nicht gar zu kleines offnes Gefäß mit engem Halse, so wird die darin enthaltene Luft sich ausdehnen und zur Oeffnung herausgehen. Verklebt man dann, wann die Luft sehr verdünnt ist, die Oeffnung, und läßt das Gefäß langsam erkalten; so wird es, wenn man es so wägt, weniger wiegen, als dann, wann man wieder Luft hat hineintreten lassen. So untersuchte z. B. Rob. Boyle die eigenthümliche Schwere der Luft; er wog eine Dampfkugel (Aeolipila) glühend, da dann die Wirkung

kung des Feuers die Luft fast gänzlich aus ihr vetrieben hatte; und nachher erkaltet, da sie voll Luft war, und endlich voll Wasser. Bei Vergleichung der Vermehrungen des Gewichts fand er das Verhältniß der eigenthümlichen Schweren der Luft und des Wassers, wie 1 : 938. (de Luc Untersuchung über die Atmosphäre, Th. 1. S. 229.)

Anm. 2. Diese Erfahrung zeigt ein Mittel, Gefäße, die sich in eine enge Röhre endigen (Thermometer-Röhren) und sich deswegen nicht gut mit einem Flüssigen anfüllen lassen, weil die Luft und das Flüssige in der engen Röhre einander nicht ausweichen können, dennoch damit zu füllen. Man erwärme nur das ganze Gefäß und selbst die Röhre stark, und stelle diese mit der Oeffnung in das Flüssige. So wie das Gefäß allmälig erkaltet, vermindert sich die Elasticität der wenigen noch in dem Gefäß vorhandenen verdünnten Luft. Die Atmosphäre, die auf das Flüssige drückt, bekömmt also das Uebergewicht, und drückt von dem Flüssigen so viel durch die Röhre in das Gefäß hinein, bis die nun wieder erkaltete Luft durch die Verdichtung so viel Elasticität wieder bekömmt, daß sie der Atmosphäre das Gleichgewicht hält. Um dann auch diese Luft noch herauszuschaffen, erwärmt man abermals das Gefäß, doch nun in der Stellung, daß die Luft, welche sich ausbreiten will, und von dem erwärmten Flüssigen gedrängt wird, aus der Röhre entschlüpfen kann. Ist das Gefäß von Glas, und das einzufüllende Flüssige Wasser, so muß man sich hüten das Glas zu erhitzen, weil erhitztes und benäßtes Glas zerspringt. Robins hat durch ein solches Verfahren gefunden, daß die Luft in der Höhlung eines weißglühenden Eisens viermal stärker ausgedehnt ist, als zuvor, da dieses Eisen kalt war. (Eulers erläuterte Artillerie, Cap. 1. Satz 5.)

Anm. 3. Aus diesen Erfahrungen wird auch begreiflich, wie in geheizten Zimmern, die nicht auf

das

das genaueste verschlossen sind; noch mehr aber bei Windöfen und Caminen, Luftwechsel entstehen kann; ingleichen leitet sie auf Mittel, das Rauchen der Schornsteine in vielen Fällen zu verhüten. (Man sehe Benj. Franklins Schreiben an Dr. Ingenhouß über das Rauchen der Kamine und Schornsteine, Hamb. 1788; und J. C. Huths (meines Vaters) Mittel den Zug des Rauchs durch die Schornsteine zu befördern, Halberstadt 1774.) In den Abh. der königl. schwed. Acad. der Wiss. 1757. S. 77. nach Kästners Uebers. hat Sutton nach Trieswalden ein Mittel, auf Schiffen Luftwechsel durch Feuer zu erhalten, angegeben; wozu Venturas Luftkugel noch bequemer ist. (Abh. der Schw. Acad. der Wiss. 1766. 4. Quart. 5. Abh.) Wie in übereinanderliegenden Kellern Luftwechsel zu erhalten, ist in den Grundsätzen der bürgerl. Bauk. aus dem Ital. Leipzig 1784. 2. Th. S. 65. ein Mittel vorgeschlagen.

27. Wenn eine Luftschicht der Atmosphäre durch irgend eine Ursache wärmer wird, als vorher, so wird ihre Elasticität vermehrt, und sie drängt nach oben und unten und nach allen Seiten stärker der sie umgebenden Luft entgegen; also auch stärker auf das Queckſilber im Barometer, und kann nun vermöge ihres Zuwachses an Elasticität eine höhere Queckſilbersäule tragen. Daraus folgt, daß das Barometer nicht blos Veränderungen des Drucks der Atmosphäre anzeigt, sondern auch Veränderungen der Elasticität, die sich in irgend einer oder mehrern Schichten der Atmosphäre ereignen. Es könnte daher dieses Instrument eben so gut Elatometer als Barometer heißen.

28. Durch vermehrte Wärme kann gemacht werden, daß eine viel dünnere und also

leichtere Luft gleiche Elasticität mit einer kältern und schwerern Luft bekömmt. Eine solche leichtere Luft kann aber in der schwerern nicht mehr ihre Stelle behalten, sondern muß, wenn ihr specifisches Gewicht p und das specifische Gewicht der schwerern Luft P ist, so lange in der letztern, deren specifisches Gewicht nach oben zu abnimmt, in die Höhe steigen, bis sie in eine Luft kömmt, deren specifisches Gewicht = p, dem ihrigen, ist.

Ferner, schließt man die wärmere leichtere Luft von gleicher Elasticität mit der sie umgebenden kältern in eine Hülle ein, so kann das Gewicht dieser Hülle = P — p seyn, und die Hülle wird dennoch nicht sinken, sondern von der in ihr enthaltenen Luft schwebend in der Atmosphäre erhalten werden. Wäre die Hülle leichter, als P — p, so würde die in ihr verschlossene Luft noch von der sie umgebenden schwerern in die Höhe gedrückt werden, und also die Hülle in die Höhe steigen müssen; welches so lange geschehen würde, bis entweder das Gewicht der innern Luft p durch allmälige Erkaltung so viel schwerer geworden, oder die Hülle in eine Luftschicht gekommen, wo das Gewicht der äußern Luft in dieser Luftschicht P so viel geringer ist, daß nun P — p dem Gewicht der Hülle gleich ist.

Anm. 1. Es versteht sich, daß hier P und p nicht die Gewichte eines Cubikfußes oder Cubikzolles kälterer und wärmerer Luft bezeichnen; sondern überhaupt die Gewichte gleichgroßer Luftmassen kältes rer und wärmerer Luft, diese mögen so viel Cubikfuße, oder Cubikzolle enthalten, als man will.

Anm.

Anm. 2. Eine Luft, welche bei geringerer Dichtigkeit eben so stark entgegendrängt, als sie that, da sie dichter war, oder eine Luftart, die dünner und leichter ist als eine andere, aber demohngeachtet eben so viel Elasticität äußert, kann man specifisch elastischer nennen; und die absolute Elasticität, welche blos die Stärke des Dranges ist, mit der ein elastisches Flüssiges der Kraft, die dasselbe zusammendrückt, widerstrebt, von der specifischen unterscheiden, worunter man das Verhältniß der absoluten Elasticität und der Dichtigkeit einer elastischen Materie versteht. Es werden sich also die specifischen Elasticitäten mehrerer Luftarten verhalten, wie die Quotienten aus ihren absoluten Elasticitäten, dividirt durch ihre Dichtigkeiten oder eigenthümlichen Schweren.

29. Jede Luft, welche specifisch elastischer als eine andere ist, steigt also in dieser in die Höhe, und kann noch, nicht allein ihre Hülle, in der sie eingeschlossen ist, wenn diese leichter als P — p ist, sondern auch außerdem andere Last, die nebst dem Gewicht der Hülle doch leichter als P — p ist, mitnehmen.

Anm. 1. Diese Betrachtung hat zu unsern Zeiten eine der merkwürdigsten Erfindungen, nämlich die eines Mittels in der uns umgebenden Atmosphäre aufzusteigen, veranlaßt. Joseph und Stephan von Montgolfier versuchten im Jahr 1782. Säcke von Papier mit brennbarer Luft, die specifisch elastischer, als atmosphärische, ist, zu füllen. (Discours lû à l'Ac. des Sc. de Lyon, Nov. 1783.) Im November 1782. gelang es dem ältern Bruder zu Avignon, ein hohles Parallelepipedum von Taffet von 40 Cubikfuß Inhalt durch Erwärmung der innern Luft bis an die Decke des Zimmers steigen zu machen. Am 5ten Jun. 1783. ließen sie zu Annonay einen großen hohlen Körper aus Leinwand

wand vermittelst einer durch Strohfeuer verdünnten Luft in die Höhe steigen. Auf erhaltene Nachricht von dem glücklichen Erfolg dieses Versuchs ließen Herr Charles und die Gebrüder Robert eine mit brennbarer Luft angefüllte Kugel von Taffet, mit Firniß aus elastischem Harze überzogen, den 27. Aug. 1783. bei Paris in die Höhe gehen. Nachher hing man an dergleichen Körper, die nun Aërostaten (aerostatische Maschinen, Luftbälle) genannt worden, Gallerien, oder Gondeln, in denen man Thiere setzte, die mit in die Höhe gehoben wurden. Am 21. Nov. 1783. stellten sich Hr. Pilatre de Rozier und Marquis d'Arlandes in die Gallerie eines solchen Aërostaten, den sie mit erwärmter Luft aufschwellten, und machten die erste Reise durch die Luft in Zeit von 25 Minuten. Dergleichen wurden nachher mehrere auch von andern angestellt. Pilatre de Rozier und sein Gefährte Romain wurden am 15. Jun. 1785. unglückliche Opfer dieser kühnen Versuche. Ueber alles merkwürdig aber war die glückliche Ueberfahrt des Hrn. Blanchard, eines Franzosen, und Jefferies, eines Engländers, über den Canal zwischen Dover und Boulogne, in einer mit brennbarer Luft gefüllten Aërostate, durch die Luft in Zeit von zwei Stunden. Seitdem hat man Preise ausgesetzt (die Acad. der Wiss. zu Lyon im Jahr 1784.) und sein Nachdenken angestrengt, um Mittel zu ersinnen, einen Aërostaten in der Luft nach Willkühr zu lenken. Dem Journal de Paris vom 29. Aug. 1785. (Allgem. Litt. Zeit. Beilage zu Nr. 212. 1785.) zufolge sollen die Herrn Vallet und Alban zu Paris in diesen Bemühungen glücklicher, als ihre Vorgänger, gewesen seyn. Segel sind beim Aërostaten zur Bewegung nicht zu gebrauchen, weil dieser nicht wie ein Schiff auf der See, sondern wie ein Fisch im Wasser, schwimmt. Jenes wird vom Widerstande des Wassers alle Augenblicke zurückgehalten, daß es nie des Windes Geschwindigkeit bekommen kann, diesem also immer Wirkung auf das Schiff übrig bleibt. Den Aërostaten aber hindert nichts, die Geschwindigkeit des Windes anzunehmen,

und

und dann helfen ihm Segel nichts. Einfache Ruder bleiben hierbei wol die besten Mittel.

Anm. 2. Von den sehr vielen über diese Erfindung erschienenen Schriften nenne ich hier nur folgende vorzüglich merkwürdige: Description des experiences de la machine aërostatique par Mr. Faujas de St. Fond, Paris 1783. Première suite 1784. Beschreibung der Versuche mit der aerostatischen Maschine der Hrn. von Montgolfier, von Faujas de St. Fond, Leipzig 1784. und Fortgesetzte Beschreibung der Versuche mit den Aërostat. Maschinen, mit Zusätzen des Uebersetzers, Hrn. D. Gehlers, Leipzig 1785. Montgolfiersche Luftkörper oder aerostatische Maschinen, von F. L. Ehrmann, Straßburg 1784. Betrachtungen über die aerostatischen Maschinen von G. C. Lichtenberg (im Gött. Magazin, 3. Jahrg. 6. St.). Quelques vues sur les machines aërostatiques (im Gothaischen Magazin, 3. B. 1. St. S. 73, der Verf. ist der gelehrte Herr Coadjutor von Maynz, Herr von Dahlberg). Cavallo's History and Practice of aërostation, Lond. 1785. übers. unter dem Titel: Tib. Cavallo Geschichte und Praxis der Aëroſtatik, Leipzig 1785. Geschichte der Aerostatik, historisch, physisch und mathematisch ausgeführt von Hrn. D. Kramp, Strasburg, 1ster Theil 1784. 2ter Theil 1785. Desselben Anhang zur Geschichte der Aëroſtatik, Strasburg 1786. Beilage zu Kramps Geschichte der Aëroſtatik, Gotha 1785.

30. Jeder Aëroſtate verliert in der Luft so viel von seinem Gewicht, als die Menge Luft wiegt, die mit ihm einerlei Raum einnimmt. Dieser Raum sey im Cubikfuße = c, das Gewicht eines Cubikfußes Luft = p, so ist cp dieser Verlust. Der Aëroſtate sey mit leichter Luft gefüllt, das Gewicht eines Cubikfußes dieser Luft = g; so ist gc das Gewicht der in ihm enthaltenen Luft.

Die

Die Hülle selbst wiege q; so ist gc + q das Gewicht des Aërostaten. Er kann nur steigen, wenn (gc + q) < cp die Kraft zum Steigen k ist = cp — (gc + q) = c (p — g) — q.

Setzt man die Oberfläche des Aërostaten in Quadratfußen = f, und das Gewicht eines Quadratfußes von dem zu der Hülle desselben gebrauchten Zeuges = h, so ist hf = q.

Also k = c (p — g) — hf. Und hiernach läßt sich die Kraft, mit der ein Aërostate von gegebener Gestalt, Größe, Materie zur Hülle, und Luftart zum Anfüllen, von der Atmosphäre gehoben wird, berechnen.

Anm. 1. Z. B. der Aërostate werde mit erwärmter Luft gefüllt und sey eine Kugel aus Leinwand verfertigt, 28 Fuß im Durchmesser, so ist f = 2461,76 Quadratfuß; es sey h = 2 Unzen, so ist hf = 4923,5 Unzen. c ist alsdenn = 11488,2 Cub'. Es wiege 1 Cub'. gemeine Luft, p = 1,4 Unzen; und 1 Cub'. erwärmte Luft = $\frac{2}{3}$ p; so ist p — g = $\frac{1,4}{3}$ = 0,466'. Also c (p — g) = 5353,5 Unzen; folglich c (p — g) — hf = 5353,5 — 4923,5 = 430 Unzen = 26 Pfund 14 Unzen = k.

Sollte eine eben so große Kugel, aus Taffet verfertigt, mit brennbarer Luft gefüllt werden; und h ist = $\frac{3}{4}$ Unzen; und g, das Gewicht eines Cubikfußes brennbarer Luft = $\frac{1}{7}$ p = $\frac{1,4}{7}$ = 0,2; so ist p — g = 1,2; also c (p — g) = 13785,8; und hf = 2446,3; folglich c (p — g) — hf = 11339,5 Unzen = 708 Pfund 11 Unzen = k.

Auf

Auf diese Art kann man für mehrere Kugeln von verschiedenem Durchmesser entweder aus Leinwand verfertigt und mit erwärmter Luft gefüllt, oder aus Taffet verfertigt und mit brennbarer Luft aufgeschwellt, k berechnen und für gelegentlichen Gebrauch die Resultate in eine Tabelle ordnen.

31. Soll der Aërostate nicht steigen, sondern nur gerade schweben, so muß $k = o$, und $gc + q$ kann $= cp$, oder $c(p - g) = q$ seyn. Alsdann ist $c = \frac{q}{p - g}$. Soll nun der schwebende Aërostate blos sich selbst halten, so ist seine ganze Last das Gewicht seiner Hülle $q = hf$.

Also $c = \frac{hf}{p - g}$; daraus folgt $\frac{c}{f} = \frac{h}{p - g}$,

also auch $\frac{6c}{f} = \frac{6h}{p - g}$. Aber $\frac{6c}{f}$ ist $= d$,

dem Diameter der Kugel, wenn der Aërostate eine Kugel ist (Anm. 2.), oder der sechsfache Cubikinhalt durch die Oberfläche dividirt, giebt für eine Kugel den Diameter. Also findet man den Diameter eines kugelförmigen blos schwebenden Aërostaten aus einem gewissen Zeuge verfertigt, mit gewisser Luftart gefüllt, $d = \frac{6h}{p - g}$ d. i. wenn man das sechsfache Gewicht eines Quadratfußes von dem Zeuge, durch den Unterschied zwischen den Gewichten eines Cubikfußes gemeiner und eines Cubikfußes der Luftart, womit der Aërostate gefüllt wird, dividirt.

Anm.

Anm. 1. Nach dieser Regel läßt sich die kleinste Größe, die ein kugelförmiger Aëcostate aus allerhand Zeug verfertigt, mit allerhand leichtern Luftarten, als die gemeine, gefüllt, berechnen. Hr. Prof. Lichtenberg hat im Gött. Magaz. 3. Jahrg. 5. St. die Resultate einer solchen Ausrechnung in einer Tabelle, die ich hier abschreiben will, geliefert: der Durchmesser der kleinsten mit brennbarer Luft gefüllten Kugel wäre

	Fuß	Zoll	Linien
aus englischem Seidenpapier	0	5	0
— gemeinem Postpapier	—	9	2
— französischem Zeichenpapier	1	11	11
— Knittergold	2	0	10
— englischem Wachstaffet	3	0	4
— Kartenpapier	4	1	6
— verzinntem Eisenblech	50	6	7

Nimmt man die Durchmesser größer, als hier angegeben, so müssen die Kugeln steigen.

Anm. 2. Daß $\frac{6c}{f} = d$ erhellet so: Es ist $c = \frac{1}{6} \pi d^3$, also $6c = \pi d^3$. Ferner ist $f = 4 . \frac{1}{4} \pi d^2 = \pi d^2$. Folglich $\frac{6c}{f} = \frac{\pi d^3}{\pi d^2} = d$.

Anm. 3. Die Goldschlägerhaut ist als das bequemste Zeug zu kleinen Luftbällen befunden; schon Jul. Cäsar Scaliger (in seiner Exercitat. ad Cardanum de subtilitate, exerc. 306.) schlägt sie als einen Zeug vor, mit dem man die Taube des Archytas nachahmen könne. Die Vorsichtigkeit erfodert, die seidenen Hüllen der Aërostaten, welche mit brennbarer Luft gefüllt werden, mit einem guten Firniß in- und auswendig zu überziehen; so wie die Hüllen der aus Leinwand verfertigten inwendig mit einer vor dem Feuer schützenden Materie (Erdfarbe, Auflösung von Salmiac und Kalk), auswendig aber mit einem schnell trocknenden Oelfirniß, zu

über-

überstreichen. Die Kugelgestalt, oder eine nicht weit von ihr abweichende, scheint zu Aërostaten die schicklichste zu seyn, theils weil sie unter allen Körpern innerhalb der kleinsten Oberfläche den größten möglichen Raum enthält, also bei dem geringsten Gewicht der Hülle die größte mögliche Luftmenge aus der Stelle treibt, und daher mit dem größten Uebergewicht in die Höhe getrieben wird; theils weil sie auch noch immer am vortheilhaftesten zu lenken seyn würde. Mehreres Merkwürdige, besonders über die Verfertigung und Füllung der Aërostaten findet man in den oben angeführten Büchern, und in Gehlers physikalischem Wörterbuche, Art. Aërostat.

Nach Entdeckung der specifischen Leichtigkeit der brennbaren Luft von Cavendish um das Jahr 1766. hatte D. Black in Edinburgh bald darauf den Gedanken: eine dünne Blase mit solcher Luft gefüllt, müsse in der Atmosphäre in die Höhe fahren; er stellte aber keinen Versuch deshalb an. Cavallo that dieses 1782, aber ohne Glück, außer daß er seine mit brennbarer Luft gefüllte Seifenblasen gegen die Decke des Zimmers auffahren sahe. Eben dieses gelang um dieselbe Zeit auch Hrn. Prof. Lichtenberg.

3. Die Luftpumpe.

32. Die Luftpumpe ist ein Instrument, welches dazu dient, die Luft in einem Gefäße theils zu verdünnen, theils zu verdichten. Man hat ein solches Instrument, wenn in dem hohlen metallenen Cylinder ab ein Stempel s genau hineinpaßt, doch so, daß er sich vermittelst der Stange hs, woran der Handgriff g sich hin und her bewegen läßt, hin und her gezogen werden kann; wenn dann aus dem Boden des Cylinders a eine Röhre r hervorgeht, die sich aufwärts krümmt und mit einer Oeffnung o in dem mit einem Rande umgebenen Teller t endigt;

auf welchen eine gläserne Glocke c steht. Durch diese Röhre steckt ein Hahn h, der so eingerichtet ist, daß man vermittelst seiner die Communication der Glocke und des Cylinders bewirken, und, wenn man will, verschließen, desgleichen der Höhlung des Stiefels Communication mit der äußern Luft verschaffen kann.

Anm. Der Stempel oder Kolben muß sowol mit seiner Rundung an die innere Rundung des Cylinders oder sogenannten Stiefels, als auch mit seinem Boden an den Boden des Stiefels durchgängig genau anschließen; die Kolbenstange muß beim Auf- und Niederstoßen immer in der Axe des Stiefels bewegt werden. Der Hahn muß conisch gestaltet seyn, und so genau in seinem eben so gestalteten Lager anschließen, daß er an keiner Stelle der äußern Luft einen Zutritt zur Röhre verstattet. Die Gestalt und Einrichtung des Hahns läßt sich besser zeigen, als beschreiben. Der Teller der Glocke muß recht eben und glatt abgeschliffen seyn, und so auch der Rand der Glocke.

33. Mit diesem Instrumente kann nun auf folgende Art die Luft in der Glocke verdünnt werden:

1) Man stößt den Kolben bis an den Boden des Stiefels nieder; bringt den Hahn in die lage, daß er zwischen Stiefel und Glocke Communication macht; und zieht den Kolben vom Boden des Stiefels zurück. Jetzt würde zwischen diesen beiden ein luftleerer Raum seyn; der kann aber nicht werden, weil die unter der Glocke und in der Röhre befindliche elastische Luft sich in diesen Raum, wo sie keinen Gegendrang erfährt, ausdehnt. Dadurch nimmt aber nun die Luft

einen

einen Raum ein, der um das Stück des Stiefels zwischen dem Kolben und des Stiefels Boden, um as, größer ist, als vorher, und ist also dünner geworden.

2) Man dreht hierauf den Hahn so, daß die Communication zwischen Glocke und Stiefel gesperrt, aber zwischen Stiefel und äußerer Luft geöffnet ist; stößt den Kolben wieder bis auf den Boden nieder, und treibt dadurch den Theil der Luft, der sich zwischen dem Kolben und des Stiefels Boden befand, in das Freie heraus.

3) Jetzt wiederholt man die erste Operation und fährt wechselsweise mit beiden fort; so kann man auf die Art eine Portion Luft nach der andern von der unter der Glocke befindlichen wegnehmen, und so die noch übrige immer mehr und mehr verdünnen.

Anm. Die Luft kann auf diese Art nicht gänzlich aus der Glocke weggeschafft, sondern nur verdünnt werden. Indessen kann doch, wenn gehörig dafür gesorgt ist, daß keine äußere Luft wieder unter die Glocke eindringen kann, diese Verdünnung in so hohem Grade geschehen, daß die noch übrige wenige Luft den Absichten des jedesmaligen Versuchs nicht hinderlich wird. Soll die Verdünnung schnell bewirkt werden, so muß die Glocke in Vergleichung mit dem Stiefel klein seyn.

34. Zu finden, wie vielmal die Luft unter der Glocke nach einer gewissen Menge Auspumpungen verdünnt ist.

Der Raum, den die Luft unter der Glocke und in der Verbindungsröhre bis an den Boden des Stiefels einnimmt, sey a; der Raum des

Stiefels vom Boden bis an den aufgezogenen Kolben, b; so ist a + b der Raum, welchen die Luft bei dem ersten Aufzuge des Kolbens einnimmt. Um wie viel dieser Raum größer ist, als vorher, um so viel ist die Dichtigkeit der Luft nun geringer als vorher; also verhalten sich die Dichtigkeiten der Luft vor und nach einem Kolbenaufzuge, umgekehrt, wie ihre Räume.

Es sey D die Dichtigkeit der Luft vor der Auspumpung; und d die bei jedesmaliger Auspumpung nun entstandene geringere Dichtigkeit. So ist nach dem ersten Zuge, wie

$$a + b : a = D : d; \text{ und } d = \frac{a}{a+b} D.$$

Nach dem zweiten Zuge, wie

$$a + b : a = \frac{a}{a+b} D : d; \text{ und } d = \frac{a^2}{(a+b)^2} D.$$

Nach dem nmaligen Zuge wird auf ganz gleiche Art $d = \frac{a^n}{(a+b)^n} D.$

Demnach ist die Dichtigkeit der durch nmalige Auspumpung verdünnten Luft, zu der Dichtigkeit der ersten, unveränderten Luft, wie $\frac{a^n}{(a+b)^n} D$ zu D. Man dividire beides mit D; so ist

$$\frac{a^n}{(a+b)^n} D : D = \frac{a^n}{(a+b)^n} : 1.$$ Setzt

man

man nun $D = 1$ und dividirt mit $\frac{a^n}{(a+b)^n}$ in 1; so ist $\frac{(a+b)^n}{a^n}$ + die Zahl, oder durch logarithmen gefunden n. log. (a + b) — n. log. a, der logarithmus von der Zahl, welche anzeigt, wieviel mal die luft verdünnt ist.

Anm. 1. Es sey z. B. der innere Raum der Glocke und Verbindungsröhre, $a = 5$, wenn der Raum zwischen des Stiefels Boden und dem Kolben b bei jedem Aufzuge $= 2$; d. i. in der Glocke und der Verbindungsröhre ist $2\frac{1}{2}$ mal so viel Raum, als im Stiefel zwischen Boden und Kolben, wenn dieser aufgezogen ist; und es werden 10 Züge gethan. So giebt die Rechnung n log. (a + b) — n log. a = n (log. (a + b) — log. a) = 10. (log. 7. — log. 5.) = 1,46128 = log. 29; oder nach 10maligem Auf- und Niederstoßen des Kolbens ist die Luft 29mal dünner geworden.

Anm. 2. Bei dieser Ausrechnung ist vorausgesetzt, daß die Luft unter der Glocke und in der Verbindungsröhre sich gleichförmig in den Stiefel hin ausdehne, und daß während dem Auspumpen keine frische Luft aus der Luft von außen unter die Glocke oder in den Stiefel komme. Da nun aber alle diese Voraussetzungen wol schwerlich jemals ganz zutreffen, so möchte auch eine solche Rechnung nie ganz genau die Größe der Verdünnung angeben können.

Anm. 3. Man sucht dieses auf andere Arten zu erhalten. Die erste ist: Man stellt die Torricellische Röhre unter die Glocke. Da nun der Drang der Luft gegen die eine Oberfläche des Queckſilbers das ist, wovon das Queckſilber in der Röhre gehalten wird, so wird dieses sinken, so bald die Luft unter der Glocke dünner und also bei eben der Wärme weniger elastisch wird.

Man kann also an einem so angebrachten Barometer sehen, ob die Luft durch die Luftpumpe in einem geringern oder größern Grade verdünnt werde.

Ja man braucht dazu nicht einmal eine Röhre von 28 Zoll Länge; sondern eine viel kürzere, oben verschlossene, ganz mit Queckſilber gefüllte und unten in ein Gefäß mit Queckſilber gestellte Röhre thut dieselben Dienste, weil, wenn das Queckſilber in einer so kurzen Röhre nicht einmal mehr durch den Drang der Luft erhalten werden kann, diese schon sehr verdünnt seyn muß. Man nennt das Verfahren mit der letztern Röhre die kurze, und jenes mit der größern Röhre, die lange Barometer-Probe der Luftpumpe. Beobachtet man zugleich die Barometerhöhe an einem Barometer neben der Luftpumpe, und vergleicht die in der Glocke beobachtete damit, so erfährt man, wieviel mal die in der Glocke nunmehr befindliche Luft weniger elastisch geworden ist, wenn man mit der letztern Barometerhöhe in die erstere dividirt; aber nicht immer, wieviel mal verdünnter nun die Luft sey; dieses nur, wenn man versichert seyn kann, daß sich während dem Auspumpen kein neues elastisches Fluidum, das von der atmosphärischen Luft verschieden ist, unter der Glocke entwickelt habe. Denn, wäre dieses geschehen, so könnte zwar die Luft sehr verdünnt seyn, und dennoch das Queckſilber in der Barometerröhre von dem neuen elastischen Fluido auf eine beträchtliche größere Höhe gehalten werden, als von der verdünnten Luft allein.

Eben dieses ist bei der zweiten Art der langen Barometer-Probe zu bemerken, da man die Barometerröhre nicht unter der Glocke, sondern neben der Luftpumpe so anbringt, daß man ihr oberes offnes Ende in dem durchbohrten Boden des Tellers einkittet, oder sonst mit dem Raume unter der Glocke in Verbindung bringt, und sie mit dem andern, auch offnen, Ende in ein Gefäß mit Queckſilber stellet. Hier wird dann bei immer weiterm Auspumpen das Queckſilber von der äußern

Luft

Luft immer höher in die Röhre getrieben, je mehr die innere Luft unter der Glocke und in der Röhre verdünnt wird. Beobachtet man hier wieder zugleich ein gutes von der Glocke der Luftpumpe unabhängiges Barometer, und vergleicht die beiden Barometerhöhen, so wird man wieder sagen können, wieviel mal die Elasticität des unter der Glocke befindlichen Fluidums oder die Dichtigkeit der Luft vermindert worden sey, je nachdem man versichert seyn kann, daß sich während dem Verdünnen der Luft ein elastischer Dampf unter der Glocke entwickelt habe, oder nicht.

Noch eine andere Verdünnungs- und zugleich Luftpumpen-Probe ist die Heber-Probe. Eine an dem einen Ende a verschlossene, und, wie Fig. 53. zeigt, so gekrümmte Röhre, daß die Schenkel ab und bc genau parallel und überdem gleichweit sind, auch ab nicht 28 Zoll lang ist, hat an dem andern offnen Ende eine Schraube d, mit der sie in den Teller eingeschroben wird. Von dem verschloßnen Ende an ist der Schenkel ab bis auf einige Höhe in dem andern Schenkel bc mit Queckfilber gefüllt. Das Queckfilber wird von dem Drucke der Luft bis in die Spitze a hinauf gehalten. So wie aber die Luft unter der Glocke und in dem Schenkel bc durch das Auspumpen verdünnt wird, so drückt diese weniger, und das Queckfilber fällt in ab und steigt dagegen in bc immer mehr, je verdünnter die Luft wird, so daß beider Oberflächen in f und e einer und derselben Horizontallinie immer näher kommen. Beobachtet man dann auf der hinten an den beiden lothrechten Schenkeln der Röhre angebrachten Scale den Abstand beider Queckfilber-Oberflächen von einander, und dividirt damit in die dermalige Barometerhöhe eines neben der Luftpumpe beobachteten Barometers, so zeigt der Quotient an, wieviel mal die in der Glocke zurückgebliebene reine, oder mit elastischen Dämpfen vermischte Luft, verdünnt, oder weniger elastisch geworden sey. Fig. 53.

In den meisten Fällen sind diese langen, kurzen und Heber-Barometer, keine Dichtigkeits-Zeiger, sondern nur Elasticitäts-Zeiger, und es läßt sich aus dem, was diese anzeigen, schwerlich ohne beträchtlichen Irrthum der Grad der Verdünnung schließen.

J. Smeatons sogenannte Birnprobe scheint diesem Fehler abzuhelfen, und ist vielleicht ein wirklicher Dichtigkeitszeiger. Dieses Instrument ist ein hohles Fig. 54. gläsernes Gefäß in Gestalt einer Birne ab, das unten, wo es sich in eine engere Röhre endigt, offen, oben aber, wo es sich gleichfalls in eine durchgängig gleichweite Röhre endigt, bei c verschlossen ist. Es faßt ohngefähr ein halb Pfund Queckſilber, und man wiegt ein für allemal die Queckſilbersäule, die in der obern Röhre ac eine gegebene Länge einnimmt, und alles Queckſilber, wovon das ganze Gefäß angefüllt wird, um durch Vergleichung jenes mit diesem an der Röhre Abtheilungen machen zu können, deren jede ein aliquotes Theilchen, etwa $\frac{1}{1000}$ vom Inhalt des ganzen Gefäßes anzeigt, die man, wenn es nöthig ist, noch weiter eintheilen kann. Dieser Birnprobe bedient man sich auf folgende Art: Sie wird an einem Stabe befestigt, der durch den obern Theil der Glocke geht, und darinne auf und nieder geschoben werden kann. Anfangs zieht man sie in die Höhe und setzt unten auf dem Teller unter der Glocke ein Gefäß mit mehr Queckſilber, als in die Birnprobe gehet, gefüllt. Nach verrichteter Auspumpung schiebt man die Birnprobe hinunter, bis ihre Oeffnung fast den Boden des mit Queckſilber gefüllten Gefäßes berührt. Darauf läßt man Luft unter die Glocke; so treibt diese das Queckſilber in die Birnprobe so hoch hinein, bis die wenige in ihr noch vorhandene, aber verdünnte, Luft einen so kleinen Raum oben in der Röhre ac einnimmt, daß sie in demselben gleiche Dichtigkeit mit der atmosphärischen hat. Dieser kleine Raum, den man an den Abtheilungen messen kann, dividirt in den ganzen Inhalt der Birnprobe, giebt den Grad der Verdün-

dünnung der Luft an. Indessen doch noch nicht genau; denn man muß bedenken, daß die in der Birnprobe enthaltene Queckſilberſäule über der Oberfläche im Gefäß auch von der atmoſphäriſchen Luft gehalten wird, und daß alſo die in der Spitze der Birnprobe zuſammengepreßte Luft noch dünner als die atmoſphäriſche iſt: Um ſie eben ſo dicht zu machen, zieht man die Birnprobe wieder in die Höhe und läßt das Queckſilber aus ihrem weitern Theile wieder heraus in das Gefäß laufen. In der obern engen Röhre wird dann allemal noch etwas als Scheidewand zwiſchen der verdünnt geweſenen und äußern Luft hangen bleiben. Hierauf nimmt man die Birnprobe hervor und legt ſie horizontal, ſo wird die äußere Luft das Queckſilber ſo weit hinterſchieben, bis die verdünnt geweſene Luft wieder ſo dicht als die äußere iſt. Der Raum, den ſie nun einnimmt, dividirt in den ganzen Inhalt der Birnprobe, giebt den Grad der Verdünnung der Luft richtiger an. Die vielleicht bei der Auspumpung entſtandene elaſtiſche Flüſſigkeit wird itzt durch die atmoſphäriſche Luft in ihren vorigen unwirkſamen Zuſtand wieder zurückgebracht.

Gebraucht man beide Proben, die Barometer- und Birnprobe, zugleich zu Erforſchung des Grades der Verdünnung, ſo findet man bisweilen einen großen Unterſchied zwiſchen den Verdünnungen, die man aus beider Anzeigen geſchloſſen hat. Dies zeigen Eduard Nairne ſorgfältige Verſuche, in den Philoſophical Transactions Vol. 67. for 1777. p. 614. erzählt, und John Cuthbersons Verſuche, in der bald weiter unten anzuführenden Schrift von ihm. Aus dieſer verſchiedenen Anzeige, wenn ſie ſich immer ereignen ſollte, wäre zu ſchließen: daß entweder ſich immer nach weggezogener Luft eine Art elaſtiſchen Fluidums unter der Glocke wirkſam zeige; oder daß das bekannte Mariottiſche Geſetz (in 23.) auf große Verdünnungen ſo wenig als auf große Verdichtungen anwendbar ſey; oder daß beides ſtattfinde.

35. Will man die Luft in einem Gefäße zusammenpressen, oder durch hinzugebrachte Luft, die sich mit der erstern in eben dem Raum befinden muß, verdichten; so schraube man den Teller mit der Glocke ab, und dieses Gefäß, das übrigens weiter keine Oeffnung hat, als die, mit der es angeschroben wird, an dessen Stelle an, und verfahre nun auf folgende Weise:

1) Drehe man den Hahn so, daß er dem Stiefel Communication mit der äußern Luft giebt, und ziehe den Kolben vom Boden zurück, so füllt sich der Stiefel zwischen seinem Boden und dem Kolben durch den Hahn mit äußerer Luft, die ihrer Elasticität wegen dahin sich ausbreitet, wo sie keinen Gegendrang findet.

2) Hierauf drehe man den Hahn in die Lage, daß er zwischen dem Gefäß und dem Stiefel Communication giebt, und stoße den Kolben nieder; so treibt dieser die vorhin in dem Stiefel gefangene Luft in das Gefäß zu der darin enthaltenen hinzu, die nun dadurch dichter wird.

3) Jetzt wiederhole man die erste Operation, und fahre wechselsweise mit ihr und der andern fort; so kann man immer mehr Luft in das Gefäß bringen, und die darin enthaltene mehr verdichten.

36. Zu berechnen, nach wieviel Kolbenzügen die Luft in einem Gefäße zweimal, dreimal, mmal dichter werden kann.

Es sey wieder der innere Raum des Gefäßes und der Verbindungsröhre a, der Raum zwischen des

Stie-

Stiefels Boden und dem Kolben bei jedem Zuge b; und $\frac{a}{b} = n$; so ist $nb = a$. Mit jedesmaligem Niederstoßen des Kolbens kömmt eine Menge Luft = b zu der in dem Gefäße a; also nach nmaligem Niederstoßen eine Menge Luft = nb = a. Dann wäre also eine Menge Luft in dem Gefäß = 2a, oder die Luft wäre itzt doppelt so dicht als vorher. Damit sie mmal so dicht werde, müssen mn Kolbenzüge geschehen.

Anm. Hier gilt dasselbe, was die 2te Anmerkung in 34. sagt. Auch kann auf ähnliche Art, wie dort, der Grad der Verdichtung durch die Luftpumpe an besondern dazu an ihr angebrachten Instrumenten beobachtet und berechnet werden.

37. Wenn man den Druck der äußern Luft auf eine von Luft geleerte Glocke oder Kugel ausrechnen will; so muß man annehmen: daß aus dem Drucke gegen alle kleinste Theile in der Oberfläche der Glocke, oder Kugel, ein senkrechter Druck entsteht, der so groß ist, als der Druck der äußern Luft auf die Grundfläche der Glocke, oder auf den größten Kreis der Kugel; ferner daß dieser senkrechte Druck sich nach der dermaligen bei dem Versuch beobachteten Barometerhöhe richtet. Drückt man daher die Barometerhöhe durch h aus, die Grundfläche der Glocke oder den größten Kreis der Kugel durch f, und das Gewicht eines Cubikzolles Queckfilber von der Reinigkeit des im Barometer enthaltenen durch g; so ist hf . g der gesuchte Druck.

Anm.

Anm. 1. Der Durchmesser der Glocke sey 6″, so ist f = 28,26 Quadratfuß. Es sey h = $27\frac{1}{2}$ = 27,5; so ist hf = nahe 777 Cub″.; g sey = 17 Loth $2\frac{1}{2}$ Quentchen = $17\frac{5}{8}$ Loth; (= dem Gewicht eines Duodecimal-Cubikzolles Queckſilber) also hf . g = nahe 13695 Loth = fast 428 Pfund. Und so stark wäre auch der Druck auf eine luftleere Kugel von 6″ im Durchmesser. Otto Guerikens Halbkugeln.

Anm. 2. Die angenommene Voraussetzung: daß aus dem Drucke gegen alle kleinste Theile in der Oberfläche der Glocke, oder der Kugel, ein senkrechter Druck entsteht = dem Druck der äußern Luft auf die Grundfläche der Glocke, oder dem größten Kreis der Kugel, gründet sich auf eine Berechnung nach Grundsätzen der höhern Arithmetik. Man sehe Karstens Lehrbegriff der Mathem. 6. Th. Pneumatik §. 132.

38. Hätte man in einer Kugel oder Glocke die Luft verdichtet, so würde man nach eben den Grundsätzen den Drang der zusammengepreßten Luft nach oben berechnen müssen. Es sey nämlich der Druck der äußern Luft auf die Kugel = hf . g; ist die innere Luft mit der äußern von einerlei Dichtigkeit und Elasticität bei einerlei Wärme, so ist ihr Drang gegen die Kugel aufwärts = o; wäre sie aber doppelt so dicht, so wäre ihr Drang nach oben = hf . g; bei dreimal größerer Dichtigkeit aber = 2 . hf . g, u. s. w. Also überhaupt bei nmal größerer Dichtigkeit = (n — 1) hf . g.

39. Anm. Dieses für die Naturlehre so überaus nützliche mechanische Instrument, die Luftpumpe, ist von Otto von Guerike, Rath und Bürgermeister zu Magdeburg, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts erfun-

erfunden worden. Seine großen Versuche damit auf dem Reichstage zu Regensburg im Jahr 1653 sind bekannt, Caspar Schott beschrieb sie zuerst in seiner arte mechanico-hydraulico-pneumatica 1657, und in seiner Technica curiosa 1664; nachher Otto von Guerike selbst in dem Werke, betitelt: Experimenta nova ut vocantur Magdeburgica de vacuo spatio, Amstel. 1672. Die erste Guerikische Luftpumpe war wie eine einfache Feuerspritze, mit einem liegenden Stiefel und Ventilen, stand im Wasser, und die Recipienten waren kugelförmig und wurden mit einem Halse an die Verbindungsröhre aufgeschroben. Nachher brachte er an der zweiten zur Bewegung Druckstangen an, und einen stehenden Stiefel, sonst wie die vorige, aber sehr groß. Die dritte Guerikische war kleiner.

Robert Boyle, ein engländischer Naturforscher, brachte einige beträchtliche Verbesserungen an, und beschrieb sie nebst den angestellten Versuchen in seinen novis experimentis physico-mechanicis de vi aëris elastica et ejusdem effectibus 1661. die das Jahr vorher 1660 englisch herauskamen; ferner in seiner Continuation of new experiments physico-mechanical, touching the spring and weight of the air, the first part, Oxf. 1669. (in seinen Works Vol. III.); in seinen tracts of discovery of the admirable rarefaction of air, Lond. 1671. (Works Vol. III. p. 202.); in seiner Continuation of new experiments touching the spring and weight of air, London 1681. (Works Vol. IV. p. 96.) und seine general history of the air, Lond. 1692. (Works Vol. V. p. 105). Die Boylesche Luftpumpe hatte einen stehenden Stiefel und Hähne, eine Kolbenstange mit Zähnen und Getriebe, wie eine Fuhrmannswinde; der Recipient mit eingekütteten Deckel wurde auch angeschroben. Sie ließ sich leichter, aber langsamer, bewegen.

Hierauf brachte Hr. Papin den Teller mit der Glocke, statt des kugelförmigen und gehalseten Recipiens

pienten, an. Seine Maschine hatte einen stehenden Stiefel, dessen Kolben vermittelst eines Steigbügels bewegt wurde. Er selbst beschrieb sie in seinen nouvelles experiences du vuide, Paris 1674.

Wolfg. Sengwerd zu Leyden gab hierauf seiner Luftpumpe einen fast wagrecht liegenden Stiefel, einen doppelt durchbohrten Hahn, eine gezahnte Kolbenstange nebst einem Stirnrade, das durch Kreuzarme bewegt wird. Man sehe Wolfg. Sengverd inquisitiones experimentales, quibus aëris natura explicatur, Leid. 1699. und sein Rationis et experientiae connubium, Rotterdam 1715. Herr Christ. von Wolf hat alle seine Versuche mit einer Sengwerdschen, von Leupold verfertigten, Luftpumpe angestellt. (Wolfs Nützliche Versuche, I. Th. IV. Kap. S. 105. u. f. ingleichen Elementa Mathes. Universae, T. II. Aërom. Cap. II. §. 40. p. 362. sq.)

Um die Arbeit bei dem Auspumpen zu verkürzen, machte man nun Luftpumpen mit zwei Stiefeln, in denen die Kolben mit ihrer Bewegung so abwechseln, daß, wenn der eine die Luft aus der Glocke in seinen Stiefel hineinzieht, der andere die bereits gefangene heraustreibt. So entstand die Luftpumpe des Hauksbee, eines Engländers, (man sehe seine physico-mechanical experiments, wovon eine französische, mit Zusätzen bereicherte Uebersetzung da ist: Experiences physico-mechaniques, trad. de l'Anglois de Mr. Hauksbee, par M. de Bremond . . . mises au jour par Mr. Desmarest, Par. 1754.) Sie hatte zwei lothrechtstehende Stiefel, am Boden mit einer Röhre vereinigt, von der eine andre Röhre bis in die Mitte des Tellers führt. Beide stehen mit der Verbindungsröhre in einem mit Wasser gefüllten Behältnisse, das Eindringen der Luft zu verhüten. Im Boden der Stiefel und Kolben sind Blasenventile. Die Kolbenstangen sind gezahnt, und werden durch ein zwischenliegendes Stirnrad und dieses vermittelst einer Kurbel bewegt.

Durch

Durch ein mit einem genau passenden Stöpsel verstopftes Loch in der Verbindungsröhre kann wieder Luft unter die Glocke gelassen werden; und vermittelst eines gerade durchbohrten Hahns in eben der Röhre kann die Communication zwischen Glocke und Stiefel verschlossen und geöffnet werden. Leupold hing, wenn er diese Luftpumpen verfertigte, die ungezahnten Kolbenstangen an einem um seine Mitte gehörig beweglichen Waagbalken, mit Druckstangen versehn. (Jac. Leupolds deutliche Beschreibung der sogenannten Luftpumpe, Leipzig 1707. Fortsetzung, Leipzig 1712.)

Gravesand und Nollet nahmen, sowol an ihren einstiefeligen, als doppelstiefeligen Luftpumpen, bei Hauksbees Einrichtung, statt der Ventile, Hähne, die sich aber an den doppelstiefeligen, durch den Mechanismus der Kolbenstangen, oder Kurbel, jedesmal von selbst wechselsweise in die gehörige Lage stellten. (Man sehe s'Gravesande Oeuvres philosophiques et mathematiques, Amst. 1774. P. I. n. 5.; und Memoires sur les instruments, qui sont propres aux experiences de l'air, par Mr. l'Abbé Nollet, I. Part., in den Memoir. de l'Ac. R. des Sc. 1740. pag. 385; II. Part. ebendaselbst pag. 567; III. Part. in Mem. de l'Ac. R. des Sc. 1741. pag. 338.)

Auf ähnliche Art verfertigte Herr Brander in Augsburg seine Cabinets-Antlia. (Man sehe Branders kurze Beschreibung einer kleinen Luftpumpe, Augsburg 1774.)

Aber diese Nachahmungen der Hauksbeeischen Luftpumpe, so wie sie selbst, war nur zum Verdünnen der Luft zu gebrauchen, nicht auch zum Verdichten. Beide Absichten zu erreichen, hat J. Smeaton bei seiner Luftpumpe mit nur Einem stehenden Stiefel Bedacht genommen, und auf geschickte Art Verbesserungen angebracht, daß die Smeatonsche Luftpumpe vor allen vor ihr bekannten große Vorzüge hat. (Man sehe Philosoph. Transact. Vol. 47. art. 69. pag. 415.) Sie hat Ventile,

tile, und soll nach Hrn. Smeatons Bericht die Luft nach der Birnprobe 1000mal verdünnen können. Herr Hofrath Kästner hat von der seinigen, nach Smeatons Angabe verfertigten Luftpumpe, eine sehr deutliche und vollständige Beschreibung und Abbildung in seinen Anfangsgründen der angew. Math. Gött. 1780. S. 173. u. f. gegeben. Hr. Nairne und Blunt, in England, haben sie nachmals noch verbessert, und Hr. Prof. Lichtenberg seine nach diesen und seinen eignen Verbesserungen verfertigte, in den von ihm mit Zusätzen herausgegebenen Erxlebenschen Anfangsgründen der Naturlehre, Gött. 1787, sehr umständlich beschrieben und abgebildet.

Leistens Luftpumpe ist die Smeatonsche mit sinnreichen Verbesserungen, wovon die vornehmste ist, daß Smeatons und Hauksbees Vortheile zugleich angebracht sind, indem der eine lothrechtstehende Stiefel eben so arbeitet, wie an der Hauksbeeischen beide. (Man sehe Leistens Beschreibung einer neuen Luftpumpe, Wolfenbüttel 1772.)

Bei allen bisher beschriebenen Luftpumpen blieben noch die Klagen gegründet, daß die mit Hahnen zwar anfangs vorzüglich gute Wirkung thun, bald aber durch das Ausschleifen der Hahnen leck werden; und daß die mit gewöhnlichen Ventilen zum Stillestehen kommen, wenn die geringe Elasticität der verdünnten Luft die Ventile nicht mehr heben kann. Ersterm Uebel scheint unmöglich abzuhelfen zu seyn. Dem letztern haben neuerlich die Herrn Hurter und Haas, ein Schweizer und ein Deutscher in England, bei ihren Smeatonschen Luftpumpen sehr gut vorgebeugt; jener, indem er zuletzt das Bodenventil durch eine Pinne, die in Leder geht, vermittelst eines Fußtritts von dem Boden hebt; dieser, daß er auf eben die Weise den Boden von dem Ventile entfernt. Diese gute Einrichtung hat Hr. Prof. Lichtenberg im Gött. Magaz. 4ten Jahrgangs erstem St. S. 156. beschrieben; man sehe auch Lichtenbergs Mag. für das Neueste aus der Phys. 3ten Bandes 1. St.

Bei

Bei diesen Verbesserungen bleibt aber das Kolbenventil, wie es war, und muß noch durch die Elasticität der unter dem Kolben befindlichen Luft gehoben werden.

Herr Prof. Hindenburg hat auch im Jahr 1787 eine Luftpumpe vorgeschlagen, bei der man die Fehler, die man den ältern mit Recht vorwirft, nicht antreffen soll, und die zugleich sehr einfach ist. Das ist sie auch in der That, wenn sich gleich gegen das Erstere Zweifel anbieten. Die Haupteinrichtung ist folgende: der Stiefel mit dem Kolben steht unten, ungefähr in der Lage wie bei der Smeatonschen. Unten geht aus dem Stiefel ein Canal heraus, der sogleich wieder senkrecht in die Höhe steigt und sich oben in ein großes birnförmiges oder cylindrisches Gefäß endigt, dessen engerer Hals bis unter den Teller geht, an dem der gewöhnliche doppelt gebohrte Hahn angebracht ist. Der ganze Canal zwischen Hahn und Kolben wird mit Queckſilber gefüllt, das also, wenn der Kolben gehoben wird, sinkt, und dadurch, wenn vorher die Verbindung zwischen Glocke und Canal geöffnet worden, die Luft sich, in den Canal hin, in einen größern Raum auszubreiten, nöthigt. Alsdenn verschließt man durch Umdrehung des Hahns die Communication, drückt den Stempel nieder, und treibt die hinter dem Hahn in dem Canal befindliche durch denselben hinaus. Man sehe des Hrn. Prof. Hindenburgs bei dem Antritt des physischen Lehramts in Leipzig vertheidigte Dissertation: Antliae novae hydraulico-pneumaticae mechanismus et descriptio, Lipsiae 1787; und dessen Programm zur Antrittsrede: de antlia Baaderiana hydrostatico-pneumatica, Lipſ. 1787.

Die neueste und wohlgerathene Verbesserung der Luftpumpe ist von Hrn. John Cuthberson, Mechanicus in Amsterdam, ausgesonnen, zu Stande gebracht, und in folgender Schrift beschrieben: Description of an improved Air-pump and an account of some experiments made with it, by which its superiority above all other Airpumps is demonstrated, by John Cuth-

berſon, Mathematical Inſtrumental- Maker, Amſterdam 1787. Weitläuftig angezeigt findet man dieſes Werk in den Gött. gel. Anzeigen, 88. St. 1788, und in der allgem. Litter. Zeit. Nr. 184. 1788, wobei auch ein Kupfer die Haupteinrichtung ſichtbar macht. Eine Ueberſetzung davon ſteht in den Sammlungen zur Phyſik und Naturgeſchichte, 4ten Bandes 1ſtes und 2tes St. Leipzig 1788. S. 83. u. f. Das Neue und Unterſcheidende an der Cuthberſonſchen Luftpumpe iſt: daß die Ventile, bis auf eins (das in der zur Seite angebrachten Oelbüchſe, durch welche die vom Kolben gefangene Luft nebſt dem über dem Kolben geſammelten Oele ausgetrieben wird), nicht durch die Elaſticität der Luft, wie bei andern, ſondern ganz unabhängig davon, auch nicht durch ein neues Manövre, ſondern lediglich durch das Auf- und Niederwinden des Kolbens vermittelſt einer Kurbel, theils geöffnet, theils geſchloſſen werden. Und dieſes geſchieht bei dem Kolben-Ventile durch ſeine Einrichtung, die darinne beſteht: der Boden hat ein ziemlich weites coniſches Loch, von metallenem Umfange, unten faſt 1 Zoll weit, oben enger; in dieſes paßt ein eben ſo geformter abgekürzter Kegel von Metall ganz genau. An dieſem iſt oben die Kolbenſtange angeſchraubt, und ragt auf zwei Seiten etwas über die obere Oeffnung des Kolbenloches hervor, um vermittelſt dieſer Hervorragung den Kolben niederzudrücken, wobei dann jener Kegel an ſeine Höhlung nicht anſchließt, ſondern der auszupumpenden Luft einen Spielraum zum Entweichen läßt. Beim Aufziehen nur wird er feſt in ſein Lager eingedrückt und faßt mit einem hervorragenden Rande am Boden in den Boden des Kolben ein, und zieht ſo dieſen mit in die Höhe. Die Kolbenſtange ſowol, als auch dieſer Kegel, ſind durchbohrt, und in dieſer Höhlung befindet ſich ein beweglicher metallener Stab, der mit ſeinem untern Ende, wenn der Kolben niederwärts geſtoßen wird, die genau eben ſo geformte Oeffnung in dem Boden des Stiefels, welche die Communication zwiſchen dem Stiefel und der Glocke unterhält,

hält, verschließt; sie aber wieder öffnet, wenn der Kolben aufwärts gezogen wird. Der untere Theil des Lochs in dem Kegel, durch welches der Stab sich auf und nieder schiebt, ist mit übereinanderliegenden, fest zusammengeschrobenen, ledernen Ringen ausgefüttert, durch die der Stab gedrange durchgeht; der Spielraum zwischen Stab und Höhlung der Kolbenstange ist mit Oel gefüllt, damit durch den Stab keine Luft in den Stiefel unter den Kolben geführt werde. Die ganze Einrichtung hat mit der Smeatonschen sehr viel Aehnlichkeit, ist aber schwerer zu verfertigen und auszubessern; und was sie, so lange sie neu ist, mehr leistet, als eine Smeatonsche, wird unbeträchtlich seyn. Daß sie eine Luftpumpe ohne Hähne und Ventile genannt werden könnte, wie ihr Erfinder meint, ist so wenig wahr, als die Behauptung, daß das, was statt der Hähne und Ventile angebracht worden, die Vortheile von beiden, von keinem aber die Nachtheile besitze. Der Kegel im Kolben, die Stange in der untern Communications-Oeffnung, und der Drath in der Oelbüchse zur Seite, sind wirkliche Ventile, die, wenn sie nicht auf das sorgfältigste abgedrehet und abgeschliffen sind, schon anfangs bei sehr genauen Versuchen die erwarteten Dienste versagen, und die nach längerm Gebrauch theils von dem Oele, theils durch das Reiben bei ihrer Bewegung, schadhaft werden können. Demungeachtet ist die Erfindung eine der besten, und verstattet außerordentlich genaue Versuche, wenn sie mit Cuthbersonscher Geschicklichkeit ausgeführt wird. Bei den Versuchen, die der Erfinder selbst mit der von ihm verfertigten Luftpumpe anstellte, konnte er die Verdünnung bis auf 1200mal bringen; und einmal zeigte die Birnprobe eine 100000mal verdünntere Luft an.

41. Anm. Noch sehr gute hieher gehörige Nachrichten findet man in Joh. von Muschenbroecks Beschreibung der doppelten und einfachen Luftpumpe, u. s. w. aus dem Französischen übersetzt und mit Zusätzen vermehrt von M. Joh. Christoph Thenn, Augsb. 1765;

Lowiz Sammlung der Versuche, wodurch sich die Eigenschaften der Luft begreiflich machen lassen, Nürnb. 1754; Stegmanns Beschreibung einer kleinen Luftpumpe, Cassel 1772; Landerhecks Beschreibung einer verbesserten Luftpumpe in den Abhandl. der Schwed. Academie von 1774, 36ster Band; Beschreibung gemeinnütziger Maschinen . . . von Georg Christ. Schmidt, Jena 1784, wo auch Handluftpumpen ohne gewöhnlichen Hahn und Ventil beschrieben werden.

42. Anm. Noch ein paar Bemerkungen, welche die Genauigkeit der Versuche mit der Luftpumpe angehen.

Will man bei einem Versuche blos wissen, wie sehr die in der Glocke noch rückständige Luft verdünnt ist, ohne Rücksicht auf Reinigkeit oder Vermischtheit mit einem andern elastischen flüssigen Wesen, dessen Elasticität erst merklich wird, wenn jener ihre unmerklich wird; so kann man die Glocke, wie gewöhnlich, auf feuchtes Leder setzen, und muß nur allen Zutritt der äußern Luft unter die Glocke verhüten. Man muß sich alsdann der Birnprobe bedienen, durch die man in diesem Falle der Wahrheit näher kömmt, als durch jede andere.

Soll aber bei dem Versuche die Entwicklung einer fremden elastischen Flüssigkeit vermieden werden, so muß das nasse Leder wegbleiben, die Glocke erwärmt und mit einem warmen Tuche rein ausgetrocknet, und alsdann unmittelbar auf den gleichfalls erwärmten und rein abgewischten Teller gesetzt werden. Zu dem Ende müssen der Teller und die Ränder der Glocke so glatt abgeschliffen seyn, daß sie vollkommen auf einander passen. Damit aber der Teller durch die Glocke nicht zerkratzt und verdorben werde, bestreicht Hr. Cuthberson den Rand der Glocke mit Schweinsfett, das er, um es milder zu machen, mit ein Viertel Oel vermischt. Auch in geschmolzenem Schweinsfett eingeweichtes Leder

hält

hält er bei gemeinen Versuchen für gut. Bei dieser Vorsicht könnte es aber doch seyn, daß von einem vorigen Versuche, bey welchem sich jene ausdehnbare Flüssigkeit hat erzeugen können, davon in dem Stiefel und den Canälen der Luftpumpe etwas zurückgeblieben sey. Dieses so weit wegzuschaffen, daß das, was noch davon zurückbleibt, bei dem Versuche nicht von Folgen seyn kann, setze man eine sehr weite Glocke, die man auf eben beschriebene Art behandelt, auf den Teller der Luftpumpe, und pumpe sie so rein als möglich aus. Dieses wiederhole man etlichemal und gebrauche dabei immer die Barometerprobe, bis diese keine für den anzustellenden Versuch beträchtliche Wirksamkeit eines unter der Glocke befindlichen elastischen Wesens mehr anzeigt. Bei dem Versuche selbst bediene man sich dann wieder der Barometerprobe.

Bei Verfertigung der Barometer- und Heberprobe muß man Sorge tragen, daß die Röhren recht rein sind und das darin enthaltene Quecksilber auf das reinste ausgekocht werde. (Cuthbersons Beschreibung einer verbesserten Luftpumpe, §. 24. und 25.)

Mechanik und Hydraulik.

1) Erklärungen und Grundgesetze für Bewegung.

1.

Der Begriff von der Bewegung eines Körpers ist die Vorstellung von der Veränderung der lage desselben. Die lage eines Körpers ist bestimmt, wenn die drei Winkel bestimmt sind, welche drei von ihm aus durch jede drei andere Körper gezogene gerade linien bilden. So lange jeder dieser Winkel unverändert bleibt, behält der Körper seine lage; und wir können keine Vorstellung von einer Bewegung desselben haben. Wird aber nur einer dieser Winkel verändert, so ist die lage des Körpers verändert; und wir halten ihn für bewegt. Ist er selbst Ursach der Veränderung seiner lage, so hat er selbst einen wirklichen Weg gemacht, d. h. er erfüllt nicht mehr denselbigen Theil des Raums, sondern einen andern von dem Vorigen entfernten. Man kann diese Bewegung die wirkliche, absolute, nennen. läge aber die Ursach der Veränderung seiner lage nicht in ihm, sondern in einem, oder mehrern der drei andern Körper, d. h. erfüllte er selbst zwar noch immer denselbigen Theil des Raums, aber einer, oder mehrere von den drei Uebrigen erfüllten nicht mehr denselbigen, sondern einen

andern von dem Vorigen entfernten; so ist die Bewegung des Körpers keine wirkliche, sondern nur eine bezugsweise, relative.

Anm. Hier soll blos von der wirklichen Bewegung die Rede seyn. Einem Beobachter kann unter gewissen Umständen ein Körper, dem nur die bezugsweise Bewegung zukömmt, wirklich bewegt erscheinen. Die Bewegung desselben ist aber dann nur scheinbar wirklich.

2. Wird der Körper als ein Punct betrachtet, so ist der Weg, den er macht, eine Linie. Die Bewegungen sind also entweder geradlinichte, oder krummlinichte. Die geradlinichten und die nicht in sich zurückkehrenden krummlinichten sind den Raum erweiternde Bewegungen; die in sich zurückkehrenden krummlinichten Bewegungen aber sind auf einen gegebenen Raum eingeschränkte. Diese letztern sind wieder entweder circulirende (kreisförmige), welche immer vor sich hin fortgehen, oscillirende (schwingende) Bewegungen, welche wechselsweise in entgegengesetzter Richtung oder mit wechselsweisen Umwendungen vor sich gehen.

Anm. Von der Bewegung sind Umwälzung, Umdrehung, Schwankung, Bebung und Gährung verschieden. Ein Körper wälzt sich um, wenn die in irgend einer geraden Linie, die durch den Körper geht, liegenden Theile des Körpers zwar ihre Lage behalten; aber jeder andere sich nach und nach in einem auf jener Linie senkrechten Kreise herum bewegt, doch mit Beibehaltung seiner Lage unter den übrigen Theilen des Körpers. Umdrehung ist von Umwälzung darin verschieden, daß nur ein einziger Theil im Innern des Körpers seine Lage behält, alle übrige aber mit Beibehal-

tung ihrer gegenseitigen Lage sich in unbestimmtliegenden Kreisen um jenen festen Punct herumbewegen. Ein Körper schwankt, wenn die in irgend einer durch den Körper gehenden geraden Linie liegenden Theile ihre Lage behalten, die übrigen aber mit Beibehaltung ihrer gegenseitigen Lage hin und wieder schwingen. Bebung ist gegenseitig mitgetheilte Schwingung der Theile des Körpers, mit Beibehaltung ihrer gegenseitigen Lage. Gährung ist Veränderung der gegenseitigen Lage der Theile eines Körpers.

3. Die Richtung eines bewegten Körpers ist bei der geradlinichten Bewegung die Lage der geraden Linie, in der er sich bewegt; bei der krummlinichten aber ist sie in jedem kleinsten Abschnitte des Weges verschieden, und daselbst die Lage der geraden Linie, welche die krumme Bahn des Körpers in der Stelle, wo er sich befindet, berührt. Werden bei der geradlinichten Bewegung eines Körpers alle Theile desselben in Linien, die mit einander gleichlaufend sind, bewegt; so haben alle Theile des Körpers einerlei Richtung. Man kennt dann alle Umstände, die bei der Bewegung des ganzen Körpers merkwürdig sind, so bald nur diese für die Bewegung eines Punctes in dem Körper bekannt sind.

4. Die Länge des zurückgelegten Weges, also entweder der geraden, oder der krummen Linie, heißt in diesem Sinne der Raum der Bewegung. Durch diesen, er sey so klein als man will, geht der bewegte Körper in Zeit. Die Veraleichung des Raums und der Zeit für eine gewisse Bewegung mit Raum und Zeit für eine

andere, giebt den Begriff von Geschwindigkeit. Man schätzt sie nach dem Raum, den ein Körper in einem Zeittheile, von dessen Größe wir einen klaren Begriff haben, z. B. Minute, Secunde, durchläuft.

5. Die Geschwindigkeit eines Körpers kann während der ganzen Bewegung immer dieselbige bleiben; oder sie nimmt allmälig ab, oder wird allmälig kleiner. Im ersten Fall werden in gleichen Zeittheilen gleiche Räume durchlaufen, und die Bewegung kann gleichförmig heißen; im zweiten wird in jedem folgenden Zeittheile ein kleinerer Raum durchlaufen, die Bewegung wird verzögert; im dritten wird in jedem folgenden Zeittheile der durchlaufene Raum größer, die Bewegung wird beschleunigt. Diese entsteht, wenn der bewegte Körper noch während der Bewegung die Einwirkung einer Kraft erfährt. Ist diese Einwirkung in jedem gleichgroßen Zeittheile gleichgroß, so wächst die Geschwindigkeit des bewegten Körpers gleichförmig, oder seine Beschleunigung ist gleichförmig.

Anm. Völlig gleichförmige Bewegung findet sich in der Körperwelt, wo Reibung und Widerstand überall anzutreffende Hindernisse der Bewegung und die bewegenden Kräfte selbst mancherlei Veränderung ausgesetzt sind, nirgends. In der Theorie aber, wo wir diese Hindernisse wegdenken, haben wir alles, was wir von den Gesetzen der Bewegung wissen, der Betrachtung gleichförmiger Bewegungen zu verdanken.

6. Man kennt die Länge des Weges und der Zeit, in welchen ein Körper mit gleichför-

miger Bewegung fortgerückt ist, man will seine Geschwindigkeit für eine andere bekannte Zeit, für eine Secunde, wissen.

Man dividire die Länge des Weges = s mit der Anzahl der dazu gebrauchten Zeitsecunden = t; so ist die verlangte Geschwindigkeit

$$c = \frac{s}{t}.$$

Anm. Z. B. Eine auf einem Strom schwimmende Kugel sey in 3 Minuten 460 Fuß fortgeschwommen. Wie groß ist ihre Geschwindigkeit für eine Secunde?

$$\frac{460 \text{ Fuß}}{180 \text{ Sec.}} = 3 \text{ Fuß}.$$

7. Wäre S die Länge des Weges und T die Zeit für eine andere gleichförmige Bewegung, C aber die Geschwindigkeit für eine Secunde; so wäre auch (nach 6.) $C = \frac{S}{T}$. Wird hier mit c (in 6.) verglichen, so hat man

$$C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}, \text{ oder:}$$

Gleichförmige Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Quotienten der Räume durch ihre Zeiten dividirt. Und hieraus:

$$CT : ct = S : s, \text{ oder:}$$

bei gleichförmigen Bewegungen verhalten sich die Räume, wie die Producte aus den Geschwindigkeiten in ihre Zeiten; und hieraus wieder:

T : t

$$T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}, \text{ oder:}$$

bei gleichförmigen Bewegungen verhalten sich die Zeiten, wie die Räume durch ihre Geschwindigkeiten dividirt.

8. Aus der Auflösung der Aufgabe in 6, nämlich $c = \frac{s}{t}$ folgt auch: $s = ct$, eine Vorschrift, die Länge des Raums zu finden, wenn die zur Bewegung gehörige Zeit t und die Geschwindigkeit für eine Secunde bekannt sind; desgleichen: $t = \frac{s}{c}$, eine Regel, die Zeit zu finden, wenn der während der Bewegung zurückgelegte Raum s und die Geschwindigkeit für eine Secunde bekannt sind.

Anm. Wenn gleich diese Sätze nur von gleichförmigen, unveränderten, Bewegungen gelten; so sind sie doch auch brauchbar bei Untersuchungen beschleunigter und verzögerter Bewegungen, wenn man, wie die Erscheinungen in der Körperwelt verstatten, annimmt, daß die wachsende, oder sich verringernde, Geschwindigkeit nicht in Absätzen, sondern allmälig von jedem kleinsten Zeittheil zum andern nach dem Gesetze der Stetigkeit übergehe. Bei dieser Annahme kann die ganze Lehre von veränderter Bewegung, so weit sie mathematisch ist, durch Rechnung des Unendlichen oder nach der Methode der Gränzen der Verhältnisse, ausgeführt werden. Man sehe Kästners Anfangsgründe der höhern Mechanik, Gött. 1766; Jens Krafts Mechanik, von Tetens vermehrt und von Steingrüber übersetzt, Dresden 1787; Muschenbroeks Introduct. ad

phil.

phil. nat. §. 343; Karstens Lehrbegriff und Anfangsgründe der Mathemat. Mechanik fester Körper.

9. Zwei von einander entfernte Körper, die mit gleichen Geschwindigkeiten in einer geraden Linie (mit einerlei Richtung) einander folgen, verändern ihre Lage gegen einander nicht, ob sie gleich beide in wirklicher Bewegung sind. Man sagt daher von ihnen: sie sind in relativer Ruhe. Folgen sie aber einander in ungleichen Geschwindigkeiten, so nennt man die Differenz ihrer Geschwindigkeiten ihre relative Geschwindigkeit, mit der sie sich einander entweder nähern, oder von einander entfernen: nähern, wenn die Geschwindigkeit des hintern größer als des vordern seine ist; entfernen, wenn jene geringer als diese ist.

Wenn aber die beiden Körper in gerade entgegengesetzten Richtungen sich in der geraden Linie bewegten, so würde die Summe ihrer Geschwindigkeiten die relative Geschwindigkeit seyn, mit der sie sich einander entweder näherten, oder von einander entfernten.

2) Fall schwerer Körper.

10. Die Höhe, von der ein schwerer Körper in der ersten Zeitsecunde seines Falles nahe über der Oberfläche der Erde frei herabfällt, beträgt $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß.

Anm. Man sehe Euleri Mechanica P. I. §. 223. Schon Galilăi erfuhr dieses bei seinen Versuchen, (Dialog. de motu locali, Dial. 3.) und Huyghen durch Beobachtun-

achtungen eines schwingenden Pendels und darauf gegründete Rechnungen (Horolog. oscillator. Part. IV. prop. 25.); Dechales fand durch nicht sehr sorgfältige Versuche $16\frac{1}{2}$ Rheinl. Fuß.

11. Ein schwerer Körper, der ungehindert fällt, fällt in der doppelten Zeit 4mal tiefer, in der dreifachen 9mal tiefer, als in der einfachen; oder: die lothrechten Höhen, welche ein fallender Körper durchläuft, verhalten sich wie die Quadratzahlen der während der Bewegung verflossenen Zeit.

Anm. Dieses Gesetz der Schwere, das sich auch gewissermaßen in Figur beweisen läßt, (Krafts Mechanik, 2te Vorles. §. 47; und Lichtenbergs Naturlehre §. 99.) ist auf mancherlei Art durch Versuche entdeckt worden. Es scheint, als würde zu diesen Versuchen nur erfodert, Körper von einer Höhe fallen zu lassen, und die Zeit ihres Falles genau anzumerken. Hierbei würde aber der mit der Geschwindigkeit des Körpers wachsende Widerstand der Luft Abweichungen von diesem Gesetze darstellen, und zuverlässige Schlüsse nicht verstatten. Galiläi ließ daher die Körper auf einer geneigten Ebene herunter laufen (Mechanic. Dial. 3. Theor. 2. coroll. 1. p. 158.); Riccioli und Grimaldi stellten ihre Versuche zu Bologna mit Pendeln an. (Riccioli Almag. nov. Lib. II. cap. 21; Sturms Phys. elect. Tom. II. pag. 31; von Wolfs Versuche Tom. II. pag. 7;) Gassendi ließ einen Körper in einer in 100 gleiche Theile eingetheilten gläsernen Röhre, die bald lothrecht, bald gegen den Horizont geneigt gehalten wurde, herunterfallen (Animadv. in X. Diog. Laërt. p. 475.); Baliani und Casree wollten diesem Gesetze seine Richtigkeit absprechen, verriethen aber dabei die Mittelmäßigkeit ihrer Einsichten. Am besten lassen sich diese Versuche mit einem Werkzeuge anstellen, das nach

einer

einer Rädlinie eingerichtet ist, wovon eine sehr deutliche Beschreibung und Anweisung, den Versuch zu machen, in Krafts Mechanik, von Steingrübern übersetzt, 4te Vorlesung, zu finden ist. Man sehe auch des Hrn. Truchet Versuche in den Memoir. de l'Acad. roy. des Sc. de Paris 1688.

12. Für eine gegebene Zeit, in der ein Körper von einer gewissen Höhe herabgefallen ist, die Höhe zu berechnen.

Man multiplicire $15\frac{f}{8}$ Rheinl. Fuß mit der Quadratzahl der verflossenen Zeitsecunden.

Denn weil er in der ersten Secunde seines Falles $15\frac{f}{8}$ Fuß fällt (10.); in 2 Secunden aber 4mal so tief (11.), so fällt er in 2 Secunden von einer Höhe $= 4 . 15\frac{f}{8}$ Fuß; in 3 Secunden von einer Höhe $= 9 . 15\frac{f}{8}$ Fuß, u. s. w.

13. Für die gegebene Höhe des Falles die Zeit zu finden, die während der Bewegung verfließt.

Man dividire die gegebene Höhe des Falles mit $15\frac{f}{8}$ Rheinl. Fuß; so hat man die Quadratzahl der verflossenen Zeitsecunden. Aus dieser die Wurzel gezogen, so hat man die Zahl für die Zeit.

Denn die Quadratzahl der Zeit mit $15\frac{f}{8}$ Rheinl. Fuß multiplicirt, giebt die Höhe des Falles (12).

14. Aus der Erfahrung (in 11.) erhellet, daß ein fallender Körper in der 2ten Secunde seines Falles 3mal so weit fortrückt, als in der ersten;

ersten; in der 3ten aber 5mal so weit als in der zweiten; in der 4ten 7mal so weit als in der dritten, u. s. w.; oder daß die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers von Secunde zu Secunde sich wie die ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : 7 : 9 u. s. f. verhalten. Da nun die Schwere in jeder Secunde noch fort auf den Körper wirkt, und zwar in den kleinen Räumen, durch die er fallend von uns nur beobachtet werden kann, in jeder Secunde gleich stark; so wird ein Theil der in jeder Secunde durchlaufenen Höhe von der beständig dauernden Einwirkung der Schwere verursacht. Diesen abgezogen, so verhalten sich die durch den Fall selbst erlangten Geschwindigkeiten von Secunde zu Secunde wie die geraden Zahlen, 2 : 4 : 8 : 10 u. s. f.; oder: der Fall eines Körpers kann als eine gleichförmig beschleunigende Bewegung angesehen werden, in welcher die Geschwindigkeit in eben dem Verhältnisse zunimmt, wie die Zeit, die während der Bewegung verfließt. Denn wenn man die Geschwindigkeit, und auch die Zeit im Anfange des Falles o annimmt, so verhalten sich

die Zeiten, wie 0 : 1 : 2 : 3 : 4 u. s. f.
die Geschwindigkeiten, wie 0 : 2 : 4 : 6 : 8 u. s. f.

15. Nach Verlauf der ersten Secunde kann man also dem fallenden Körper eine erlangte Geschwindigkeit beilegen, die $2 . 15\frac{5}{8} = 2 . 15{,}625 = 31{,}25$ Rheinl. Fuß ist.

Nach Verlauf mehrerer Secunden, die durch den Fall erlangte Geschwindigkeit zu finden, darf

man

man nur 31,25 Rheinl Fuß mit der Zahl der verflossenen Zeitsecunden multipliciren (14).

Um aber zu finden, wie lange der Körper fallen muß, bis er durch den Fall eine Geschwindigkeit von verlangter Größe mitgetheilt empfängt, muß man die gegebene Geschwindigkeit mit 31,25 Rheinl. Fuß dividiren.

16. Aus der gegebenen Höhe des Falls die Geschwindigkeit zu finden, die der Körper während des Falls erlangt hat.

Man berechne die während des Falles verflossene Zeit (nach 13.), und aus dieser die Geschwindigkeit (nach 15.);

oder: Man multiplicire $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß mit der Höhe, ziehe aus dem Product die Quadratwurzel und nehme diese doppelt.

Denn es werde durch t die verflossene Zeit, s die Höhe, c die Geschwindigkeit, und g die Größe $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß, bezeichnet; so ist (nach

13.) $t = \sqrt{\frac{s}{g}} = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{g}}$; also (nach 15.) $c =$

$$2gt = 2\,\frac{g\sqrt{s}}{\sqrt{g}} = 2\,\frac{\sqrt{g}\cdot\sqrt{g}\cdot\sqrt{s}}{\sqrt{g}} = 2\sqrt{gs}.$$

Anm. Es sey das Gefälle des Wassers in einem Mühlengraben 5 Fuß hoch; man will die dadurch erlangte Geschwindigkeit des Wassers wissen. Es ist

$g = 15{,}625$
$s = 5$
$78{,}125$

die $\sqrt{78{,}125}$ ist $= 8{,}8387$; also die Geschwindigkeit $2 \cdot 8{,}8387 = 17{,}6774$ Rheinl. Fuß.

17.

17. Man kennt die Geschwindigkeit, die ein ungehindert herabgefallener Körper durch den Fall erlangt hat, und will die Höhe, von der er herabgefallen ist, wissen.

Man berechne die während des Falles verflossene Zeit (nach 15.) und aus dieser die Höhe des Falles (nach 12.)

Oder: Man multiplicire die Geschwindigkeit mit sich selbst und dividire das Product mit 4mal $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß.

Denn es sey t, s, c und g, wie vorhin (in 16.); so wird (nach 15.) gefunden $t = \frac{c}{g}$; und (nach 12.) $s = gtt$; also $s = \frac{cc}{2g}$.

$g \cdot \frac{cc}{4gg} = \frac{cc}{4g}$.

18. Ein in die Höhe geworfener schwerer Körper erfährt in jedem Augenblicke seiner aufsteigenden Bewegung die Einwirkung der Schwere. Da diese nun ihn nach unten, also seiner Bewegung gerade entgegen, treibt, so vermindert sie in jedem Augenblicke seine Geschwindigkeit. Es sey nun C die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper in die Höhe geworfen wird, und t eine gewisse Zeit; so würde, wenn die Schwere nicht entgegenwirkte, der Körper in der Zeit t den Weg $= Ct$ zurücklegen (nach 8.). In eben der Zeit aber entziehet die Schwere dem steigenden Körper von seiner Geschwindigkeit so viel, als sie diese, wenn der Körper fiele, in eben der Zeit vergrößern

würde. Dieses beträgt aber (nach 15.) 2gt. Also kann man sagen: nach Verlauf von t Zeitsecunden hat der steigende Körper die Geschwindigkeit $c = C - 2gt$.

Man findet also die Geschwindigkeit eines in die Höhe geworfenen Körpers für jeden Zeitabschnitt, wenn man von seiner anfänglichen Geschwindigkeit, (mit der er abflog) das doppelte Product, aus $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß mit der Zahl der seit seinem Steigen verflossenen Zeitsecunden multiplicirt, abzieht.

19. Zu bestimmen, wie groß die Zeit angenommen werden muß, nach welcher die steigende Bewegung des Körpers aufhört und in die fallende umkehrt.

Man dividire die anfängliche Geschwindigkeit C, mit $2g = 31{,}25$; so ist der Quotient die verlangte Zeit.

Denn wenn die steigende Bewegung aufhört, so ist $c = 0$; da nun $c = C - 2gt$ (18.), so ist auch $C - 2gt = 0$; also $C = 2gt$, und $\frac{C}{2g} = t = \frac{C}{31{,}25}$ (15.)

20. Wollte man die Höhe finden, welche ein mit einer gewissen anfänglichen Geschwindigkeit steigender Körper in einer gewissen Zeit erreicht, so berechnet man sie nach folgender Regel:

Man ziehe das Product aus der Quadratzahl der Zeit mit $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß, von dem

Pro-

Producte aus der Geschwindigkeit mit der gegebenen Zeit ab.

Denn ohne Einwirkung der Schwere würde der Körper mit gleichförmiger Bewegung auf eine Höhe = Ct steigen (8.). In eben der Zeit würde er aber, vermöge der Schwere, eine Tiefe = gtt (12.) herabfallen. Es ist also eben so viel, als ob er um die Höhe Ct stiege, und um die Höhe gtt zugleich fiele. Die wirkliche Höhe, die er also in der Zeit t erreichen kann, ist Ct — gtt.

21. Die Höhe, welche ein schwerer Körper erreicht, wenn er mit einer gewissen Geschwindigkeit lothrecht zu steigen anfängt, ist = der Höhe, von der er herabfallen müßte, wenn er am Ende derselben durch den Fall dieselbe Geschwindigkeit erlangt haben sollte.

Denn seine steigende Bewegung dauert die Zeit $t = \frac{C}{2g}$ (nach 19.) hindurch; in dieser erreicht der Körper die Höhe = Ct — gtt (20.). Es ist also auch $Ct = \frac{CC}{2g}$, und $gtt = \frac{gCC}{4gg} = \frac{CC}{4g}$. Folglich $Ct - gtt = \frac{CC}{2g} - \frac{CC}{4g} = \frac{CC}{4g}$, die Höhe, auf die der Körper steigen kann. Aus 17. erhellet, daß die Höhe,

von der er herabfallen müßte, um die Geschwindigkeit C zu empfangen, $= \frac{CC}{4g}$ seyn muß. Also sind beide gleich.

22. Dieses leitet darauf, die anfängliche Geschwindigkeit eines bis auf eine gewisse Höhe gestiegenen Körpers zu finden, wenn die Höhe bekannt ist. Es geschiehet, wenn man die Höhe mit 4mal $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß multiplicirt und aus dem Producte die Quadratwurzel ziehet.

Denn weil die erreichte Höhe $h = \frac{CC}{4g}$ (21.); so ist $h \cdot 4g = CC$; und $\sqrt{(h \cdot 4g = \sqrt{4(gh)} = 2\sqrt{gh}$. Und so groß ist auch die Geschwindigkeit, die der Körper durch einen, seinem Steigen gleich hohen, Fall erreichen würde, (nach 16.). Man kann also auch die Geschwindigkeit, mit der ein Körper zu steigen anfängt, der durch einen, seiner gestiegenen Höhe gleichen, Fall erlangten Geschwindigkeit gleich setzen.

Anm. Bei wirklichen Bewegungen eines steigenden Körpers durch ein Widerstand leistendes Fluidum, wie die Luft ist, kann dies Gesetz (in 21.) nicht genau stattfinden.

3) Einige Grundlehren von der Bewegung des Unelastisch-Flüssigen.

23. Wenn man ein Gefäß, wie Fig. 55, unten mit einer kleinen aufwärts gebogenen Fig. 55. Röhre

Röhre mit enger Oeffnung o versehen, mit Wasser anfüllet, so fährt aus o ein Wasserstrahl heraus, der eine Höhe om erreicht, die fast der Höhe pn, in welcher das Wasser im Gefäß über der Horizontallinie op stehet, gleich ist.

Anm. Es würde om völlig = pn werden, wenn nicht der Widerstand der Luft, in welcher der Wasserstrahl hinaufsteigt, der Druck des Strahls in sich selbst niederwärts und die Ausbreitung desselben nach oben, dieses verhinderten.

24. Aus der Höhe des Wasserstrahls om = pn kann man die Geschwindigkeit des aus der Oeffnung spritzenden Wassers schätzen. Sie ist nämlich (nach 22.) allemal eben so groß, als die Geschwindigkeit, welche ein schwerer Körper erlangen würde, wenn er so hoch herabfiele, als der Wasserstrahl steigt, d. i., (wenn, wie nothwendig hier Widerstand der Luft und andre Hindernisse des höhern Steigens nicht gerechnet werden) so hoch als die Oberfläche des Wassers in dem Gefäße über der Oeffnung erhaben ist.

Anm. 1. Vollständige Beweise aus Gründen der Theorie für die Grundlehren der Hydraulik sind zu weitläuftig und auf zu sehr verwickelte Untersuchungen, wobei Kenntnisse der höhern Mathematik ihre Dienste leihen müssen, gegründet, als daß sie in Anfangsgründen mit Nutzen vorgetragen werden könnten. Wer in dieser wichtigen Wissenschaft, die eine der schwersten unter den Theilen der angewandten Mathematik, und in der That noch nicht genug ausgearbeitet ist, sich mehr Aufschluß geben will, der studire des Hrn. Hofr. Kästners Anfangsgründe der Hydrodynamik, Gött. 1769; in Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathem.

den Vten und VIten Theil, der Hydraulik und Pneumatik enthält; und Hrn. Carl Christ. Langsdorfs Versuch einer neuen Theorie Hydrodynamischer und Pyrometrischer Grundlehren, Frankf. und Leipzig 1787. Außer diesen verdienen folgende ältere unter den neuern Werken mit Aufmerksamkeit studirt zu werden: Dan. Bernoulli Hydrodynamica, sive de viribus et motibus commentarii, Argentor. 1739; Ioh. Bernoulli Hydraulica 1732 in dem IXten und Xten Bande der Commentar. Petropol. und in seinen Oper. Tom. IV.; Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides par Mr. d'Alembert, Paris 1744; Leonh. Euler de l'équilibre et du mouvement des fluides in den Mem. de l'Ac. de Prusse 1755; Ioh. Andr. Segner exercitationum hydraulicarum fasciculus, Goett. 1747; Hennert Elementa Hydrostat. et Hydraulices, Utrecht 1769; Hydrostatical and Pneumatical Lectures by Roger Cotes, published from the authors original manuscript, with notes by Robert Smith, London 1775.

Anm. 2. Die Geschwindigkeit des aus der Oeffnung hervorfließenden Wassers würde eben dieselbe seyn, wenn die kleine Röhre, statt aufwärts gebogen zu seyn, waagrecht läge, oder gegen den Horizont geneigt.

25. Durch die Oeffnung o fließt in jeder Secunde eine Wassersäule heraus, deren Grundfläche der Oeffnung und deren Höhe der Geschwindigkeit des Ausflusses gleich ist. Wenn also der Wasserbehälter AB stets so viel Zufluß als unten bei o Abfluß hat, so, daß der Wasserstand in ihm beständig einerlei Höhe behält; so kann man die ganze in einer gegebenen Zeit herausfließende Wassermenge berechnen, wenn man diese für eine Secunde sucht, und mit der in der

gege-

gegebenen Zeit enthaltenen Anzahl der Secunden multiplicirt.

Es sey h die Höhe des Wasserstandes in dem Gefäße, $g = 15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß; so ist $2\sqrt{gh}$ die Geschwindigkeit des Ausflusses (nach 16.). o sey die Fläche des kleinsten Queerschnitts der Oeffnung; so ist $o \cdot 2\sqrt{gh}$ die Wassermenge, die in einer Secunde ausfließt. Es sey n die Zahl der in der gegebenen Zeit verflossenen Secunden; so ist $n \cdot o \cdot 2\sqrt{gh}$ die ganze in der Zeit ausströmende Wassermenge.

26. Nach dieser Regel kann auch berechnet werden: wie vielen Zufluß ein Wasserbehälter für einen Springbrunnen, dem aus jenem das Wasser vermittelst einer Röhre zugeführt wird, in einer Stunde haben muß, wenn der Springbrunnen das Wasser immer gleich hoch werfen soll.

Denn es ist so viel Zufluß nöthig, als der Abfluß ist, also $n \cdot o \cdot 2\sqrt{gh}$.

Anm. 1. Z. E. der Wasserbehälter liegt so hoch, daß das Wasser in ihm 30 Rheinl. Fuß über der Oeffnung der Springröhre, hoch stehet, und das Wasser soll $\frac{3}{4}$ Zoll dick springen, also die kreisförmige Oeffnung der Röhre $\frac{3}{4}$ Zoll im Durchmesser haben. Die Zeit, für welche der nöthige Zufluß gesucht wird, ist eine Stunde, also $n = 3600$ Secunden.

Man sucht 1) die Geschwindigkeit des Abflusses $= 2\sqrt{gh}$.

$g = 15{,}625$
$h = 30$
$gh = 468{,}750$

also $\sqrt{gh} = 21{,}88$
und $2\sqrt{gh} = 43{,}76$ Rheinl. Fuß.

2) Die Fläche der kreisförmigen Oeffnung der Röhre, deren Durchmesser $d = \frac{3}{4} = 0{,}75$ Zoll hält. Sie ist $o = \frac{1}{4}\pi d^2$

$d^2 = 0{,}5625$ Quadratzoll
$\frac{1}{4}\pi = 0{,}785$

also $\frac{1}{4}\pi d^2 = 0{,}441563$ Quadratzoll, oder
$o = 0{,}003066$ Quadratfuß.

3) Alsdenn ist $o \cdot 2\sqrt{gh} = 0{,}003066 \cdot 43{,}76 = 0{,}134168$ Cubikfuß.

4) Also $n \cdot o \cdot 2\sqrt{gh} = 3600 \cdot 0{,}134168$ Cubikfuß $= 483$ Cubikfuß, nöthiger Zufluß in einer Stunde.

Anm. 2. Ist die Oeffnung der Röhre cylindrisch, so stimmen die Resultate der Versuche hierüber nicht mit dem, was die Berechnung giebt, überein. Diese giebt die ausströmende Wassermenge größer an, als bei dem Versuche beobachtet wird. Daraus könnte vermuthet werden: die Geschwindigkeit des Ausflusses sey kleiner als die angenommene (in 24.) welche der Höhe des Wasserstandes zugehört. Aber andere Versuche bestätigen doch die sehr nahe Richtigkeit dieser Annahme. Und die Ursache jener Erscheinung ist mehr die: daß, wie man beobachtet hat, der ausströmende Wasserstrahl sich, ehe er durch die Oeffnung gehet, kurz vor derselben etwas enger zusammenzieht, und nicht cylindrisch, sondern conisch herausfährt, und den letzten Querschnitt der Springröhre nicht ganz ausfüllt. Man müßte also in der Rechnung nicht diesen, sondern den auf die Axe des Wasserstrahls senkrechten Queerschnitt, zur Grundfläche der ausströmenden Wassersäule annehmen. Schon Newton und Poleni haben gezeigt, wie man dann die Rechnung anzustellen habe. Ersterer hat wol zuerst Versuche darüber angestellt und setzt die Weite der Oeffnung zum Queerschnitt

schnitt des Strahls wie 1 : $\sqrt{2}$ = 1,41; Poleni fand sie wie 1 : 1,59. Dan. Bernoulli stellte noch mehrere Versuche an und fand Newtons Angabe bestätigt. Nebenumstände können hier Abänderungen verursachen. (Man sehe Newtoni principia Phil. nat. Mathemat. Lib. II. Prop. 36. Probl. 8. Gen. 1740; und Poleni de castellis, per quae derivantur fluviorum aquae, habentibus latera convergentia, Patav. 1718. pag. 15. sqq.; Dan. Bernoulli Hydrodyn. Sect. 4. §. 22.; Karstens Anfangsgr. der Math., Hydraulik §. 18.; und dessen Lehrbegriff im Vten Theile im IIten Abschn. §. 51. u. f.; auch in Langsdorfs Versuch einer neuen Theorie Hydrodyn. und Pyrometr. Grundlehren, §. 20. 43. 64. u. f. f.)

27. Anm. Bei den Brunnen- und Kunstmeistern herrscht die Gewohnheit, die Menge Wasser, welche eine Quelle giebt, nach sogenannten Wasser-Zollen und Linien anzugeben. Sie verstehen unter einem Wasserzoll die Menge Wasser, die in bestimmt langer Zeit durch eine kreisrunde Oeffnung von 1 Zoll im Durchmesser läuft. Wenn man hiebei nicht ein für allemal eine gewisse Zeit für einen Wasserzoll festsetzt, so bleibt dieser Redegebrauch sehr unbestimmt. Daher schlägt Herr Mariotte (in Traité du mouvement des eaux, III. Part. I. Discours p. 245.) vor: die Zeit einer Minute dazu festzusetzen, und dann ein für allemal für das Maaß eines Wasserzolles 14 Pinten, jede 2 Pfund schwer, anzunehmen, weil ohngefähr so viel Wasser durch eine kreisrunde Oeffnung in einer Minute ausfließt, wenn die Oberfläche des Wassers in dem Gefäß beständig 1 Linie über den obersten Punct der Oeffnung stehet. Man hat auch seit der Zeit dieses Maaß bei dem Visiren der Quellen gebraucht und sich dabei eines besonders dazu eingerichteten Eichgefäßes bedient. Man kann davon in Leupolds Theatr. Machin. gener. §. 475. u. f., so wie auch in Belidors Archit. Hydraul. 1. Th. 4. Buch, 4. Kap. §. 1392. Nachricht und Abbildung finden.

28. Anm. Die Geschwindigkeit eines fließenden Wassers kann man auf mancherlei Art messen. Die gewöhnlichsten sind:

1) Mit einer metallenen hohlen Kugel, die wohl polirt sey, um sie in der Ferne glänzen zu sehen; und zum Eröffnen und Verschließen mit einer guten Schraube versehen. Diese füllt man mit so viel Wasser, als nöthig ist, ihr so viel Gewicht zu geben, daß sie in dem Flusse bis auf ein paar Zoll ihres Durchmessers eintauche. Darauf läßt man sie mit einem Kahn in der Mitte des Flusses einlegen uud eine Zeitlang fortschwimmen. Diese Zeit beobachtet man an einer Taschenuhr mit einem Secundenzeiger, der gehemmt werden kann. Darauf mißt man längs den Krümmungen des Ufers die Länge des Flusses zwischen den Stellen, wo sich die Kugel in der ersten und letzten Secunde der beobachteten Zeit befand. Alsdann dividirt man mit der Zahl der verflossenen Secunden in die gemessene Länge, so zeigt der Quotient die Geschwindigkeit des Flusses an der beobachteten Stelle an. Schon Herr Mariotte (in Traité du mouvement des eaux, III. Partie, 4. Disc. p. 297.) schlägt vor: eine mit Blei vermengte Wachskugel auf die beschriebene Art zu gebrauchen.

2) Mit Hrn. Pitots Strom-Messer, einer offenen gläsernen Röhre, deren unterer Theil waagrecht gekrümmt und mit einem Trichter versehen ist, in ein schmales in Zolle und Linien eingetheiltes Brett eingelassen. Dieses Instrument wird so tief im Wasser lothrecht eingetaucht, als man für gut findet, und zwar in der Lage, daß der Trichter dem Strom entgegengekehrt ist. Alsdenn treibt der Stoß, den das Flußwasser von seiner Geschwindigkeit erhält, dasselbe in die Röhre höher hinauf, als es außen im Flusse stehet. Man beobachtet diese Höhe der über die Stromfläche in der Röhre stehenden Wassersäule, deren Gewicht der Wirkung der Geschwindigkeit des Flusses gleich ist. Aus dieser Höhe berechnet man dann die Geschwindigkeit (nach 16.) (Memoir. de l'Ac. de Paris 1732, p. 504.)

3) Vari-

3) Varignon, Hermann und Dominicus Guiel-mini (vom letztern hat man folgende schätzbare Werke: de mensura aquarum fluentium; della natura de Fiumi Trattato Fisico-Mathematico, Bologna 1692. und 1712; Opera omnia Mathematico-Hydraulica, Medica et Physica, Genev. 1719.) haben sich eines sogenannten Stromquadranten bedient, von dessen Mittelpuncte ein Faden mit einer etwas schwerern Kugel, als Wasser ist, herabhängt. (Man sehe Karstens Anfangsgründe der Mathem., Hydraulik §. 40. u. f.)

4) Man mißt vermittelst des Abwägens des Flusses sein Gefälle auf eine gewisse Länge, und berechnet daraus die Geschwindigkeit des Stroms (16.).

Unter Gefälle eines Flusses, einer Gegend, versteht man die Abweichung der Oberfläche des Flusses (der Gegend) von der Horizontallinie, oder die Höhe, um welche eine Stelle der Oberfläche niedriger liegt, als die andere. Das Gefälle messen, nennt man Wasserwägen, (Nivelliren) und Instrumente, mit denen man die scheinbare Horizontallinie, welche durch einen gewissen Punct der Oberfläche gehet, angeben kann, Wasserwaagen. Die bisher gebrauchten sind: 1) theils solche, auf denen sich durch Hülfe der freien Oberfläche des Wassers die Lage der scheinbaren Horizontallinie bemerken läßt. Hieher gehören Vitruvii Chorobates in Architect. Lib. 8. cap. 6.); des Hrn. Mariotte Mittel, durch Hülfe von der Oberfläche eines in einem Gefäß befindlichen Wassers zurückgeworfener Strahlen eine horizontale Richtung zu erhalten; die aus einer waagrechtliegenden blechernen Röhre, mit zwei senkrechten gläsernen an beiden Enden verbunden, bestehende und mit Wasser gefüllte Wasserwaage; des Hrn. de la Hire Wasserwaage (in den Mem. de l'Ac. de Paris 1704. und in Picards Abhandlung vom Wasserwägen, Berlin 1749.); des Hrn. Kühn Wasserwaage, aus einem langen ledernen Schlauch mit zwei gläsernen Röhren an beiden Enden verbunden bestehend (in den Dan-

ziger Versuchen 1. Theil). 2) Theils solche, an denen man durch eine auf der Oberfläche des Wassers schwimmende Luftblase die Lage der Horizontallinie erfährt, wohin vorzüglich die Liesganigische und Sissonsche gehören. (Man sehe Abh. der königl. Schwed. Acad. der Wiss. für 1743. V. B. S. 144; und Joh. Tob. Mayers gründl. und ausführl. Unterricht zur practischen Geometrie, 3. Th. S. 512. u. f.; wo man überhaupt ausführlichere Nachricht, Beschreibungen und Abbildungen von Wasserwaagen findet). Herr Brander hat Sissons Waage mit seinem Micrometer versehen. (Lamberts Anmerk. über die Brandersche Micrometer, Augsb. 1769.) 3) Theils solche, auf denen man durch Hülfe eines Senkloths, auf dessen Richtung man sich eine senkrechte Linie gedenkt, die scheinbare Horizontallinie angiebt: des Herrn Picards Wasserwaage (in Traité du nivellem[illegible]par Mr. Picard, Paris 1684. und 1728, und Mayers Geometrie abgebildet und beschrieben), von der Huyghens und Römers ihre wenig verschieden sind; so wie auch des Hrn. le Febure seine (in nouveau traité du nivellement, Potsdam 1752. und mit Abänderungen in J. H. R. Böhms Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde 1779. deutlich beschrieben). Auch sind von den angeführten sowol, als auch von einigen andern in folgenden Büchern Nachrichten und Beschreibungen zu finden: Joh. Christ. Meinigs Unterricht vom Nivelliren, Leipzig 1724; Sturms Tractat vom Nivelliren; Leupolds Beschreibung neuer Wasser- und Horizontalwaagen, Leipzig 1718. Leupolds Theatr. Machin. Hydrotechnic. §. 53. u. f.; Penthers Zugabe zur Geometria practica; Bions mathematische Werkschule u. dgl.

Von der Ausübung des Nivellirens selbst in den Vorlesungen. Man sehe darüber außer den bereits angeführten noch folgende Schriften: Picards Abhandlung vom Wasserwägen mit neuen Beyträgen von Lambert, Berlin 1770; Neue Anweisung zum Gebrauch des Nivelli-

vellirens von M. de H. Berlin 1750; Rothens Beschreibung einer neuen Bergwaage, Leipzig 1758.

Auch das Barometer kann zum Abwägen des Gefälles gebraucht werden, welches auch von Hrn. de Luc (man sehe seine Untersuchungen über die Atmosphäre 2. Th.) und von Hrn. Bergrath Rosenthal (man sehe G. F. Rosenthals Beiträge zu der Verfertigung, der wissenschaftlichen Kenntniß, und dem Gebrauche meteorologischer Werkzeuge, 1. B. S. 239.) geschehen ist. Genaue, sehr sorgfältige Wasserwägungen aber, bei denen es sogar auf Bestimmung weniger Zolle in der Höhe ankömmt, lassen sich schwerlich je damit anstellen. Hr. Desagulier hat in den Philosoph. Transact. N. 385. p. 165. eine Wasserwaage angegeben, die mit dem Barometer auf einerlei Gründen beruhet, und von der in Hrn. Böhms Meßkunst auf dem Felde eine kurze Beschreibung mitgetheilt ist.

4) Wasserkünste.

A) Anwendungen der Luft, das Wasser zu bewegen.

29. Es sey abc eine bei b gebogene offene Röhre mit zwei ungleichlangen Schenkeln; der kürzere werde mit seiner Oeffnung in das Wasser in dem Gefäße G eingetaucht; so tritt Wasser so hoch, als es im Gefäß steht, in ihn hinein (Hydrostat. 7.). Man verdünne die Luft in dem längern Schenkel, oder sauge sie heraus, so wird das Wasser von dem Drucke der Atmosphäre auf seine Oberfläche in den kürzern Schenkel bis in b hinaufgetrieben, wenn die lothrechte Höhe der Stelle b über a nicht über 32 Fuß beträgt (Aerome- Fig. 56.

rometrie 8.). Von b fällt es vermöge seiner Schwere und der Fortwirkung des Drucks der Atmosphäre durch den längern Schenkel bis c, und fließt heraus, so lange, bis des Wassers Oberfläche in dem Gefäß unter a zu liegen kömmt.

Denn wenn gleich die Atmosphäre dem in c ausfließenden Wasser stärker entgegendrückt, als sie auf das Wasser a in dem Gefäße drückt, weil ihre Höhe in c um fc größer ist, als in a; so hat sie doch auch dafür in c eine höhere Wassersäule in dem längern Schenkel bc zu halten, als in a in dem kürzern Schenkel ab. Die Höhe von jener ist bd, von dieser be und de die Höhe der Wassersäule, die in c mehr gehalten werden muß, als in a. Da nun de = fc, und Wasser schwerer als Luft ist, so bekömmt in c der Druck des Wassers das Uebergewicht über den Gegendruck der Atmosphäre.

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser ausfließt, hängt von der Höhe der Oberfläche des Wassers in dem Gefäße über der Horizontallinie durch c, ab (nach 24.).

Anm. 1. Man nennt die so gestaltete und zu dem angezeigten Gebrauch angewandte Röhre einen Heber. Anstatt die Luft in dem längern Schenkel zu verdünnen, oder auszusaugen, kann man den Heber, bevor man ihn mit dem einen Ende in das Wasser eintaucht, mit Wasser füllen, die Oeffnung des längern Schenkels mit dem Finger zuhalten und so den kürzern in das Wasser hängen. Zieht man dann den Finger zurück, so wird der Abfluß des Wassers vor sich gehen.

Anm.

Anm. 2. Wenn man den Heber mit dem Gefäß in einen luftleeren Raum bringt, so hört er auf zu fließen, zum Beweise, daß der Druck der Luft die bewegende Kraft des Wassers in dem Heber ist.

Anm. 3. Eines solchen Hebers könnte man sich im Großen bedienen, das Wasser aus einem Sumpfe oder Teich, den man anderer Schwierigkeiten wegen nicht abgraben oder ablassen kann, wegzuschaffen. Schon Porta that diesen Vorschlag (in Io. Bapt. Portae Pneumaticorum libris 3. Neap. 1601. Lib. 3. cap. 1.); Büchner hat den Versuch wirklich angestellt und in den Breslauischen Sammlungen der Natur- und Kunstgeschichte im 11. Versuch 1720. S. 21. beschrieben. Soll der Versuch gelingen, so muß die Oeffnung des längern Schenkels niedriger liegen als der Boden des Sumpfes; das Ufer, oder die Anhöhe, über die das Wasser weggeleitet werden soll, nicht über 30 Fuß hoch; und die Röhre luftdicht seyn. Von dem Würtembergischen und andern ausgedachten Arten von Hebern sehe man Leupolds Theatr. Mach. Hydraulic. Tom. I. Cap. I. Tab. IV. und V.; auch in Lehmanns Disputation de Siphonibus, Lipſ. 1710. sind vielerlei Arten beschrieben. Man hat, weil man die Wirkungsart des Hebers nicht verstand, dadurch öfters Unmöglichkeiten möglich machen wollen. (Man sehe Zeisings Theatr. Machinar. Leipzig 1763. u. f. II. Th. S. 51.).

Ein unterbrochener Heber besteht aus einer Röhre, durch die das Wasser von der Atmosphäre in ein höher liegendes Gefäß, worin die Luft verdünnt worden, hinaufgedrückt wird. Dieses kann abgelassen, die Luft abermals verdünnt und neues Wasser in die Höhe gedrückt werden. (Wolfs Elementa Math. universae, Tom. II. Hydraul. §. 77. p. 446; und noch umständlicher beschrieben und abgebildet in Leupolds Theatr. Machinar. Hydraulic. am angef. Ort.)

Der Stechheber ist ein oben und unten engeres und offenes Gefäß, das man, wenn man es in Wasser eintaucht

taucht und dann mit verschlossener oberer Oeffnung herauszieht, gebrauchen kann, Wasser aus dem Gefäß herauszuheben.

Anm. 4. Auf die Eigenschaft des Hebers gründet sich die Einrichtung einer gewissen Art von Vexierbecher (des Diabetes der Alten), der ein unbedeutendes Spielzeug seyn würde, wenn er nicht dazu dienen könnte, begreiflich zu machen, wie manche Brunnen, oder Teiche, bei trockener, Regenloser Witterung hohes Wasser haben, und bei Regenwetter entweder nur niedriges, oder gar keines.

30. So wie man vermittelst des Hebers den Druck der Atmosphäre als bewegende Kraft des Wassers gebrauchen kann, so ist auch dazu die Elasticität der Luft brauchbar, wenn man diese auf einer Seite vermehrt.

Fig. 57. Ein Gefäß G sey luftdicht, habe in dem oberen Boden die Röhre r, die mit dem Hahn h geschlossen und geöffnet werden kann, und bis auf den untern Boden des Gefäßes hinabreicht. In o sey noch eine Oeffnung, die auch mit einem Hahn verschlossen und geöffnet werden kann. Man fülle durch die Röhre Wasser in das Gefäß, ohngefähr bis auf die Hälfte, verschließe darauf die Röhre und presse Luft durch o in das Gefäß so, daß die über dem Wasser befindliche nun dichter und also elastischer wird. Wenn alsdenn o verschlossen und die Röhre geöffnet wird, so kann der Druck und die Elasticität der äußern Atmosphäre dem Drange der elastischern und dichtern Luft in dem Gefäß nicht das Gleichgewicht halten; und diese treibt, indem sie sich aus-

ausbreitet, das Wasser zu der Röhre heraus, mit desto mehr Geschwindigkeit, je elastischer und dichter die verschlossene Luft gemacht ist. Das Wasser springt desto höher, je größer der Drang dieser Luft und je enger die Oeffnung ist.

Weil die Elasticität der Luft auch durch Wärme vermehrt werden kann, so kann man, statt die Luft in dem Gefäße zu verdichten, dasselbe heiß machen und dann die Röhre öffnen, so wird der Erfolg derselbe seyn.

Anm. 1. Statt der Seitenöffnung kann man das Mundstück der Röhre zum Auf- und Abschrauben einrichten, so daß, wenn jenes abgeschroben ist, das Gefäß mit der Röhre auf eine Luftpumpe aufgeschroben und so die Luft vermittelst der Luftpumpe in demselben verdichtet werden kann.

Anm. 2. Hero von Alexandrien hat ein ähnliches Gefäß zu ähnlichem Gebrauch schon in seinem Buche (Heronis Alexandrini, Spiritualium liber, von Commandinus aus dem Griechischen übersetzt, Urbino 1715.) beschrieben; daher hat dasselbe den Namen Heronsball erhalten. Von eben diesem alten Mathematiker hat man unter dem Namen des Heronsbrunnens eine andere sinnreiche Erfindung, die Luft durch den Fall des Wassers selbst in dem Gefäße zu verdichten. Drei über einander gestellte Gefäße sind so mit Röhren unter einander verbunden, daß das aus dem obersten in das unterste hinabfallende Wasser die in dem untersten und zugleich in dem mittlern Gefäße (jedes etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt) befindliche Luft verdichtet, und auf die Art das Wasser zum Springen nöthigt. (Karstens Anfangsgr. der Mathem., Hydraulik §. 604.)

B) Anwendungen mittelst der Luft in Verbindung mit einem andern mechanischen Druck, das Wasser in die Höhe zu treiben.

31. Hieher gehören die Wasserpumpen, die sich in Saug- und Druck-Werke abtheilen. Fig. 58. Ein Saugwerk besteht aus einer Röhre Rr, die mit ihrem untern Ende in dem Wasserbehälter so stehet, daß dieses in sie hineintreten kann. Unten befindet sich in ihr ein Ventil v, das Röhrenventil; über demselben kann vermittelst der Kolbenstange der Kolben k, in welchem gleichfalls ein Ventil v das Kolbenventil ist, auf und nieder bewegt werden. Der unter dem Röhrventil befindliche Theil der Röhre heißt die Saugröhre, und ist gewöhnlich enger als die Pumpenröhre. Wenn anfangs der Kolben auf dem untern Ventil in ab ruhet, und dann von a bis d in die Höhe gezogen wird, so würde ad ein leerer Raum werden, wenn nicht das Wasser von dem Druck der Atmosphäre durch das Röhrenventil in diesen Raum hineingetrieben würde. Dieses geschiehet also. Wird hierauf der Kolben niedergestoßen, so legt sich das Röhrenventil eher zu, als das Wasser wieder durch dasselbe zurückfallen kann. Nun öffnet das gepreßte Wasser das Kolbenventil und tritt durch dasselbe über den Kolben. Wenn hierauf der Kolben abermals in die Höhe gezogen wird, so hebt er das über ihm gefangene Wasser in die Höhe (denn von dem Drucke des Wassers wird das

Kol-

Kolbenventil früher verschlossen, als das Wasser durch dasselbe zurückfallen kann), und neues Wasser tritt durch das Röhrenventil unter den Kolben. Dieses wird nun auch bei dem wiederholten Niederstoßen des Kolbens wie das vorige gefangen, und so nach und nach das Wasser bis zu der Ausgußröhre f gehoben.

Anm. 1. Man hält den Ctesibius von Alexandrien für den Erfinder der Wasserpumpen, der nicht lange nach Archimedes gelebt hat. Am umständlichsten sind allerhand Arten von Wasserpumpen in Belidors Architectura Hydraulica, 1. Th. 3. Buch, 3. Kap. beschrieben, für Anfänger ist auch Lucas Vochs Einleitung zu der Architectura Hydraulica, Augsburg 1769. brauchbar.

Anm. 2. Die Röhre muß bei beständig wirksamen Saugwerken von festem Holz, oder Metall, seyn. Das Ventil ist in solchen von Messing, und am gewöhnlichsten von der Form eines umgekehrten abgekürzten Kegels, der in eine eben so geformte Vertiefung oder Pfanne von Messing einpaßt; unten ragt an ihm eine kurze Stange herab, an die ein Knopf oder eine Queerstange befestigt ist, größer als die untere Weite der kegelförmigen Pfanne, damit der in die Höhe gehobene Kegel nicht zu hoch gehoben und aus seiner Pfanne geworfen werde. In Saugwerken, die nicht lange gebraucht werden, ist das Ventil nur ein hölzernes genau in die Röhre passendes Brett mit eingeschnittenem viereckigen Loche, welches von einem viereckten mit Leder verwahrten Deckel oder Klappe, die um ein Charnier auf einer Seite beweglich ist, verschlossen wird. Mehrere Arten von Ventilen sind in Belidors Arch. Hydr. 3. Buches 3. Kap. Tab. IV. abgebildet. Der Kolben ist meistentheils ein kurzer hölzerner Cylinder, mit einigen Löchern durchbohrt, oben mit einem dicken Leder bedeckt,

deckt, das aber so befestigt ist, daß es von dem durch die Löcher des Kolbens heraufdringenden Wasser gehoben werden kann. Eine andere Art von hohlen-Kolben schlägt Belidor in Archit. Hydraul. 3tes Buch 3. Kap. vor.

Anm. 3. Der Kolben wird entweder vermittelst eines an der Kolbenstange angebrachten Hebels, wie an den gewöhnlichen Wasserplumpen, (man sehe Belidors Arch. Hydr. 3. Buch, 4. Kap.) oder durch eine Kurbel, die an der Welle eines Wasser- oder Windrades sitzt, und entweder eine an sie angebrachte Zugstange, die mit der Kolbenstange in Verbindung ist, hin und herschiebt, oder unmittelbar die Kolbenstange bewegt; oder durch ein Kehrrad (Eberhards neue Beiträge zur Mathesi Applicata, Halle 1786. Hydrotechnik S. 138. u. f.) in Bewegung gesetzt. (Man sehe auch in des Hrn. Prof. Klügels Encyclopädie, pract. Mechanik, §. 163. u. f.

Anm. 4. Das Röhrventil braucht nicht nothwendig in der Höhe der Wasserfläche des Behälters angebracht zu seyn, sondern kann bis auf 28 Fuß über jene Wasserfläche erhaben angebracht seyn. Aber höher auch nicht, weil der Druck der Atmosphäre das Wasser nicht zu jeder Zeit höher im Gleichgewicht erhalten kann, wobei aber noch vorausgesetzt wird, daß sowol die Röhre völlig luftdicht sey, als auch daß die Ventile sich luftdicht zulegen. Wo daher, wie in Bergwerken, das Wasser auf eine viel beträchtlichere Höhe gehoben werden soll, da müssen mehrere Saugwerke über einander gestellt werden.

32. Zu einem Druckwerk gehören eine Saugröhre ab, die mit ihrem untern Ende in dem Wasserbehälter stehet, eine Kolbenröhre (der Stiefel) ac, worinne der Kolben K, der aber hier kein Ventil hat, sondern ganz solide ist, vermittelst der Kolbenstange auf und nieder bewegt wird, eine Steigröhre df, und einige Ventile,

tile, von denen eins V unten in der Kolbenröhre nöthig ist, das durch die Saugröhre aufsteigende Wasser über sich zu fangen; ein anderes aber in der Steigröhre v, diesem gefangenen und von dem Kolben in die Steigröhre hinaufgedrängten Wasser den Rückfall zu verschließen. Oefters ist auch unten in der Saugröhre bei b noch ein Ventil in der Höhe der Wasserfläche in dem Behälter.

Anfangs wird durch den Aufzug des Kolbens nur erst die Luft zwischen dem Kolben und den beiden Ventilen V und v verdünnt, und ein Theil der dichtern Luft in der Saugröhre tritt in die Kolbenröhre. Beim Niederstoßen des Kolbens wird ein Theil dieser Luft zwischen K, V und v durch v hinausgetrieben. Bei wiederholten Aufzügen und Niederdrückungen des Kolbens geschieht dieses öfter, so, daß die Luft in der Saugröhre und unter dem Kolben immer dünner wird, und das von der äußern Atmosphäre in die Saugröhre hinaufgedrückte Wasser ihre Stelle einnimmt. Da dann, wenn alle Luft durch v hinausgetrieben, nun Wasser, statt ihrer, hinausgedrängt wird.

Druckwerke, die nur Einen Stiefel und Kolben haben, heißen einfache. Man kann aber mehrere einfache so mit einander verbinden, daß sich die Steigröhren aus allen in eine einzige vereinigen, da dann diese kurzen Stücke der Steigröhren, bis an die gemeinschaftliche, Kropfröhren heißen, und die ganze Anordnung ein zusammengesetztes Druckwerk.

Anm. 1. Unten in der Saugröhre muß ein durchlöchertes Blech angebracht seyn, welches zwar das Wasser durchläßt, aber der Unreinigkeit desselben den Eintritt versperret. Die Röhren und Ventile müssen, um luftdicht zu seyn, aus Messing, oder anderm Metall, verfertigt werden. Der Kolben besteht aus dicken ledernen Scheiben, über einen kurzen messingenen Cylinder gesteckt und zwischen 2 messingenen etwas kleinern Scheiben, vermittelst einer Schraube, an einander gepreßt. An den messingenen Cylinder in der Mitte wird die Kolbenstange befestigt.

Anm. 2. Die Druckwerke sind da nothwendig, wo das Wasser auf eine größere Höhe, als ein Saugwerk leisten kann, gehoben werden muß, auch wo man die Kraft nicht oben, wohin man das Wasser heben will, sondern nur tiefer anbringen kann. Sie würden in aller Absicht den Saugwerken vorzuziehen seyn, wenn nicht eine nothwendige Reparatur der Steigröhre ihren Stillstand in der dazu erforderlichen Zeit unumgänglich nach sich zöge; welches bei übereinandergesetzten Saugwerken vermieden werden kann. Indessen würden doch auch bei einem Druckwerk Einrichtungen sich noch anbringen lassen, die jener Unbequemlichkeit abhülfen.

33. Den Widerstand zu finden, den die Kraft an dem Kolben eines Saugwerks bei jedem Zuge überwältigen muß.

Er ist, wenn das Saugwerk in seiner ganzen Wirkung oben das Wasser ausschüttet, dem Druck einer Wassersäule gleich, deren Durchmesser dem Durchmesser des Kolbens, und deren Höhe der Höhe der Ausgußröhre über der Wasserfläche in dem Behälter gleich ist.

Denn auf den Kolben drückt die Elasticität der Atmosphäre; die dieser zugehörige Höhe

(Aerom.

(Aerom. 3.), welche, wenn die Wirkung der Elasticität und des Drucks der Atmosphäre mit dem Gewichte des Wassers verglichen wird, 32 Fuß beträgt (Aerom. 10.), sey = der Linie Rg. Eben so groß würde die dem Druck der Atmosphäre, der unter dem Kolben wirksam werden kann, zugehörige Höhe seyn, wenn nicht bis unter dem Kolben in der Höhe dg Wasser stände, das von der Atmosphäre gehalten wird. Die Höhe des dieser noch bleibenden wirksamen Drucks gegen den Kolben von unten ist also Rg — dg = Rd. Da dieser Druck jenem entgegengesetzt ist, so ist die Höhe des Drucks von oben gegen den Kolben nicht ganz Rg, sondern Rg — Rd = dg. Außerdem hat nun noch bei jedem Zuge der Kolben die über ihm bis an die Ausgußröhre stehende Wassersäule zu tragen, deren Höhe = fd. Also ist der ganze von ihm zu überwältigende Widerstand der Druck einer Wassersäule, deren Höhe = fd + dg = fg = der Höhe der Ausgußröhre über der Wasserfläche in dem Behälter ist.

34. Zu wirklicher Bewegung des Kolbens gehört nun etwas mehr Kraft, als der nach dieser Vorschrift gefundene Widerstand beträgt. Denn eine eben so große würde ihm nur das Gleichgewicht halten. Das erforderliche Mehr ist aber desto geringer, je leichter der Kolben mit seiner Kolbenstange ist, je langsamer er bewegt wird, je kürzer die Saugröhre und je weiter diese in Vergleichung mit der Pumpenröhre selbst ist.

Man hat gefunden, daß es am vortheilhaftesten sey, den Durchmesser der Saugröhre $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ vom Durchmesser der Pumpenröhre seyn zu lassen.

Anm. Man sehe hierüber Karstens Anfangsgründe der Mathematik, Hydraulik §. 52.; und noch vollständiger diese Materie in dessen Lehrbegriff im V. Bande, im 18. und 19. Abschn. S. 451. u. f. Zu weite Saugröhren lassen das Wasser leicht fallen, und in zu engen kann dasselbe der Bewegung des Kolbens nicht so schnell folgen. In beiden Fällen entsteht zwischen Kolben und Wasser ein leerer Raum, und man fängt nicht so viel Wasser, als man könnte, wenn dieser Raum noch mit Wasser angefüllt wäre. Darum muß theils das angezeigte Verhältniß der Weite der Saugröhre und Pumpenröhre seyn; theils die Geschwindigkeit, mit der der Kolben bewegt wird, so abgemessen seyn, daß bei jedem Zuge gerade eine eben so große Quantität Wasser in der Saugröhre hinaufsteigt, als der Kolben eben hebt, oder als den Raum, den der aufgezogene Kolben in der Pumpenröhre macht, ausfüllt.

35. Den Widerstand, der durch die Kraft am Kolben eines Druckwerks zu überwältigen ist, zu finden.

Er ist dem Gewichte einer Wassersäule gleich, deren Grundfläche der Fläche des Kolbens, und deren Höhe der Höhe des Wasserstandes in der Steigröhre über dem Kolben gleich ist.

Denn man kann sich, anstatt der den Kolben niederdrückenden Kraft, über denselben eine Wassersäule von gleicher Höhe mit der Höhe des Wasserstandes in der Steigröhre vorstellen. Diese würde jenem Druck des Wassers in der Steigröhre das Gleichgewicht halten. Also ist dieser

Druck

Druck so groß, und so viel Kraft, den Widerstand zu überwältigen, nöthig.

36. An einem vereinigten Druck- und Saugwerke ist an dem Kolben auch bei dem Aufziehen desselben ein Widerstand zu überwältigen, der dem Gewichte einer Wassersäule gleich ist, deren Grundfläche der Fläche des Kolbens, und deren Höhe der Höhe des Kolbens über der Wasserfläche in dem Behälter gleich ist (nach 33.).

37. Um ein Druckwerk wirklich in Bewegung zu bringen, wird nur ein geringer Ueberschuß der Kraft über den berechneten Widerstand erfodert, wenn der Kolben nicht zu schnell bewegt wird und die Steigröhre nicht zu lang und enge ist. Man beobachtet auch hier das Verhältniß der Durchmesser (in 34.) und läßt den Durchmesser der Steigröhre $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$ von dem Durchmesser der Pumpenröhre seyn.

Anm. Eberhard (in seinen neuen Beiträgen zur Mathesi applicata, Halle 1786. S. 151.) sieht es als einen Fehler der mehresten Druckwerke an, daß die Steigröhre einen kleinern Durchmesser hat, als die Pumpenröhre, wegen des Hindernisses, das daher entsteht, daß das Wasser alsdenn in der Steigröhre höher, folglich geschwinder steigen muß, als der Kolben dasselbe in der Pumpenröhre bewegt, und daher mehr Widerstand leistet. Deswegen verlangt er Gleichheit der Durchmesser beider Röhren, wenn das Druckwerk einfach ist, und nur Eine Pumpenröhre hat. Besteht dasselbe aus zwei Pumpen, die wechselsweise wirken, so soll die Steigröhre so weit seyn, als eine von den Pumpenröhren, und diese beide gleich weit. Ist es

aber aus mehrern zusammengesetzt, so soll die Steigröhre im Durchschnitt so weit seyn, als die Summe der Durchschnitte aller Pumpenröhren beträgt, die das Wasser zugleich heben.

38. Die Menge Wasser, welche ein Saugwerk, oder ein Druckwerk, in einer bestimmten Zeit hebt, zu finden.

Sie ist dem Producte aus der Fläche des Kolbens in die Höhe des Kolbenaufzugs und in die Zahl der Kolbenaufzüge in der gegebenen Zeit gleich. Denn es sey r der Halbmesser des Kolbens, so ist πr^2 die Fläche desselben; es sey h die Höhe des Kolbenaufzugs, so ist $\pi r^2 h$ die Menge des gehobenen Wassers in der Zeit eines Kolbenaufzugs, oder Niederdrucks; und n sey die Zahl der Kolbenbewegungen in t Zeittheilen, so ist $\pi r^2 hn$ die Menge Wasser, die in der Zeit t gehoben werden kann.

39. Die nöthige Größe (den Durchmesser) des Kolbens zu finden, wenn die Kraft z. B. 500 ℔, welche unmittelbar an dem Kolben angebracht, durch ein Druckwerk das Wasser auf eine gegebene Höhe, z. B. 50 Fuß hinauftreiben soll, bekannt ist.

1) Man berechne ein für allemal den Druck des Wassers von 1 Fuß Höhe auf einen Kolben von 1 Fuß im Durchmesser. Wenn 1 Cubikfuß Wasser 66 ℔ schwer ist, so ist ein solcher Cylinderfuß Wasser fast 52 ℔ schwer.

2) Man

2) Man berechne die Last des auf die gegebene Höhe zu hebenden Wassers, womit dasselbe gegen einen Kolben von 1 Fuß = 10 Zoll im Durchmesser drückt.

$$50 \cdot 52 \text{ ℔} = 2600 \text{ ℔}.$$

3) Man suche zu der eben berechneten Last, dem Quadrat des angenommenen Kolbendurchmessers, und der gegebenen Kraft die vierte Proportionalzahl

$$26\text{ØØ} : 1\text{ØØ} = 500 : \frac{500}{26} = 19{,}15$$

4) Aus dieser ziehe man die Quadratwurzel, so ist diese der gesuchte Durchmesser des erforderlichen Kolbens.

$$\sqrt{19{,}15} = \text{fast } 4{,}4 \text{ Zoll}.$$

Anm. Der Durchmesser des Kolbens, bestimmt zugleich den Durchmesser der Kolbenröhre.

39. Anm. Es ist nicht vortheilhaft, den Kolben hoch aufzuziehen: weil, je höher er gezogen wird, die Kolbenstange und also auch der Kolben desto mehr aus der lothrechten Lage kömmt und schief gegen die Kolbenröhre angedrückt wird, wodurch theils ein Theil der Kraft durch die größere Reibung verlohren geht, theils Kolben und Kolbenröhre früher schadhaft werden. Deswegen lasse man den Kolben nicht so hoch steigen, daß er dabei aus der lothrechten in die schiefe Richtung kommen muß, sondern lasse ihn lieber etwas schneller bewegt werden, um doch in eben der Zeit eben so viel Wasser zu erhalten, als bei höherm Kolbenaufzug geschehen würde. Doch ist diese Geschwindigkeit auch in ihre Grenzen, wegen der bei 36 bemerkten Ursach des entstehenden schädlichen leeren Raums, eingeschränkt.

40. Die

40. Die Höhe, auf welche der Kolben aufgezogen werden muß, wenn er in einer bestimmten Zeit eine gegebene Menge Wasser auf eine bestimmte Höhe treiben und der Kolben sich in der bestimmten Zeit eine gewisse Anzahl mal bewegen soll, zu finden.

1) Man berechne den Durchmesser des Kolben nach 39.

2) Desgleichen die zu hebende Wassermenge bei einem Kolbenzuge, in Cubikmaaß.

3) Man dividire mit der Fläche des Kolbens in die Cubikzahl dieser zu hebenden Wassermenge; so ist der Quotient die erforderliche Höhe des Kolbenzuges.

Anm. Es sollen z. B. 160 Kannen Wasser in einer Minute 50 Fuß hoch hinaufgepumpt werden, und der Kolben in einer Minute sich 20mal bewegen, so ist

1) (nach 39.) der Durchmesser des Kolbens fast 4,5 Zoll.

2) die bei einem Kolbenzuge zu hebende Wassermenge $\frac{160}{20} = 8$ Kannen. Jede Kanne Wasser wiegt ohngefähr 2 Pfund, also 8 Kannen 16 Pfund. Wieviel 16 Pfund Wasser im Cubikmaaß betragen, findet man nach folgender Proportion:

$$66 \text{ Pfund} : 1000 \text{ Cub}''. = 16 \text{ Pfund} : \frac{16000}{66}$$

$= 242,4$ Cubikzoll.

3) Die Fläche des Kolbens ist für den Durchmesser 4,5 = 16,89 oder fast 16 Quadratzoll. Also die

$$\text{Höhe des Kolbenzuges} = \frac{242,4}{16} = 15,1 \text{ Zoll.}$$

41. Anm. Man hat aus vielen Erfahrungen gelernt, daß eine bleierne Steigröhre, von 12 Zoll Weite und 60 Fuß Höhe, einen halben Zoll im Metall dick seyn muß, wenn sie dem Drucke des Wassers dauerhaft widerstehen soll. Eine kupferne Röhre von eben der Höhe und Weite braucht nur zwei Linien im Metall stark zu seyn. Bei Röhren, die aus einer Metallcomposition gegossen werden, thut man wohl, sie noch um die Hälfte, der zu einer kupfernen Röhre erforderlichen Stärke, stärker zu machen. Belidor und nach ihm Eberhard theilt in seinen Beiträgen zur Mathesi Applicata, Hydrotechnik S. 150. eine Tabelle für die nothwendige Stärke metallener Röhren mit.

42. Mit einer Druckpumpe soll ein frei springender Wasserstrahl hervorgebracht werden; man will die Höhe wissen, welche dieser erreichen würde, wenn nichts außer der Schwere seine Bewegung verzögerte.

Sie ist, von der Grundfläche des Kolbens angerechnet, der Höhe einer Wassersäule über der Grundfläche des Kolbens gleich, deren Druck so groß ist, als die Kraft, welche den Kolben niedertreibt.

Denn man kann sich die Pumpenröhre verlängert gedenken, und in ihr eine hohe Wassersäule. Alsdenn wird der Druck dieser Wassersäule verursachen, daß das Wasser zur Oeffnung o herausfähret, und daß der herausfahrende Wasserstrahl die Höhe der Wassersäule in der Pumpenröhre über die durch die Oeffnung gelegte Horizontallinie erreicht (23.). Befände sich nun unter dieser Wassersäule der Kolben, so würde sie vermittelst des Kolbens dasselbe bewirken. Eine

ihrem auf den Kolben ausgeübten Drucke gleiche Kraft kann also auch die Wirkung hervorbringen, und das Wasser so hoch springend machen, daß die Höhe, die dasselbe erreicht, über der Grundfläche des Kolbens eben so hoch liegt, als eine Wassersäule seyn müßte, die auf den Kolben mit einer der Kraft gleichen Gewalt drückte.

Anm. In freier Luft kann der Wasserstrahl (Anm. zu 23.) nie völlig so hoch steigen, wenn auch wirklich das Wasser mit einer Geschwindigkeit aus der Oeffnung herausfährt, die ein von der Höhe gedachter Wassersäule herabfallender Körper erlangen würde (24.). Die erreichte Höhe wird desto kleiner, je geschwinder das Wasser aus der Oeffnung herausfährt.

43. Aus dem gegebenen Durchmesser des Kolbens und der bestimmten darauf drückenden Kraft die Höhe des Wasserstrahls zu finden.

Man berechne den Cubikinhalt einer Wassersäule, die so viel wiegt, als die Kraft Druck ausübt = c; und dividire in diesen mit der berechneten Grundfläche des Kolbens $= \frac{\pi d^2}{4}$; so ist der Quotient die gesuchte Höhe h.

Anm. Z. B. der Durchmesser des Kolbens sey 6 Zoll, die Kraft 400 Pfund; so ist $c = \frac{400 \text{ Pf.}}{66 \text{ Pf.}} =$ 6 Cubikfuß = 10368 Cubikzolle; und $\frac{\pi d^2}{4} = 28$ Quadratzolle; also $h = \frac{10368}{28} = 370\frac{1}{4}$ Zoll $= 30\frac{5}{6}$ Fuß.

44.

44. Herr Mariotte hat viele Versuche angestellt, um eine allgemeine Regel zu finden, nach welcher die Höhe, welche der Geschwindigkeit des aus der Oeffnung strömenden Wassers zugehört, mit der Höhe, die der springende Wasserstrahl in freier Luft wirklich erreicht, und gefunden, daß wenn H die erstere Höhe bezeichnet, und h die letztere, $H = h + \frac{h^2}{300}$ seyn müsse.

45. Die Höhe, welche ein springender Wasserstrahl, den eine Druckpumpe hervorbringt, erreichen soll, ist gegeben, man sucht die Kraft, welche den Kolben niederdrücken muß.

1) Man berechne nach Mariottens Regel (in 44.) aus der gegebenen Höhe h des springenden Wasserstrahls die Höhe H, welche der Geschwindigkeit, mit der das Wasser aus der Oeffnung herausströmen muß, um die gegebene Höhe zu erreichen, zugehört, und H ist $= h + \frac{h^2}{300}$.

2) Man berechne das Gewicht einer Wassersäule über einer Grundfläche so groß als die Grundfläche des Kolbens und in der gefundenen H; so ist dieses die verlangte Kraft.

Anm. Z. B. die zu erreichende Höhe sey für den Wasserstrahl = 60 Fuß; so ist

1) $H = 60 + \frac{3600}{300} = 60 + 12 = 72$.

Des Kolbens Durchmesser sey 6 Zoll, so ist seine Grundfläche $= \frac{\pi \cdot 36}{4} = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$ Quadratzolle. Also

2) Der Cubikinhalt einer Wassersäule, über der Grundfläche = 28 Quadratzoll, und in der Höhe = 72 Fuß = 864 Zoll; = 864 . 28 = 24192 Cubikzoll fast 14 Cubikfuß;

und also das Gewicht derselben = 66 Pfund . 14 = 924 Pfund erforderliche Kraft.

46. Dieser zuletzt gedachten Druckpumpen, welche einen springenden Wasserstrahl hervorbringen, bedient man sich theils als Feuersprützen, theils zu Springbrunnen.

Die Feuersprütze ist eine aus einem beweglichen Druckwerk bestehende Sprütze, mit welcher das Wasser durch eine in alle Lagen bewegliche Röhre zur Löschung des Feuers sehr hoch gesprützt werden kann; und besteht daher aus einem Wasserkessel, Druckwerk in demselben, und der in alle Lagen beweglichen Gußröhre an diesem. Ein bloßes Druckwerk, wenn es auch aus zwei Pumpenröhren oder Stiefeln besteht, die abwechselnd arbeiten, kann keinen ununterbrochenen Wasserstrahl geben, wie doch hier erfodert wird. Denn das nur aus einem Stiefel bestehende giebt bei dem Aufziehen des Kolbens kein Wasser; und bei den aus zwei Stiefeln zusammengesetzten stockt die Kraft bei dem Umwechseln und Umkehren der Kolben, das Wasser muß aufs neue beschleunigt werden, und der Wasserstrahl setzt daher bei jedesmaligem Druck ab.

Die-

Diesem abzuhelfen und einen beständig fast gleichförmigströmenden Wasserstrahl zu erhalten, hat man ein Gefäß unter dem Namen des Windkessels zwischen dem Stiefel und der Gußröhre angebracht, in welchem durch das Hineinpumpen des Wassers die Luft erst so stark verdichtet wird, daß sie durch ihre vermehrte Elasticität alsdann noch, wenn die Kolben bei ihrer umkehrenden Bewegung das Wasser nicht treiben können, auf dasselbe drückt und dessen beständiges Fortströmen ohne Absätze erhält.

Anm. Erfordernisse bei guten Feuersprützen sind: daß alle Theile derselben, die sowol, welche zu der eigentlichen Sprütze gehören, als auch der Kessel und Wagen, aus festen Materialien und aufs dauerhafteste gemacht sind; daß die Stiefel inwendig aufs genaueste cylindrisch, die Kolben genau rund abgedrechselt und genau schließend sind, ohne sich zu klemmen; daß die Ventile nicht zu leicht sind, um geschwind zufallen zu können; daß man durch irgend eine Einrichtung den schiefen Druck der Kolben zu heben oder zu mindern sucht, (wozu am besten seyn würde, wenn die Stiefel selbst unten wie in einem Charnier, so viel als dazu nöthig seyn würde, beweglich wären, und zu dem Ende auch die Verbindungsröhre zwischen Stiefel und Windkessel ein an beiden Enden mit metallenen Schrauben versehener Schlauch wäre); daß die Stiefel möglichst weit sind, weil dann die Arbeiter die Druckbäume nicht so schnell zu bewegen und große Bogen zu beschreiben haben; daß die Gurgeln (Verbindungsröhren zwischen Stiefel und Windkessel, desgleichen die Steig- und Ausguß-Röhre, nicht zu enge sind, und an letztern das Ausgußrohr nur kurz vor der Mündung sich zu verengern anfange, und in der Mündung etwas conisch, doch nicht zu eng, werde; daß man mehr als ein Ausgußrohr vorräthig

habe, die theils zu viel Wasser auf eine geringe Weite, theils zu wenigerm auf eine größere Weite eingerichtet sind; daß der Wasserkessel mit einem durchlöcherten Blech versehen sey, um bei unreinem Wasser den Unrath abzuhalten. Man sehe Hrn. Prof. Georg Simon Klügels Abhandlung von der besten Einrichtung der Feuersprützen zum Gebrauch des platten Landes, Berlin 1774; Karstens Abhandlung über die vortheilhafteste Anordnung der Feuersprützen, Greifswalde 1773; Helfenzrieder von Verbesserung der Feuersprützen, München 1778; Gott. Hesse practische Abhandlung von Verbesserung der Feuersprützen, Gotha 1778; Joh. Georg Krünitz ökonomische Encyclopädie, Art. Feueranstalten, woselbst auch eine Maschine beschrieben ist, die, von einem Paar Menschen tragbar, ehe die Gefahr zu groß wird, herbeigebracht werden kann, und so viel Wirkung thut, daß der weitere Ausbruch der Flamme, bis größere Anstalten gemacht worden, gehemmt werden kann; desgleichen wird in Hrn. von Schütz Auszug aus der Krünitzischen Encyclopädie, unter dem Artikel Spritze, eine große Schlangenspritze und eine sehr brauchbare Schlauch- und Kübeltragspritze von ungemeiner Wirksamkeit beschrieben und abgebildet werden.

C) Maschinen, das Wasser blos mechanisch auf eine mäßige Höhe zu heben.

47. Die Wasserschraube (Wasserschnecke), besteht aus einer Walze, um welche eine aus Brettern zusammengesetzte Ebene schraubenförmig gewunden ist. Ein hohler Cylinder umgiebt, wie ein Mantel, diese Schraubenwalze so, daß diese in ihm, ohne sich zu klemmen, um ihre Axe gedrehet werden kann. Die ganze Maschine wird in einer gegen den Horizont geneigten Lage (unter einem Winkel, der nicht über 60° ist) mit

mit dem untern Ende in das zu hebende Wasser gestellt. Bei Umwalzung der Schraube um ihre Axe wird dann das in die untere Oeffnung des Schraubengangs hineingetretene Wasser allmälig aus einem Umgang in den einen bis zur obern Mündung, woselbst es ausfließen kann, gleichsam in die Höhe geschoben. Die Umläufe der schraubenförmigen Ebene müssen mit der Grundfläche, oder einer auf die Axe senkrechten Ebene, keinen größern Winkel als von 10° machen.

Anm. Diese sinnreich ausgedachte Maschine soll eine Erfindung des Archimedes seyn, wie Diodorus Siculus vorgiebt; Vitruv beschreibt sie in seiner Architect. Lib. 10. Cap. 11. Perrault hält sie in seinen Anmerkungen zum Vitruv für eine ältere Erfindung. Ihre Bewegung kann entweder vermittelst einer Kurbel, oder vermittelst Rad und Getriebe, bewirkt werden. Weil sie ziemlich viel Wasser schöpft und sich an jedem Orte bequem hinstellen läßt, so ist sie da, wo das Wasser nicht sehr hoch gehoben werden soll, sehr brauchbar. Der von einigen gethane Vorschlag, eine bleierne Röhre um eine Spindel in Schraubengängen zu winden, ist in kleinen Modellen wol, aber im Großen um deswillen nicht auszuführen, weil eine bleierne Röhre nicht ohne die größte Schwierigkeit um eine Spindel gewunden werden kann. Sie müßte vorher, wie sie werden soll, abgeformt und so im Ganzen gegossen werden. (Man sehe Leupolds Theatr. Machin. Hydraulicarum, Tom. I. Cap. 4. Tab. XV und XVI; Belidors Archit. Hydraul. 2. Buch, 4. Kap. Tab 8.)

48. Die Schöpfräder haben auf ihrem Umfange eingesetzte Kasten, oder Fächer, in denen sie bei ihrem Durchgang durch das Wasser dasselbe fangen und oben in ein Behältniß ausschüt-

ten. Oder spiralische Röhren gehen von dem Umfange des Rades bis in die hohle Welle, um welche sich das Rad drehet, und leiten das aufgefangene Wasser in diese, die es dann in ein Behältniß ausgießt. Die Räder selbst werden durch den Trieb des Stroms, aus dem sie schöpfen, mittelst Schaufeln, wie ein unterschlächtiges Mühlrad umgetrieben, oder am innern Rande zum Tretrade eingerichtet.

Anm. Von dieser Art war auch das Tympanum der Alten. (Man sehe Leupolds Theatr. Machin. Hydraulicar. Tom. I. cap. 3.; und Eberhards Beiträge zur Matheſi applicata, Hydrotechnik S. 127. u. f. Belidors Architect. Hydraul. 2. Buch, 4. Kap. Tab. 9.)

49. Bei den Kastenkünsten läßt man das Wasser in Kasten, oder Eimern, welche hinter einander an einer Kette ohne Ende eingehangen sind, und sich über eine sechseckichte Welle überschlagen, gehoben werden.

Anm. Bei ihrer Anlegung muß darauf gesehen werden, daß sie bei dem Ausgießen das Wasser nicht verschütten und über die Welle sich ohne gewaltsame Bewegung umschlagen. Sie sind, wo das Wasser eine sehr veränderliche Höhe hat, unbequem, die Kasten zerbrechen bei öfterm Ueberschlagen leicht, und die Ketten zerspringen bei strenger Kälte oft. (Leupolds Theatr. Machin. Hydraul. Tom. I. cap. 6 — 8.)

50. Ein Püschelwerk (Paternosterwerk, Taschenkunst, Rosenkranzmühle), besteht aus einer Röhre, die mit ihrem untern Ende in dem auszuschöpfenden Wasser steht, durch welche ovalrunde, genau in die Röhre passende, hölzerne,

oder lederne mit Haaren ausgestopfte Körper (Püschel genannt), welche in gleichen Weiten von einander mit Stricken oder Ketten an einander hangen, (so daß das Ganze einem Rosenkranz ähnlich wird,) das unten über sich in der Röhre gefangene Wasser mit herauf ziehen und oben ausschütten. Das Püschelseil geht oben und unten über einen Drilling, der, wenn er umgedreht wird, auch das Seil in Bewegung setzt; die eine Hälfte des Seils befindet sich in der Röhre, die andere außerhalb derselben.

Anm. Die Püschel sind: theils ganz von Holz, oder lederne mit Pferde- und Kuhhaaren ausgestopfte Ballen; diese verursachen aber beide starke Reibung: theils nur Halbkugeln von Holz, von kleinerm Durchmesser als die Röhre, auf deren Grundfläche eine genau in die Röhre passende Scheibe von dickem Leder aufgenagelt ist; diese sind minder kostbar und reiben sich nicht so stark: theils blos eine dicke lederne Scheibe zwischen zwei hölzernen, oder metallenen, kleinern Scheiben, mittelst einer Schraube eingeklemmt; diese sind die besten und dauerhaftesten. Ein Püschelwerk kann das Wasser ziemlich hoch heben, bedarf aber häufiger Reparatur, und erfodert wegen der beträchtlichen Friction viel Kraft; es ist da mit Vortheil zu gebrauchen, wo das Wasser nicht beständig gehoben zu werden braucht, und wo wegen der veränderlichen Tiefe des Wassers Saug- und Druckwerke beschwerlich seyn würden. (Leupolds Theatr. Machinar. Hydraulic. Tom. I. cap. 9.)

51. Anm. Eine dem Püschelwerk ähnliche Maschine ist die neuerlich von Hrn. Löscher in Freiberg ausgedachte und im Modell ausgeführte von ihm benannte Schwamm-Maschine (eigentlich Püschelwerk von Schwämmen). An einem Seil

ohne Ende sind in gleichen geringen Entfernungen länglich runde Ballen aus lockern wollenem Zeug, mit Meerschwämmen so ausgestopft, daß sich diese nicht verschieben können, befestigt. Dieses Seil mit den Schwammballen hängt über einem aus eisernen gebogenen Stäben zusammengesetzten Drilling frei in das Wasser herab, da dann die Schwammballen sich voll Wasser saugen. Wird nun der Drilling durch Rad, Getriebe und Kurbel bewegt, so kömmt auch das Ballenseil in Bewegung, und die voll Wasser gesogene Ballen werden auf der einen Seite in die Höhe gezogen, während die leeren auf der andern Seite hinabsinken. Oben werden die Schwammballen zwischen dem Drilling und einer darüber befindlichen Walze durchgedrängt, und das Wasser ausgedrückt, das in einem untergestellten Kasten aufgefangen wird. (Man sehe Carl Immanuel Löschers Angabe einer Schwamm Maschine, Leipzig 1788.) Die Maschine kann viel Wasser bei wenig Aufwand von Kraft heben, möchte aber häufigen Reparaturen bei öfterm Gebrauch ausgesetzt seyn und im Winter vom Eise unbrauchbar gemacht werden.

52. Ein Schaufelwerk besteht aus einem langen, oben und unten offenen, viereckten Kasten, in einer gegen den Horizont geneigten Stellung; durch denselben werden viereckige hölzerne Bretter oder Schaufeln, welche den innern Raum des Kastens, ohne sich zu klemmen, verschließen, durchgezogen. Zu dem Ende sind sie durch eiserne in der Mitte mit einem Gelenke versehene Stäbe mit einander verbunden. Oben und unten gehet diese Kette von Brettern über eine Welle mit sechs Gabeln und wird durch die obere, von einer Kurbel, oder einem Rade, in Bewegung gesetzte, nach und nach von unten herauf durch die Röhre gezogen.

Der

Der untere Theil des Kastens liegt im Wasser und füllt sich selbst beständig damit; dieses wird von jeder unten eintretenden Schaufel gefangen, mit in die Höhe gezogen und oben ausgegossen.

Anm. Diese Maschinen sind nicht kostbar und sehr nützlich, besonders Schlamm-Wasser zu heben.

53. Anm. In dem Journal Encycloped. 1771. Avril, hat Hr. Pingeron eine Balancirmaschine beschrieben, an welcher zwei ungleichgroße Gefäße wechselsweise in das zu hebende Wasser sich eintauchen und das mit füllen, gehoben werden und ihr Wasser oben ausschütten. Davon reden schon Caspar Schott in seiner Mechanica hydraulico-pneumatica p. 367. seq. und Switzer in General System of hydrostatik and hydraul. p. 314. (Man sehe Eberhards Beiträge zur Matheſi applicata, Hydrotechnik S. 119.)

Die sogenannte Wasserzange (Wasserkluppe) ist gleichfalls eine zum Ausschöpfen des Wassers bei Grundbauen, und wo das Wasser schnell, aber nicht hoch, gehoben werden soll, brauchbare Maschine. Sie ist schon eine Art Druckwerk. (Belidors Architect. Hydraul. 2. Buch, 4. Kap. Tab. 6. und Eberhards Beiträge zur Math. appl. Hydrotechnik S. 129.)

I. Anhang.

Von den Mühlen.

54.

Die Mühlen, bei denen man die Absicht hat, daß durch sie entweder Etwas zerrieben, oder zerstampft, oder zerschnitten, oder gebohrt, oder polirt, oder geschmiedet, oder gedroschen werden soll, werden theils durch das Wasser,

theils durch den Wind, theils durch Menschen und Thiere in Bewegung gesetzt.

1) Wassermühlen.

55. An den Wassermühlen läßt man das Wasser entweder auf ein oberschlächtiges Rad (Statik 56.) fallen und dieses von dem Gewicht des Wassers in den Schaufeln der einen Hälfte des Rades umgedrehet werden; oder man läßt dasselbe auf die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades hinabschießen und durch seinen Stoß dieses umdrehen.

Anm. 1. Damit von dem Wasser eines Flusses, der breiter ist als das Mühlrad, so viel als immer erforderlich ist, auf das Rad gelenkt werde, legt man das Mühlgerinne an; ein künstlicher Bau in dem Bette des Flusses, der bei größern Mühlen eins der vornehmsten Stücke ist und außerordentliche Sorgfalt erfodert.

Für ein unterschlächtiges Wasserrad besteht das Gerinne 1) aus dem Fachbaum mit dem darauf stehenden Grießwerk. Der 18 bis 24 Zoll ins Quadrat starke, quer durch den Fluß liegende, und auf beiden Seiten 6 Fuß weit in das Ufer gesteckte Fachbaum liegt auf 5 Fuß weit von einander abstehenden, 16 bis 18 Zoll starken Grundpfählen; vor ihm stehet eine aus 4 bis 5 Zoll dicken, 12 bis 16 Zoll breiten Pfählen bestehende Spundwand; auf ihm die 10 bis 12 Fuß hohen, 18 bis 20 Zoll starken Grießsäulen mit dem Spannrahm (Holbe), den Spannriegeln, und Schützen. 2) Aus dem Obergerinne, dessen Heerd ein mit eichenem Holze befestigter, gegen den Fachbaum schräg erhöheter Boden des Mühlengrabens ist. Parallel mit dem Fachbaum liegen 4 Fuß weit aus einander, 8 bis 9 Zoll starke Heerdschwellen, in der Zahl 3 bis 4, auf Reihen 4 Fuß weit aus einander stehender Heerdpfähle

von 8 Zoll Stärke; darüber eine Decke von 3 Zoll dicken eichenen Bohlen, die unten mit trocknem Thon verfüllt und fest verstopft ist; jede weiter von dem Fachbaum entfernte Schwelle liegt 9 Zoll niedriger als die nähere. Vor der letzten 6 Fuß weit ins Ufer auf beiden Seiten eingesteckten steht eine Spundwand. Zu beiden Seiten des Heerdes ist das nach dem Fachbaum zu schräg zusammenlaufende Ufer mit Seitenwänden, aus 8 Zoll starken, mit einem 8 Zoll starken Plattstück bedeckten, Pfählen, langen Ankern und einer starken Verschaalung von 2 Zoll starken Bohlen bestehend, versehen. 3) Aus dem Untergerinne, dessen Heerd von dem Fachbaum an schräg ablaufend, sonst aber wie der Heerd des Obergerinnes gebauet ist; und dessen Seitenwände (Weidebänke) aus 4 bis 5 Fuß von einander abstehenden, 8 bis 10 Zoll starken eichenen Pfählen, die 5 bis 6 Fuß über die Wasserfläche hervorragen, auch einem 9 bis 10 Zoll starken Plattstück (Weidebank) und einer $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll dicken Verschaalung bestehen; auf den Weidebänken liegt das Angeweihe, zwei quer über das Gerinne gelegte und mit einander verbundene Balken 18 bis 20 Zoll stark, auf deren Verbindungshölzern das Zapfenlager der Räder ruhet.

Für ein oberschlächtiges Rad besteht das Gerinne 1) aus dem Heerde, wie bei dem unterschlächtigen. 2) Aus der Radestube. An beiden Seiten des Ufers unter dem Gefälle liegt eine Schwelle auf kurzen Grundpfählen; auf derselben sind Säulen errichtet, mit Bändern und Riegeln verbunden, über welche ein Plattstück gelegt ist. In der einen (von der Mühle abgelegenen) Wand dieser Radestube ruhen die Angeweihe für die Zapfenlager der Räder auf kurzen eingerammten Pfählen. Die Räder hängen in dem Raum zwischen beiden Wänden, der eben davon Radestube heißt. 3) Aus dem über der Radestube auf querübergelegten Balken ruhenden Wasserkasten, dessen Boden in über den Rädern befindlichen Stellen viereckichte Löcher (Schlung-

löcher) zum Einschuß des Wassers auf das Rad hat, die 8 bis 10 Zoll kürzer seyn müssen, als die Breite des Rades. 4) Aus dem zwischen dem Heerde und der Radestube befindlichen Grund- und Fachbaum. Mit der Oberfläche des Unterwassers in der Radestube gleich wird der Grundbaum quer in der Breite des Flusses gelegt; auf ihn werden Säulen durch Bänder verbunden, gestellt; über diese her wird der Fachbaum gelegt, mit seinem Grießwerk. Vor diesem hölzernen Bau wird eine Mauer bis unter dem Fachbaum, der halb darauf zu liegen kömmt, aufgeführt.

Anm. 2. Die unterschlächtigen Wasserräder sind entweder Staberräder, deren Schaufeln zwischen zwei Kränzen eingefaßt sind; oder Straubräder, deren Schaufeln auf dem Umfange des Rades eingesetzt sind. Der Umstand, daß in vielen Flüssen, die unterhalb der Mühle nur ein geringes Gefälle haben, sich das Wasser bisweilen so hoch aufstauet, daß der Gang der Mühlen gehindert, oder gar auf einige Zeit gehemmet wird, hat eine Einrichtung nothwendig gemacht, bei der man die ganze Welle des Mühlenrades in die Höhe winden und so weit heben kann, daß das Rad einen freien Gang bekömmt. Man nennt Mühlen mit einer solchen Anordnung Panstermühlen. (Beyers Mühlen-Schauplatz, Kap. 7. S. 44.)

56. Wenn eine Maschine von einem unterschlächtigen Rade in Wirksamkeit gesetzt werden soll, so ist diese am größten, wenn die Geschwindigkeit eines Punctes in der Mitte der Schaufeln $\frac{1}{3}$ ist von der Geschwindigkeit des darauffstoßenden Wassers; und demnach muß die Anordnung der Maschine so seyn, daß dieses stattfindet. Wenn es nun aber leicht ist, eine solche Anordnung zu verfehlen, so ist es zugleich gut,

daß

daß eine kleine Abweichung von der vortheilhaftesten Geschwindigkeit den größten Effect nur sehr wenig vermindert.

Anm. Herr Parent hat zuerst dieses Verhältniß der Geschwindigkeiten des Rades und des darauf fließenden Wassers aufgefunden (Memoires de l'Ac. des Sc. Paris 1704.)

57. Die Geschwindigkeit des Wassers findet man (nach 16.), wenn die Höhe des Wasserstandes über der Mitte der untersten Schaufel, in Rheinl. Fußen ausgedrückt, durch $62\frac{1}{2}$ multiplicirt, und aus dem Product die Quadratwurzel gezogen wird. Multiplicirt man ferner diese Geschwindigkeit mit 1000 und dividirt das Product mit 314, so ist der Quotient, gleich dem Product aus dem Halbmesser des Wasserrades in die Zahl der Umläufe desselben in einer Minute, für den zum größten Effect gehörigen Zustand der Maschine.

Anm. Der Halbmesser des Wasserrades wird hier bis an die Mitte der Schaufeln genommen, oder eigentlich bis an den Mittelpunct des Stoßes, der nur ein weniges niedriger als die Mitte der Schaufeln liegt. Man kann durch Rechnung nach der letztern Regel prüfen: ob die Geschwindigkeit des Rades bei einer schon erbaueten Mühle die vortheilhafteste sey? Wird nämlich das letztere Product größer als jener Quotient gefunden, so geht das Rad zu geschwinde und die Maschine könnte mehr leisten; im entgegengesetzten Falle zu langsam, und die Maschine hat zu viel zu arbeiten.

58. Die Umlaufszeit eines unterschlächtigen Wasserrades, im Falle des größten Effects, fin-

findet man, wenn die Peripherie des Rades durch die Mitte der Schaufeln mit $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des Triebwassers dividirt wird. Dividirt man mit dieser Umlaufszeit in 60 Secunden, oder eine Minute; so giebt der Quotient die Zahl der Umläufe des Rades in einer Minute. Je größer das Rad, desto kleiner ist die Zahl der Umläufe desselben in einer Minute, und umgekehrt.

Anm. Es sey z. B. der Halbmesser des Rades 8 Fuß bis an die Mitte der Schaufeln, so ist die Peripherie 50,24 Fuß; ferner das Gefälle 4 Fuß Rheinl., so ist die Geschwindigkeit des auf die Schaufeln fließenden Triebwassers $= 2\sqrt{15{,}625} \times 4 = 15{,}8$ Fuß. Hiervon $^{1} = 5{,}26$ Fuß, als die Geschwindigkeit der Schaufeln im Falle des größten Effects, in 50,24 Fuß dividirt, giebt $\frac{50{,}24}{15{,}8} = 9{,}5$ Secunden, die Umlaufszeit. Also die Zahl der Umläufe in einer Minute $= \frac{60}{9{,}5} =$ fast $6\frac{1}{3}$ mal.

59. Anm. Man ist mit der Theorie der Maschinen mit unterschlächtigen Wasserrädern noch bei weitem nicht so aufs Reine, als man geglaubt hat: denn der Erfolg der Ausführung entspricht nie ganz dem, was die Theorie nach ihren Regeln ausrechnet, und öfters ist er sehr von den Resultaten, die die letztere liefert, verschieden. Dieses kann Grund und Entschuldigung für mich seyn, in diesen Anfangsgründen die bisher bekannte, meistens unbrauchbare Theorie zur Berechnung des Effects eines unterschlächtigen Wasserrades zu übergehen. Sie wird in Belidors Hydraulik, Karstens Lehrbegriff und Anfangsgründen, in Mönnichs Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen,

nen, Augsb. 1779, und andern Büchern vollständig vorgetragen. In den Vorlesungen werde ich mich umständlicher darüber erklären.

60. An dem oberschlächtigen Rade ist der innere Umfang mit Brettern bekleidet, und die Schaufeln bestehen aus zwei ungleichgroßen Stücken, ad und df, die unter einem schicklichen Winkel zusammengesetzt sind. Das schmälere Stück ad heißt die Riegelschaufel (Kropfschaufel); das breitere aber df die Stoßschaufel. Sie werden auf folgende Art zusammengelegt. Man zieht den Halbmesser cb, theilt die Breite des Kranzes ab in drei gleiche Theile, und beschreibt durch $\frac{1}{3}$ von ab in d einen Kreis, der Theilriß genannt. In diesem macht man die Abtheilungen für die Schaufelweiten dk, ks, sh u. s. w. und zieht durch jeden Theilungspunct in der Richtung durch den Mittelpunct des Rades die Kropfschaufeln ad, kl, sn u. s. w. Um nun die lage der Stoßschaufel für ad zu bekommen, zieht man durch d in der Richtung durch den untern vierten Theilungspunct h, die Linie df; und eben so für jede andere Kropfschaufel. Fig. 62.

Wenn nun mp die erste Zelle ist, welche oben Wasser auffängt, und nr die erste, welche unten ihr Wasser ausschüttet, weil die Stoßschaufel sy sehr nahe in die waagrechte lage kömmt, so heißt der Bogen des innern Umfangs man der Wasserhaltende Bogen. Zwei waagrechte Linien durch die Endpuncte dieses Bogens m und n gezogen, schneiden in dem verticalen

Durch-

Durchmesser des Rades AB die lothrechte Höhe des Wasserhaltenden Bogens ge ab.

Anm. Man bedient sich des oberschlächtigen Rades, wo ein hohes Gefälle, aber wenig Wasserzufluß ist. Die angegebene Anordnung der Zellen hat die Vortheile, daß, so viel möglich, alles Wasser aufgefangen und dasselbe so nahe als möglich bei der untersten Stelle erst wieder verschüttet wird.

61. Die bewegende Kraft des oberschlächtigen Rades ist der Druck des Wassers, mit welchem die Zellen auf der einen Seite angefüllt sind, während die auf der andern leer sind. Diesen Druck genau zu finden, müßte man das Gewicht des jede Zelle anfüllenden Wassers berechnen, und mit der Entfernung des Schwerpuncts jeder Wasserportion in den Zellen von dem verticalen Durchmesser AB multipliciren, um das statische Moment (Statik 32.) jeder Wasserportion zu erhalten; dieses dann durch den Halbmesser des Rades dividirt, würde für jede Wasserportion die wirksame Kraft in der Entfernung des Halbmessers geben.

Kürzer und doch ziemlich genau findet man eben diesen Druck dem an der Peripherie des Theilrisses nach der Richtung der Tangente wirkenden Drucke einer Wassersäule gleich, deren Grundfläche dem mittlern Querschnitt der Zellen gleich ist, in der lothrechten Höhe des Wasserhaltenden Bogens. Und ist das Rad regelmäßig gebauet, so muß die lothrechte Höhe des Wasserhaltenden Bogens wenigstens $\frac{3}{4}$ von der Höhe des ganzen Rades betragen.

Anm.

Anm. 1. Es sey z. B. das Rad 20 Fuß hoch, der Wasserhaltende Bogen 15 Fuß, der mittlere Querschnitt jeder Zelle ein Rechteck, 4 Fuß lang, $\frac{2}{3}$ Fuß breit, also $= \frac{8}{3}$ Quadratfuß. So ist der Cubikinhalt der wirksamen Wassersäule $15 . \frac{8}{3} = 40$ Cubikfuß, und das Gewicht oder Druck derselben $= 40 . 66$ Pfund $= 2640$ Pfund, die bewegende Kraft am Rade in der Richtung der Tangente.

Anm. 2. Man sehe Karstens Anfangsgründe der Math., Maschinenlehre, den Vten Abschnitt; und Mönnichs Maschinenlehre, 8ten Kap. 2ter Abschnitt.

62. Die größte Wirkung von einer Maschine mit oberschlächtigem Rade ist zu erwarten, wenn die Geschwindigkeit, mit der die Zellen umlaufen, gerade so groß ist, als die Geschwindigkeit des hineinfallenden Wassers. Bei einer Anordnung, die dieses leistet, empfangen und behalten die Zellen das meiste Wasser.

Ist also bekannt, wie hoch das Wasser aus dem Gerinne bis zu der obersten Zelle, die das Wasser auffängt, herabfällt, so kann man daraus die erforderliche Geschwindigkeit der umlaufenden Zellen finden, worunter man hier die Geschwindigkeit der Peripherie des Theilrisses verstehet.

Anm. 1. Z. B. Es liege das Gerinne über die erste Zelle, die das Wasser auffängt, 2 Fuß hoch; so ist die durch den Fall von dieser Höhe verursachte Geschwindigkeit $= 11{,}2$ Fuß (16.), die Geschwindigkeit einer Zelle in einer Secunde.

Anm.

Anm. 2. Durch den Stoß des Wassers auf die Schaufeln des oberschlächtigen Rades kann die Bewegung nichts gewinnen. Denn theils ist die Stoßschaufel gegen das Aufschlagewasser viel zu schief geneigt, als daß der Stoß beträchtlich wirken könnte; und noch unbeträchtlicher ist seine Wirkung gegen die Kropfschaufel von geringer Fläche und schiefer Lage: theils müßte, wenn das Wasser durch den Stoß wirken sollte, die Geschwindigkeit, mit der das Rad umläuft, nur ein Drittel von der Geschwindigkeit des Triebwassers seyn (56.). Dann geht aber die Maschine zu langsam und leistet nicht ihre ganze mögliche Wirksamkeit. Und wollte man diesen Abgang an der schnellen Bewegung durch eine größere Geschwindigkeit des Triebwassers ersetzen, so müßte dieses höher herabfallen; dann müßte das Rad kleiner werden und könnte nicht so viel Wasser enthalten. Man legt, um das Rad desto größer machen zu können, dasselbe fast dicht unter das Gerinne.

63. Um bei Anlegung eines oberschlächtigen Rades den nöthigen Wasseraufwand in einer gegebenen Zeit zu erfahren, bedenke man: daß es so gut ist, als wenn am Umfange des umlaufenden Rades sich in jeder Secunde ein Wasserkörper von prismatischer Form anlegte, dessen Grundfläche dem mittlern Querschnitt der Zellen, und dessen Höhe der Geschwindigkeit der umlaufenden Zellen, oder des Aufschlagewassers, gleich ist. Diesen berechne man, so hat man den erforderlichen Wasseraufwand für eine Secunde.

Anm. Es sey z. B. der mittlere Querschnitt der Zellen $\frac{8}{3}$ Quadratfuß, und ihre Umlaufsgeschwindigkeit

keit 11,2 Fuß; so ist der erforderliche Wasserzufluß =

$$11{,}2 \cdot \frac{8}{3} = 28{,}86$$ Cubikfuß in einer Secunde.

64. Anm. 1. Durch Erfahrung muß man lernen, wie hoch das Rad im Verhältniß gegen die Menge des Aufschlagewassers seyn kann. (Man sehe Beyers Mühlenschauplatz, und Eberhards Beiträge zur Mathesi applicata, Mühlenbaukunst S. 60.)

Auch kann blos durch viele und genaue Beobachtungen jeder Art von Mühlen, die Stampfmühlen etwa ausgenommen, der zu überwindende Widerstand gefunden und hernach für jeden besondern Fall bestimmt werden; vergebens aber sucht man hiezu aus mechanischen Gründen die Regeln a priori.

Anm. 2. Das sogenannte Kehrrad ist ein oberschlächtiges Rad mit zwei Reihen Schaufeln, die in entgegengesetzter Lage stehen, um das Rad links und rechts laufen zu lassen. Um die Welle desselben können zwei Seile nach entgegengesetzter Richtung gewickelt, und an ihnen Eimer gehangen seyn, so daß, wenn der eine sinkt, der andere heraufgezogen wird. Man bedient sich ihrer bei Bergwerken.

Bei dem sogenannten halboberschlächtigen Rade fällt das Wasser zur Seite erst in die mittlern Zellen, so, daß die obern Zellen leergehen. Man legt ein solches da an, wo nicht viel Wasser und ein niedriges Gefälle, etwa nur 4 bis 6 Fuß, ist, man aber doch gerne ein größeres Rad haben wollte. Man gewinnt bei dieser Art Rädern theils durch den größern Halbmesser, theils durch die größere Geräumigkeit der Zellen, die mehr Wasser fassen können; man verliert aber auch durch die Kleinheit des wasserhaltenden Bogens, und es hat viel Schwierigkeiten, das Wasser so zu leiten, daß es so in die Zelle fällt, daß nicht etwa die Richtung des Stoßes durch des Rades Axe gehe.

In einigen Gegenden Frankreichs, Schwedens und der Türkei sind horizontale Räder mit verticalstehender Welle und löffelförmigen (die besser eben und schiefgestellt seyn würden,) Schaufeln gebräuchlich; sie werden von dem Stoße des von einer beträchtlichen Höhe in einer Rinne herabfallenden Wassers bewegt. Sie gestatten eine sehr einfache und wohlfeile Einrichtung bei Mahlmühlen, weil Kammrad und Getriebe nöthig ist; drehen aber auch den Mühlstein nicht so schnell herum, es müßte dann viel Aufschlagewasser und Gefälle da seyn, welches aber mit größerm Vortheil für ein oberschlächtiges Rad genutzt werden kann.

(Man sehe über die Wirkung des Wassers bei dem Umtriebe der Räder und deren Gebrauch Leupolds Theatr. Mach. gener.; Beyers Schauplatz der Mühlenbaukunst; Kästners Hydrodynamik; Io. Alb. Euleri enodatio quaestionis, quomodo vis aquae aliusve fluidi cum maximo lucro etc. impendi possit? eine gekrönte Preisschrift; Karstens Anfangsgründe der Mathematik, die Maschinenlehre; Mönnichs Maschinenlehre; Eberhards Beiträge zur Matheſi applicata; Joh. Chr. Huths (meines Vaters) nöthigste Kenntnisse zu Anlegung, Beurtheilung und Berechnung der Wassermühlen, Halle 1787.)

Mühlen zum Zermalmen.

65. Am meisten macht man von den Wasserrädern bei Mahlmühlen Gebrauch. Alsdenn ist an der Welle eines unterschlächtigen, oder oberschlächtigen Rades, ein Kammrad befestigt, welches in einen verticalstehenden Drilling (Quirl) eingreift; dieser hat eine eiserne Welle (das Mühleisen), welche durch die Mitte des untern Mühlsteins (Bodensteins) geht, und auf ihrem obern Ende (der Haue) den obern

Mühl-

Mühlstein (den Läufer) trägt und herumdreht. Dieser zerreibt dann auf dem Bodenstein das Getreide, welches aus dem Rumpfe, einem sich nach unten verengernden, über dem Läufer an der Rumpfleiter hangenden, unten offenen, nur mit dem Schuh bis auf eine gewisse Oeffnung verschlossenen Kasten, durch ein Loch des Läufers zwischen beide hineinfällt. Beide Mühlsteine sind mit einem aus Faßstäben zusammengesetzten und mit Faßreifen umgebenen Kasten, in Form eines nach unten sich erweiternden Fasses, (dem Lauft) umgeben. Durch eine Oeffnung in demselben wird das gemahlne Getreide in einen langen Beutel, durch den Mehl- oder Beutelkasten geleitet, der durch eine von dem Drilling in Bewegung gesetzte Vorrichtung beständig geschüttelt wird, um das Mehl von der Kleie abzusondern.

Anm. Von dem, was bei der Anordnung der Theile einer guten Mahlmühle zu beobachten ist, in den Vorlesungen.

66. Anm. Man läßt den Läufer gewöhnlich 40 bis 50 Umläufe in einer Minute machen. Hr. Belidor meint, mehr als 60mal in einer Minute dürfe man ihn nicht umlaufen lassen, weil bei größerer Geschwindigkeit die Erhitzung des Mehls zu besorgen stünde. Hr. Büsch (in seiner Mathematik zum Nutzen und Vergnügen, S. 462.) glaubt durch Erfahrung berechtigt zu seyn, diese Besorgniß ungegründet zu finden, und will, daß man den Läufer in einer Minute wol 90 Umläufe ohne Schaden könne machen lassen. Ich halte dafür, daß man auf die Größe des Halbmessers des Steins hiebei mit zu sehen habe, und daß die Geschwindigkeit für einen kleinern Stein größer, als für einen größern seyn dürfe.

67. Nach Herrn Belidors Erfahrungen (Archit. Hydraul. 1. Th. 2. Buch, §. 653. u. f.) ist der Widerstand, den das Getreide dem Läufer entgegensetzt, so groß, als wenn an dem Umfange des Läufers eine Kraft, die dem 52sten Theile von dem Gewichte des Läufers (das Gewicht des Mühleisens und Drillings mitgerechnet) gleich wäre, widerstände.

Anm. Gegen die Gültigkeit dieser Annahme bieten sich noch mancherlei Zweifel an: als, ob ein Drittel des Drucks für die Friction gerechnet nicht zuviel sey? ob der Widerstand blos dem Gewichte des Steins proportional zu nehmen sey? oder ob er nicht auch von der Umlaufsgeschwindigkeit des Steins mit abhange? wie sehr wahrscheinlich ist. Hierüber müssen erst noch mehr Erfahrungen gemacht und Versuche angestellt werden. (Man sehe Hrn. Prof. Klügels Gedanken in der practischen Mechanik, S. 96. u. f. in dessen Encyclopädie.)

68. Wo Wasser und Gefälle genug ist, läßt man das Wasserrad zwei Gänge treiben. Alsdenn ist für jeden Gang noch eine Welle mit Drilling und Kammrad erforderlich. Diese nennt man das Vorgelege. In den Drilling greift das mit der Welle des Wasserrades verbundene Sternrad, und dreht ihn nebst seinem Kammrade um; dieses greift in den Quirl des Mühlsteins.

69. In den Graupenmühlen ist nur Ein Mühlstein, der auf eben die Art, wie bei den Mahlmühlen, bewegt wird, nöthig. Sein Umfang ist rauh, und der ihn umgebende Lauft inwendig mit Eisenblech, das wie ein Reibeisen

geschärft

geschärft ist, gefüttert. Zwischen beiden werden die Gerstenkörner durch Hülfe des Steins herumgejagt und abgerundet. Sind diese rund genug, so werden sie herausgenommen und durch das Sichter (Siebwerk) und Windwerk von dem Mehle gereinigt und sortirt. Aus dem Mühlsteine geht eine Spindel senkrecht hervor, an welcher ein Kammrad befindlich ist, das mit dem Stein zugleich herumgedreht wird, und in ein Getriebe greift, an dessen Welle drei Windräder, deren jedes aus vier Flügeln besteht, umgedreht werden und von den Graupen (indem diese, jede Sorte aus ihrem Siebe, auf ein besonderes Windrad fallen) das Mehl abschlägt, welches in darunter aufgespannte Beutel fällt. Ueber den Windrädern liegen drei etwas schief gestellte Siebe, deren eins über das andere hervorragt, und deren oberstes die größten, unterstes die kleinsten Löcher hat; auf diese fallen die Graupen aus einem Rumpfe, der die nöthige Erschütterung durch die von dem Windwerk bewegten Siebe empfängt; unter dem dritten Siebe, welches die feinen Perlgraupen zurückbehält, hängt ein Beutel, in welchen das durch alle drei Siebe gefallene Mehl aufgefangen wird.

Anm. Man sehe Eberhards Beiträge zur Mathesi appl. S. 83. u. f., und Beyers Schauplatz der Mühlenbaukunst, S. 85. u. f.

70. An den Stampfmühlen, welche entweder eigentlich Stämpfer, oder Hämmer, bewegen, drehet das Sternrad an der Welle

des Wasserrades vermittelst eines Getriebes die Daumenwelle um, an welcher die Hebedaumen unter die Hebezapfen (Hebelatten) der in dem Stampfgerüste verticalstehenden Stämpfer greift, diese hebt und wieder in den Grubenstock (Stampftrog) fallen läßt, in dessen topfförmigen Gruben die zu zerstampfende Materie von den fallenden Stämpfern zerstoßen wird. Die Hebedaumen müssen 7 bis 8 Zoll aus ihrer Welle hervorragen, und so vertheilt seyn, daß beständig gleich viele Stämpfer an der Daumenwelle hangen, auch ihre Form nach einer durch Evolution des Kreises erzeugten krummen Linie erhalten.

Anm. 1. Bei der gewöhnlichen Gestalt der Daumen, als gerade, vorn etwas abgerundete Zapfen, können sie nicht gleichförmig wirken, weil bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle ein Stämpfer immer langsamer steigt, je höher er gehoben wird, und die Kraft, welche die Daumen ausüben, in demselben Verhältnisse veränderlich ist, in welchem sich die Geschwindigkeit des Stämpfers gegen die Geschwindigkeit des Daumens verändert. Die Zeichnung der durch Evolution des Kreises entstehenden Art von Epicycloide, führt Hr. Prof. Klügel in seiner Encyclopädie, in der practischen Mechanik, S. 106. §. 109.

Anm. 2. Die Stämpfer sind unten rund aus Ahorn- oder Weißbüchenholze verfertigt, und mit eisernen Ringen und Platten versehen. Die Gruben sind 16 Zoll tiefe und 10 Zoll weite Löcher, auf deren Boden eine $\frac{3}{4}$ Zoll dicke eiserne Platte aufgenagelt wird, deswegen topfförmig gestaltet, damit die in die Höhe springende zerstampfte Materie von dem gewölbten Obertheil zurückfällt.

71. Unter den Stampfmühlen sind die Oelmühlen die häufigsten und vornehmsten. In diesen wird der in den Gruben zu einem Teige gestampfte lein- und Rübesaamen, in härne Tücher gewickelt, und in einen hölzernen Napf gelegt, auf welchen ein an der untern Seite erhabner Deckel paßt. Dieser Napf wird in die Oellade (Preßblock) gebracht und durch zwei Keile das Oel herausgepreßt, welches in untergestellte Gefäße zusammenfließt. Die Keile werden durch ein besonderes Schlägelzeug, das von der Daumenwelle in Bewegung gesetzt werden kann, ein- und herausgeschlagen.

Anm. Von der ganzen Anordnung und Berechnung einer Oelmühle sehe man Beyers Mühlenschauplatz, und andere practische Schriften, z. B. meines Vaters schon oben angeführtes Buch von den Wassermühlen.

72. In einer Pulvermühle kömmt die Haupteinrichtung mit der in einer Oelmühle völlig überein. Nur sind die Stämpfer nicht mit Eisen, sondern mit Messing, und so beschlagen, daß das Holz vor dem Messing hervorragt; ingleichen die Gruben unten mit hartem glatten Holze gefüttert, um Entzündung zu verhüten.

Anm. Man hat auch andre Einrichtungen, die Ingredienzien zum Schießpulver zu zermalmen und durchzuarbeiten, z. B. zwischen zwei Marmorplatten zu mahlen.

73. In den Lohmühlen, wo die Rinde von Eichen- und Tannenholze zum Gebrauch der

Gerber zerstoßen wird, sind die Stämpfer mit Eisen beschlagen und haben vier scharfe Ecken und drei Schneiden an der Grundfläche, um besser zerstoßen zu können.

74. In den Walkmühlen hat nur der Grubenstock eine andere Einrichtung und keine topfförmige Gruben. Die meisten haben Hämmer, statt der lothrechten Stämpfer, die an einem Stiele gehoben werden und unten mit Einschnitten versehen sind, um die zu walkenden Tücher und Leder besser umdrehen zu können.

75. In den Papiermühlen dienen auch mit Eisen beschlagene Hämmer, deren je vier und vier in einer mit Eisen gefütterten Grube arbeiten, die Lumpen zu zerstampfen, welche vorher schon durch ein von der Mühle selbst in Bewegung gesetztes Schneidewerk zerschnitten sind. Der aus den zerstampften Lumpen gewordene Brei wird in einem großen Troge von einer um ihre Axe beweglichen Walze, auf deren Umfang scharfe stählerne Schienen der Länge nach eingelegt sind, auf einem mit eben solchen Schienen versehenen Lagerklotze, noch feiner zermalmt. Man nennt diese ganze Vorrichtung mit dem dazu gehörigen Räderwerke den Holländer.

Anm. Man sehe Beyers Mühlenschauplatz 15. Kap. §. 90. Zu welcher Zeit man die erste Papiermühle durch das Wasser habe bewegen lassen, läßt sich nicht mit Gewißheit bestimmen, so wenig, als wann und wo das Linnenpapier eigentlich erfunden. Es ist für Deutschland Wahrscheinlichkeit da, weil man hier schon von

1308 dergleichen Papier findet, der Lein hier häufiger bereitet worden und das Linnengespinnste hier am ältesten ist; aber auch für Italien, weil es schon 1340 ansehnliche Papiermanufacturen hatte, und Görlitz noch 1426 Papier aus Venedig kommen ließ. Die erste sicher und genau bekannte Papiermühle findet sich 1390 zu Nürnberg, wo schon zwei Räder 18 Stampfen bewegten, aber noch großes Geheimniß aus der Kunst Papier zu machen gemacht wurde. (Man sehe Joh. Gottl. Immanuel Breitkopfs Versuch, den Ursprung der Spielkarten, die Einführung des Leinenpapiers, und den Anfang der Holzschneidekunst in Europa zu erforschen, 1. Th. Leipzig 1784.

Schneidemühlen.

76. Auch zu der Bewegung der Schneidemühlen hat man die Wasserräder angewandt. Am gebräuchlichsten sind die Holzsägemühlen. Die Säge ist in einem Ziehgatter befestigt, welches in den Nuthen oder Einschnitten der Gattersäulen lothrecht auf- und niedergeschoben wird. An dem untern Riegel (Querholz) des Gatters ist der Lenker (die Zugstange) so befestigt, daß er doch um einen durchgesteckten Bolzen beweglich bleibt. Dieser hängt unten mit der Kurbel einer Welle zusammen, an der sich ein Getriebe und ein Schwungrad befinden, letzteres um die Bewegung der Mühle gleichförmig zu erhalten, ersteres, damit das Sternrad an der Welle des Wasserrades in dasselbe eingreifen und die Welle mit der Kurbel umdrehen kann, wodurch dann die Säge auf und nieder bewegt wird. Damit auch die Maschine selbst den Block immerfort vor

die Säge schiebe, ist eine künstliche Einrichtung angebracht, die sich besser zeigen als beschreiben läßt.

Anm. Weil der Widerstand des Holzes theils nach der Dichtigkeit und Festigkeit der besondern Holzart, die zerschnitten werden soll, theils nach der Trockenheit derselben verschieden ist, und wegen der mancherlei Friction ist, die genaue Berechnung einer Sägemühle schwer. Genau und öfters angestellte Beobachtungen bei Sägemühlen unter allen Umständen würden für die Theorie etwas mehr hoffen lassen. Weiches und grünes Holz erfodert tiefeinschneidende Sägen, trockenes und hartes wenigeinschneidende. Wenn das Gewicht des Ziehgatters mit der Säge und dem Lenker etwa halb so groß ist, als der von dem Holze der Säge entgegengesetzte Widerstand, so wird ohngefähr gleich viel Kraft zum Herunterziehen der Säge, als zum Hinaufschieben erfodert. Die stärkste Sägemühle in Europa liegt an dem großen Flusse Götha Elf in Schweden und gehört Hrn. Arfwidson. In 6 Sägerahmen werden 72 Schnitte gethan. (Büsch Bemerkungen auf einer Reise durch ein Theil von Schweden im Jahr 1780.)

77. Die Steinschneidemühlen bedürfen einer so zusammengesetzten Einrichtung nicht, weil sie die Säge nicht lothrecht, sondern waagrecht hin und her zu schieben haben. Die Säge ist hier ohne Zähne in einem Rahm befestigt, der vermittelst einer Zugstange durch Umdrehung einer Kurbel, die in der Welle des Getriebes steckt, das von dem Kammrade der Wasserradswelle bewegt wird, vor und rückwärts gezogen wird. Damit die Säge immerfort in den festliegenden Stein einschneide, wird ihr Rahm mit schweren Gewichten belegt. Es ist auch eine Vorrichtung nöthig, mit-

mittelst welcher die Mühle den zum Zerschneiden des Steins nöthigen Sand und das erforderliche Wasser in den Schnitt der Säge bringe.

Anm. Man sehe Beyers Mühlenschauplatz, 20. Kap.

Bohr- Schleif- und Poliermühlen.

78. In den Bohrmühlen muß theils der Bohrer um seine Axe gedrehet, theils der gebohrte Körper beständig dem Bohrer entgegengerückt werden. Zu dem Ende ist für den letztern ein Schiebewerk erforderlich. Ersterer ist an der Axe eines Drillings befestigt und wird herumgedreht, indem ein Kammrad den Drilling schnell herumtreibt.

Mit den Bohrmühlen sind öfters die Schleif- und Poliermühlen verbunden. In diesen wird ein großer Schleifstein durch ein in den Drilling seiner Axe eingreifendes Kammrad, welches von dem Sternrade der Wasserradswelle mittelst eines Drillings bewegt wird, schnell umgetrieben. An der Axe des Schleifsteins werden zwei große hölzerne Scheiben mit Einschnitten auf dem Rande befestigt; über diese wird eine Schnur gezogen, die über eine Rolle gehet, an deren Axe andere Schleifsteine zu dem Nachschleifen, und hölzerne und zum Theil mit Leder überzogene Polierscheiben festgemacht sind, und zugleich mit dem großen Hauptschleifstein umgedrehet werden.

Anm.

Anm. Zu dem Schleifen und Polieren der Spiegel in Spiegelmanufacturen wird eine andere Einrichtung erfodert; wovon in den Vorlesungen.

79. Anm. Von den Dreschmühlen und Heckerlingsmühlen sehe man Beyers Schauplatz der Mühlenbaukunst, 21. und 22. Kap.; ingleichen Kurzgefaßte Beschreibung verschiedener Maschinen, u. s. w., zu Klosterbergen im Großen errichtet, Leipzig 1772; wo eine dreifache Art von Dreschmaschinen beschrieben wird.

2) Windmühlen.

80. Um die Bewegung des Windes zur Bewegung einer Maschine zu benutzen, ist man gewohnt, dem Winde ein Windrad, das aus vier langen senkrecht mit einer Welle verbundenen Flügeln besteht, entgegenzustellen. Ein Flügel bestehet aus der Windruthe, einem langen durch die Axe der Welle gesteckten Baume, durch welche in Entfernungen von ein bis zwei Ellen Sprossen durchgesteckt sind, die zu beiden Seiten in Leisten, oder Rahmen, eingefaßt, und die Zwischenräume entweder mit Schilf ausgeflochten, oder mit dünnen Brettern bedeckt, oder mit Segeltuch überspannt werden. Die Fläche des Flügels bekommt eine unter einem schiefen Winkel gegen die Umlaufsaxe der Welle geneigte Lage, damit der Wind, wenn man ihm die Maschine mit dem Kopf der Welle gerade entgegenstellt, den Flügel seitwärts drücken und so mit der Welle bewegen kann. Um der Maschine die gedachte Stellung zu geben, muß entweder das ganze Haus, in welchem sie steckt, oder der

obere

obere Theil desselben, der die Flügelwelle enthält, die sogenannte Haube, beweglich seyn. Ersteres geschieht bei der Bockmühle; letzteres bei der Holländischen Windmühle. Die durch die Flügel umgedrehete Mühlwelle, setzt durch ein Kamm = oder Sternrad die übrigen Theile in Bewegung.

Anm. Die Theorie der Bewegung der Windmühlen enthält sehr verwickelte analytische Untersuchungen, und würde daher für diese Anfangsgründe zu weitläuftig und zweckwidrig seyn; zumal, da wir durch diese Theorie bisher fast weiter nichts gelernt haben, als daß die nach Erfahrungsregeln bisher erbaueten Windmühlen gut angelegt sind. Man sehe darüber Karstens Anfangsgründe der angew. Math. S. 80. §. 132. u. f.; Karstens Maschinenlehre in seinem Lehrbegriffe, und den Anfangsgründen der Mathematik; Mönnichs Maschinenlehre, und mehrere. Abbildungen von deutschen sowol, als holländischen Windmühlen trift man in Leupolds Theatr. Machinar. gener. Tab. 39. bis 44. an.

3) Roßmühlen, Tretmühlen, Handmühlen.

81. Die Kraft, welche Pferde beim Ziehen anwenden können, benutzt man auf folgende Art: Durch eine lothrecht stehende Welle, mit der oberwärts ein Stern- oder Kammrad verbunden ist, wird ein langer Hebelsarm (Zugarm) durchgesteckt; an diesen werden Pferde gespannt und im Kreise herumgetrieben. Ist mit der Hauptwelle ein Sternrad verbunden, so drehet dieses, bei Mahlmühlen, unmittelbar den Quirl des Läufers um; wäre aber ein Kammrad da, so muß dieses erst einen waagrechtliegenden Drilling,

ling, an dessen Welle ein in den Quirl greifendes Sternrad sitzt, bewegen.

Anm. Ein Pferd zieht waagrecht, während 2 bis 3 Stunden, etwa 175 Pfund, mit einer Geschwindigkeit von 200 bis 240 Fuß in einer Minute. Die Pferde verlieren einen großen Theil von ihrer Kraft, und ermüden bald, wenn sie in einem kleinen Kreise herumgehen müssen; daher kann man eine Roßmühle mit Vortheil nur da anlegen, wo man Platz für einen Kreis von mehr als 18 Fuß im Halbmesser hat. Dieses macht aber ein großes Gebäude mit kostbarem Hangewerke nöthig. Hr. Prof. Büsch (in seiner Mathematik zum Nutzen und Vergnügen, S. 374. §. 59.) thut daher den Vorschlag, die zu bewegende Maschine unten anzulegen und die Pferde darüber gehen zu lassen, da dann das Hangewerk des Dachs leichter seyn kann.

82. Die Tretmühlen werden durch Räder bewegt, an welchen das Gewicht der Menschen, oder Thiere, die bewegende Kraft ist. Ein dazu eingerichtetes Rad ist entweder ein Laufrad, welches ein großes verticales Rad (wie ein Wasserrad ohne Schaufeln) ist, dessen innerer Umfang mit Brettern bedeckt ist, über welche in $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß weiten Abständen latten querüber genagelt sind, so daß Menschen, oder Thiere, in demselben gehen und durch ihr Gewicht das Rad unter sich wegdrehen können, indem sie an dem innern Rande hinaufsteigen wollen. Die Erfahrung lehrt, daß die Stelle, wo die fortschreitenden Menschen am füglichsten im Rade stehen, von der niedrigsten Stelle desselben um einen Bogen von 30° entfernt sey. Alsdenn ist die Entfernung der Kraft von dem Mittelpuncte des

Rades

Rades der halbe Halbmesser; das statische Moment also das halbe Product aus dem Gewicht der arbeitenden Menschen in den Halbmesser; oder ein Mensch kann in einem Laufrade nur mit seinem halben Gewicht an dem Umfange des Rades zu dem Umdrehen desselben wirken. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Rad umgedrehet wird, kann wegen der Größe des Schrittes eines Menschen bei anhaltendem Gehen nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß betragen.

Anm. 1. Pferde können sich höchstens nur um den dritten Theil des Halbmessers von dem lothrechten Durchmesser entfernen; daher sie auch nur höchstens mit dem dritten Theile ihres Gewichtes zur Bewegung eines Laufrades dienen können.

Anm. 2. Man könnte den äußern Umfang des Rades zum Auftreten mit Stufen oder Latten versehen, und waagrecht mit der Welle des Rades ein Gerüste anbringen, von welchem Menschen sich so auf das Rad zu bewegen, als wollten sie an demselben hinaufsteigen. Auf die Art würden sie fast ihr ganzes Gewicht zur Umdrehung anwenden können, aber die Geschwindigkeit würde auch wieder geringer seyn, weil ein Mensch keinen so großen Schritt in die Höhe, als vor sich hin, thun kann. Thiere würden auf eine solche Art entweder nur mit den Vorderfüßen, oder mit den Hinterfüßen, sehr unbequem arbeiten und dabei nur höchstens die Hälfte ihres Gewichts anwenden können.

83. Oder man erbauet ein schiefliegendes Tretrad, eigentlich eine große, an einer Welle befestigte Scheibe, mit in der Richtung des Halbmessers aufgenagelten Latten an dem Rande, um darauf besser gehen zu können; so gestellt, daß

sie

sie gegen den Horizont unter einem Winkel, der nicht über 15° beträgt, geneigt ist. Wenn Thiere, oder Menschen, die Scheibe hinaufsteigen wollen, so weicht sie unter ihnen aus; sie können aber hier noch nicht einmal mit dem vierten Theil ihres Gewichts wirken. Die Bewegung kann nur langsam seyn, weil die Geschwindigkeit nicht über 2 Fuß in einer Secunde betragen kann. An der Welle der Scheibe befindet sich ein Kammrad, welches mittelst eines Drillings die übrigen Theile der Maschine in Bewegung setzt.

Anm. (Man sehe Leupolds Theatr. Machinar. gener. Tab. 36.)

84. Die Handmühlen werden durch eine von Menschen gedrehete Kurbel, an deren Welle ein Kammrad sitzt, in Bewegung gebracht. Der Welle der Kurbel sowol, als auch der Axe des Mühlsteins giebt man Schwungräder, um die Ungleichförmigkeit der Bewegung, die eine Kurbel hervorbringt, zu mindern. Man kann die mittlere Wirksamkeit der Kraft eines Menschen in einer Kurbel nur höchstens auf 25 Pfund schätzen, wobei man die Kurbel nicht über einen Fuß lang machen, und ihre Axe nicht über $3\frac{1}{2}$ Fuß und nicht unter 3 Fuß über den Fußboden legen darf.

Anm. (Man sehe Mönnichs Maschinenlehre, zweiter Abschnitt, 2. Kap. S. 91. u. f.; Büsch Mechanik in seiner Mathematik zum Nutzen und Vergnügen, §. 58. S. 369. u. f.)

Die

Die Optischen Wissenschaften.

I.

Die optischen Wissenschaften enthalten Untersuchungen über das, was bei dem lichte auf die Größe ankömmt; also über die Stärke des lichts, die Größe, Gestalt und Bewegung der Körper, in wiefern wir sie durch das Gesicht empfinden, und über ihren Schatten.

2. Das Licht ist diejenige Materie, welche durch ihren Eindruck auf unser Auge uns die Körper sichtbar macht; wir stellen uns dasselbe als eine sehr feine Materie vor, welche in dem ganzen uns sichtbaren Raum überall verbreitet ist. Lichtstrahl ist ein geradlinichter Theil des lichts, der zwischen einem sichtbaren Körper und unserm Auge gedacht werden kann. Man betrachtet hier jeden Körper oder jedes körperliche Theilchen als einen physischen Punct, von dem man sich vorstellt, als schicke er nach allen Seiten hin Lichtstrahlen aus, wenn man ihn überall sehen kann.

Die lichtstrahlen kommen entweder unmittelbar in geraden linien von den Gegenständen in unser Auge; oder von einer Fläche zurückgeworfen; oder in einer Zwischenmaterie gebrochen. Daher die drei besondern Wissenschaften: Optik, von dem Sehen durch gerade unveränderte licht-

strahlen; Catoptrik, von dem Sehen vermittelst zurückgeworfener Lichtstrahlen; Dioptrik, von dem Sehen vermittelst gebrochener Lichtstrahlen.

Anm. 1. Daß die Luft nicht das Mittel ist, durch welches wir sehen, beweist die Sichtbarkeit der Körper in einem luftleeren Raume.

Anm. 2. Die Lichtstrahlen strömen entweder nach allen Seiten zu aus einem leuchtenden Körper, (systema emanationis, Newton und Gassendi); oder in der aller Orten um uns herum befindlichen Lichtmaterie wird durch den leuchtenden Körper eine gewisse Bewegung der Theile in geraden Linien, die, wenn sie sich bis an das Auge erstreckt, von diesem empfunden wird, hervorgebracht. (Descartes und Euler, jeder nach einer verschiedenen Vorstellung. Letzterer hat den Aristoteles, in seinem Buche von der Seele, den Huyghens in seinem Traité de la Lumiere und den Hooke in seiner Micrographia auf seiner Seite.)

Die Optik.

3. Für sich leuchtende Körper sind solche, die selbst durch das licht auf unser Auge wirken; andere, welche, ohne Einwirkung eines leuchtenden Körpers auf sie vermittelst des Lichts, nicht auf unser Auge wirken können, nennen wir dunkele. Durchsichtig ist alles, was die Wirkung der Körper durch das licht auf unser Auge durch sich hindurch läßt; was sie aber ganz verhindert, undurchsichtig.

4. Ein Theil desjenigen lichts, welches ein Punct a umherstrahlet, von einer Ebene b auf-
Fig. 1. gefangen, hat die Gestalt einer Lichtstrahlen-Pyra-

Pyramide, wenn die Ebene geradlinicht ist; eines Lichtstrahlen-Kegels, wenn die Ebene ein Kreis ist. Fig. 2.

Der Stern im Auge o ist eine kreisförmige Oeffnung. Es fällt daher von jedem sichtbaren Puncte a, b, c eines Objects ein Strahlenkegel in das Auge.

Unter den Strahlen, die von einem Puncte ins Auge kommen, heißt der, welcher durch den Mittelpunct des Sterns geht, der Hauptstrahl; als Axe des von dem Punct in das Auge fahrenden Strahlenkegels.

Die Stärke des Lichts.

5. Das Licht, das von einem Punct ausgeht, nimmt in seiner Stärke ab, wie die Quadrate der Entfernungen zunehmen.

Beweis. Man fange mit irgend einer Ebene b eine gewisse Menge Lichtstrahlen des Punctes a auf; so ist alles Licht, das von a auf diese Ebene fällt, in der Pyramide enthalten, deren Spitze der Punct und deren Grundfläche die Ebene ist. Verlängert man diese Lichtstrahlen noch weiter, und fängt sie, hinter b, noch einmal mit einer, der vorigen parallelen, Ebene c auf: so muß diese der vorigen ähnlich, aber viel größer seyn, wenn sie noch eben die Menge Lichtstrahlen auffangen soll. Aber beide Ebenen b : c verhalten sich, als ähnliche Figuren, und parallele Schnitte einer Pyramide, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Spitze der Pyramide a. Also $b : c = (af)^2 : (aF)^2$. Es sey

von c ein Theil g = b. Auf b und c kommen gleichviel, aber auf c und g nicht gleichviel Lichtstrahlen, weil der Theil g nicht so viele als das Ganze c auffängt. Also kommen auch nicht auf b und g gleichviel Lichtstrahlen. Nun sey L die Menge der Lichtstrahlen auf b, oder c; und l die Menge, die davon g bekömmt: so ist

$$L : l = c : g, \text{ also auch}$$
$$L : l = c : b$$
$$\text{und } c : b = (aF)^2 : (af)^2$$
$$\text{also } L : l = (aF)^2 : af^2:$$

d. h. die Stärke des Lichts, wovon einerlei Ebene in verschiedenen Entfernungen erleuchtet wird, verhält sich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen; oder nimmt ab, so wie diese zunehmen.

Anm. 1. Ein Buch in einer gewissen Entfernung gehalten, und damit so weit von einem Lichte weggegangen, daß man noch in dem Buche lesen kann, aber dies nicht mehr könnte, wenn man noch weiter damit ginge. Hierauf entferne man sich noch einmal so weit von dem Lichte, mit dem noch immer in der vorigen Entfernung von sich abgehaltenen Buche. Nunmehr werden vier Lichter angezündet werden müssen, wenn man jetzt in dem Buche will lesen können. Neun Lichter werden erfodert werden, wenn man in dreifacher Entfernung davon noch die Schrift des Buches lesen wollte.

Anm. 2. Hier wird auf andere Nebenursachen der Schwächung des Lichts, die es außer der größern Ausbreitung geben kann, nicht gesehen. Schon die Luft, durch die das Licht gehen muß, die Dünste in ihr und die Sonnenstäubchen, vermindern die Stärke des Lichts. Man kann ohngeblendet in die untergehende Sonne sehen, weil ihr Licht alsdenn durch sehr viel dichte und dunstreiche Luft zu uns kömmt. (Daß einerlei

Sache, auf einerlei Art erleuchtet, dunkler aussieht, wenn sie weit, als wenn sie nahe ist, kann kein Beispiel zur Verminderung der Stärke des Lichtes in der Luft abgeben.)

Anm. 3. Man könnte Untersuchungen anstellen: wie die Stärken von verschiedenem Lichte mit einander vergleichbar wären? wie Licht geschwächt wird, wenn es von allerlei Körpern zurückgeworfen wird? durch allerlei Materien durchgeht? u. s. w. Dergleichen Untersuchungen in eine Wissenschaft gesammlet, würden die Photometrie abgeben. Diese ist aber nur dann erst möglich, wenn man sich von vielen andern Eigenschaften des Lichts, als Aenderung seiner Richtung u. s. w. schon richtige Kenntniß verschafft hat. Daher diese Wissenschaft erst seit Anfang dieses Jahrhunderts gehörig bearbeitet worden.

Essai d'Optique, sur la gradation de la lumiére, par Mr. Bouguer, à Paris 1719. 12. 1760 stark vermehrt.

D. *Bougueri* Optice de diversis luminis gradibus, latine convers. a Ioach. Richtenburg, S. J. Viennae 1762. 4.

Bouguer Remarques sur les moyens de mesurer la lumiere. Mem. de l'Ac. des Sc. 1757.

Io. Henr. Lamberti Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae. Aug. Vindel. 1760. 8.

Wenz. Joh. Gust. Karsten Untersuchungen über die ersten Gründe der Photometrie, zum 9ten Bande der Abh. der Churf. Bair. Acad. (München 1775.)

Desselben Photometrie im 8ten Th. seines Lehrbegriffs, Greifswalde 1777.

6. Wenn zwei leuchtende Puncte L und l nahe bei einander über O stehen und die gleichen Ebenen A und B bescheinen, deren jede von einem der Puncte so weit entfernt ist, als von Fig. 3.

dem andern; so verhalten sich die Mengen Lichtes, die auf jede Ebene aus L und l fallen, auch noch verkehrt, wie die Quadrate der Entfernungen. Denn A bekomme von L das Licht M,

und von l das Licht m, also von beiden M + m; so bekömmt (nach 5.) B von L, nach folgender Proportion

$$OB^2 : OA^2 = M : \frac{OA^2}{OB^2} M,$$ das Licht

$\frac{OA^2}{OB^2} M$; und von l, nach folgender Proportion $OB^2 : OA^2 = m : \frac{OA^2}{OB^2} m$, das Licht

$\frac{OA^2}{OB^2} m$; also von beiden das Licht

$$\frac{OA^2}{OB^2} M + m;$$

$$\text{also } M + n : \frac{OA^2}{OB^2} M + m = (M + n).$$

$$OB^2 : (M + n)\, OA^2 = OB^2 : OA^2.$$

Dieser Satz findet demnach auch für eine ganze leuchtende Linie Ll statt; und selbst, wenn ein ganzer leuchtender Körper zwei ungleich von ihm entfernte Ebenen bescheinet.

Fig. 4. 7. Man setze in A und B zwei gleichstarke Lichter; die Erleuchtung, die jedes in der Mitte C hervorbringt, sey = l, also von beiden zusammen = 2l; so ist dieses die schwächste Erleuch-

leuchtung zwischen A und B, und jeder andere Punct dazwischen, z. B. D, wird stärker erleuchtet.

Denn es sey AC = CB = a; DC = x; also AD = a — x, und DB = a + x; so ist (nach 5. und 6.) die Erleuchtung des Puncts D von dem lichte A

$$= \frac{a^2}{(a-x)^2} l;$$ und von dem lichte B

$$= \frac{a^2}{(a+x)^2} l;$$ also die völlige Erleuchtung in D

$$= l.\left(\frac{a^2}{(a-x)^2} + \frac{a^2}{(a+x)^2}\right) = l \cdot a^2 \left(\frac{1}{(a-x^2)} + \frac{1}{(a+x)^2}\right).$$ Die beiden Brüche unter einerlei Benennung gebracht und addirt, geben

den Zähler $(a+x)^2 + (a-x)^2 =$
$a^2 + 2ax + x^2 + a^2 - 2ax + x^2 =$
$2(a^2 + x^2)$

und den Nenner $(a-x)^2 (a+x)^2 =$
$((a-x)(a+x))^2 = (a^2-x^2)^2 = (a^2-x^2)$
(a^2-x^2); also ist die ganze Erleuchtung in D

$$= l\, a^2 \frac{2(a^2+x^2)}{(a^2-x^2)(a^2-x^2)} = 2l \cdot \frac{a^2(a^2+x^2)}{(a^2-x^2)(a^2-x^2)}.$$ Nun ist aber

$a^2 - x^2 < a^2, < a^2 + x^2$; also (a^2-x^2) (a^2-x^2)

$(a^2 - x^2) < a^2(a^2 + x^2)$. d. h. der Nenner des Bruchs, mit welchem 2l multiplicirt wird, ist kleiner als sein Zähler; folglich der Bruch > 1; also wird auch 2l, damit multiplicirt, größer als 2l.

Beispiel. Es sey $DC = \frac{1}{2} AC = AD$, so ist, weil $CB = CA$, $DB = 3AD$. Alsdenn hat man die Erleuchtung von A in $D = 4l$, und von B daselbst $= \frac{4}{9} l$; zusammen $4\frac{4}{9} l$.

Anm. (Nach der Regel: „das Tageslicht verhält sich zum Mondlichte, wie die Halbkugelfläche, wovon der halbe Mond ein Stück und des Menschen Auge der Mittelpunct ist, zur sichtbaren Mondfläche„ findet Hr. Smith im Lehrbegriff der Optik, 1. B. 3. Kap. §. 95. „ daß die Sonne in gleicher Höhe über den Horizont mit dem Vollmonde, 90000mal mehr Licht sendet als dieser, und 180000mal mehr, als das erste und letzte Viertel des Mondes. Nimmt man an, daß bei Tage der Durchmesser des Sterns im Auge 3mal kleiner sey, als bei Nacht; so kommt von einerlei Gegenstand bei Tage wenigstens 20000mal mehr Licht ins Auge, als des Nachts. Einige Brenngläser bringen die auf sie fallende Lichtmenge in einen 2000mal kleinern Raum, also 2000mal dichter zusammen. Sollte ein Brennglas das Vollmondslicht nur erst so stark verdichten, daß es die Lebhaftigkeit des Tageslichts bekäme, wenn die Sonne am Tage eben so hoch am Horizont stände; so müßte dasselbe das Licht in einen 90000mal kleinern Raum zusammenbringen können.)

Scheinbare Größe der Objecte.

8. Eine gerade Linie om durch die Mitte
Fig. 5. des Sterns im Auge darauf senkrecht, heißt die Gesichtsaxe. Hat man diese gerade auf die Mitte eines Objects gerichtet, so ist sie zugleich

der

der Hauptstrahl des von daher ins Auge kommenden Strahlenkegels. In einer Ebene durch die Gesichtsaxe gelegt, bilden die beiden Hauptstrahlen Go und Lo, die aus zwei entgegengesetzten Puncten in der Gränze des Objects ins Auge kommen, hier den Sehewinkel GoL, unter welchem die Länge oder Breite des Objects, in dieser Ebene genommen, dem Auge erscheint. Dieser Winkel heißt auch die scheinbare Größe oder der scheinbare Durchmesser des Objects, so wie seine Hälfte der scheinbare Halbmesser.

Anm. Scheinbarer und wahrer Durchmesser (Halbmesser) sind also wie Winkel und Linie unterschieden.

9. Zwei ungleiche Objecte MN und PQ, Fig. 6. das kleinere näher dem Auge als das größere, können einerlei scheinbare Größe haben.

Wenn bei N und Q rechte Winkel sind, und oQ, oN, die Entfernungen der Objecte, so hat man

MN : PQ = oN : oQ, d. i. die wahren Größen verhalten sich bei einerlei scheinbarer Größe, wie die Entfernungen.

10. Sind MN und Gm zwei verschiedene Fig. 6. Objecte in ungleichen Entfernungen vom Auge, und 5. und nimmt man ihre Entfernungen oN und om zum Halbmesser oder Sinus totus an, so werden ihre wahre Größen Tangenten der scheinbaren Größen. Und dann verhält sich die Tangente der scheinbaren Größe zum Sinus totus = r,

wie die wahre Größe MN, Gm, zur Entfernung oN, om; oder man findet die Tangente der scheinbaren Größe $= \frac{MN \cdot r}{oN}$ und $\frac{Gm \cdot r}{om}$.

11. Das Verhältniß dieser Tangenten der scheinbaren Größe für die Objecte NM und Gm ist also $\frac{MN \cdot r}{oN} : \frac{Gm \cdot r}{om}$ und dieses ist $=$ MN . om : Gm . oN. Dieses Verhältniß ist also zusammengesetzt und zwar NM . om : Gm . oN $= \left\{\begin{matrix} NM : Gm \\ om : oN \end{matrix}\right\}$ d. h. das Verhältniß der Tangenten der scheinbaren Größen ist aus dem ordentlichen Verhältniß der wahren Größen und dem verkehrten der scheinbaren Größen zusammengesetzt.

12. Sind die wahren Größen NM $=$ Gm, so wird jenes Verhältniß $=$ om : oN, oder das Verkehrte der Entfernungen; und sollen sie einerlei scheinbare Größe haben, so ist NM : Gm $=$ oN : om, wie die Entfernungen ordentlich.

Fig. 7. 13. Es sey C der Durchschnitt einer Kugel, gegen deren Mittelpunct die Gesichtsaxe oC gerichtet ist, und oA ein Hauptstrahl von dem äußersten Punct in der Oberfläche der Kugel, von dem noch Licht ins Auge kommen kann; so ist AoC der scheinbare Halbmesser der Kugel und das Dreieck CAo ein rechtwinklichtes Dreieck, in welchem sin. AoC gefunden wird $= \frac{AC \cdot \text{sin. tot.}}{Co}$.

Anm.

Anm. Das Auge übersieht von einer Kugel nie die völlige Hälfte, sondern nur das Segment ALB, dess sen Grenze die äußersten Puncte der Kugel sind, von denen Tangenten im Auge zusammenlaufen. Der halbe Bogen dieses Segments AL ergänzt den scheinbaren Halbmesser zu 90°; also der ganze Bogen ALB den scheinbaren Durchmesser AoB zu 180°.

14. Nach ähnlichen Voraussetzungen, wie in 11. und 12. findet man dann: daß

das Verhältniß der Sinus der scheinbaren Größen zusammengesetzt ist aus dem ordentlichen Verhältniß der wahren Größen und dem verkehrten der Entfernungen, und

daß sich die Sinus der scheinbaren Größen gleichgroßer aber ungleichweit entfernter Objecte umgekehrt wie die Entfernungen verhalten.

15. Die Entfernung des Objects vom Auge, seine wahre und scheinbare Größe sind also drei Dinge, wovon jedes gefunden werden kann, wenn zwei davon gegeben sind.

16. Da sich das Verhältniß der Sinus, auch der Tangenten, zweier Winkel desto mehr dem Verhältniß der Winkel selbst nähert, je kleiner die Winkel werden; so kann man von gleichgroßen Objecten, die in Vergleichung mit ihren Entfernungen vom Auge sehr klein sind, behaupten: daß sich ihre scheinbaren Größen beinahe verhalten, wie ihre Entfernungen umgekehrt.

17. Durch Erfahrung wissen wir, daß Gegenstände uns unsichtbar werden, wenn wir uns zu weit von ihnen entfernen. Dadurch wird

der Sehewinkel immer kleiner, und es entsteht die Frage: wie klein muß der Sehewinkel werden, wenn ein Object unserm Gesichte verschwindet? Dies ließe sich auf folgende Weise bestimmen: Man nehme ein Object, (z. B. eine schwarze Scheibe auf weißem Grunde, oder eine weiße auf schwarzem) dessen wahren Durchmesser man mißt; von diesem entferne man sich immer weiter und weiter, bis es dem Auge verschwindet, und messe die Weite. Alsdenn kann man (16.) aus dieser Weite und dem wahren Durchmesser den scheinbaren Durchmesser oder den Sehewinkel finden.

Anm. 1. Nach Verschiedenheit der Augen ist auch er verschieden. Nur für gute Augen ist ein Sehewinkel von $\frac{2}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Minute noch hinreichend, ihm ein nicht selbstleuchtendes Object sichtbar zu machen, das sich mit dem Auge in einem Horizonte befindet, und bei gewöhnlichem Tageslichte. Selbstleuchtende Körper, zumal wenn sie stark glänzen, bleiben uns auch noch unter einem viel kleinern Winkel sichtbar. (Rob. Smiths vollst. Lehrbegriff der Optik nach Kästners Uebers. 1. B. 97. §.; Hooks Animadversions on Hevelii machina coelestis, p. 8.) Beleuchtung, Farbe, Materie, die stärker glänzt, größere Höhe übern Horizont, Durchsichtigkeit der Luft, u. dgl. geben hier Unterschiede; und hiernach müssen Hrn. Prof. Fr. Chr. Jetze Beobachtungen im Leipz. Mag. für reine und angew. Math. von Bern. und Hindenb. 1786. 1. St. S. 79. erklärt werden. Nach voriger Angabe des kleinsten Sehewinkels für die Sichtbarkeit, würde ein Object, oder eine Entfernung zweier Objecte (zweier Sterne, der Bäume in einer Allee) verschwinden, wenn die Objecte weiter, als 5000 bis 5156 mal den Durchmesser des Objects, oder

der

der Entfernung, vom Auge sind. Man kann berechnen, daß alsdenn der Durchmesser des Bildes auf dem Netzhäutchen im Auge gewöhnlich $\frac{1}{800}$ eines Zolles beträgt. Aus der Kleinheit dieses noch empfindlichen Punctes ver Netzhaut begreift man, wie es möglich sey, den gezogenen Faden eines Seidenwurms noch in der Entfernung des Armes vom Auge zu sehen. (Aus Hrn. Jetze Beobachtung würde folgen, daß unter gewissen Umständen ein scharfes Auge ein Object in 8858mal größerer Entfernung noch sehen kann; und dann ist der Sehewinkel beinahe 23 Secunden.)

Anm. 2. Auf einer völlig ebenen Fläche der Erde würde das Auge gerade vor sich hin eine Weite übersehen, welche nicht viel über 5000mal die Höhe des Auges über die überschauete Fläche, etwa $1\frac{1}{3}$ Meilen beträgt, wenn man die Höhe des Auges zwischen 5 und 6 Fuß annimmt. Da dies aber nicht, sondern die Erdfläche sphärisch ist, so erstreckt sich die Gesichtsgränze auf ihr nur ohngefähr halb so weit. (Karstens Anfangsgründe, 3. Th. 27. 28. §. Optik 25. u. f. f. S.) Da nun alle äußersten Objecte, die das Auge erreichen kann, rings umher in dieser gleichen Entfernung von ihm gesehen werden, so erscheinen sie uns in einem Kreise, der die rings um uns her ausgebreitete Erdfläche einschließt. Diesen Kreis nennen wir die Gesichtsgränze, Gesichtskreis, Horizont. (Experimenta circa visus aciem, auct. Tob. Mayer, in Comment. soc. Goett. Tom. IV. pag. 120.)

18. Unser Urtheil von der Größe einer Sache richtet sich in sehr vielen Fällen nach dem Sehewinkel. Wir halten sie bei einerlei Sehewinkel für gleichgroß, aber desto größer, oder kleiner, je größer, oder kleiner ihr Sehewinkel ist.

1) Daher der größte Gegenstand dem Auge gleichsam verschwinden kann, wenn der Sehewinkel unempfindlich klein ist.

2) Daher einerlei Sache in verschiedenen Entfernungen gleich groß zu seyn scheint, wenn der Sehewinkel in allen Entfernungen nur einerlei bleibt. So erscheint die Sehne und der Durchmesser eines Bogens und Kreises allen Augen, die sich in dem Bogen und der Peripherie des Kreises befinden, gleichgroß, weil die Sehewinkel für alle Augen Winkel an der Peripherie eines Kreises sind, die auf gleichen Bogen stehen.

3) Daher auch die Erscheinung, daß wir
Fig. 8. eine vor uns liegende Ebene, je weiter hin, sich desto mehr heben sehen. Wir sind gewohnt, jede von unserm Standort auf der Ebene fortlaufende gerade linie AF, mit einer durch das Auge O waagrechten linie OL zu vergleichen. Da wir nun die Entfernung der Ebene AF von OL, je weiter hin, unter den immer kleinern Sehewinkeln LoB, LoC, LoH u. s. w. sehen, so stellen wir uns vor, die linie AF, also auch die Ebene, rücke gegen die linie OL hinauf.

Anm. Aber nicht immer urtheilen wir nach dem Sehewinkel über die Größe eines Objects. Oft mengen wir unsere Vorstellung von der Entfernung des Objects, uns unbewußt, in die Gründe, wonach wir über die Größe desselben urtheilen. Diese schätzen wir aber theils nach der Menge von Dingen, die wir zwischen uns und dem Objecte sehen, theils nach dem Grade der Deutlichkeit, mit welcher wir es sehen, theils noch nach andern Gründen. Merkwürdige Beispiele davon sind:

sind: daß der Vollmond viel größer auf- und untergeht, als wir ihn hoch am Himmel sehen; daß zwei Fixsterne, nahe am Horizont gesehen, weiter von einander abzustehen scheinen, als hoch am Himmel gesehen; daß das Himmelsgewölbe als keine völlige Halbkugel erscheint, u. s. w. (Smiths Lehrbegriff der Optik, 1. B. §. 160. und die Anmerk. dazu.) Fabry, Tacquet und Varignon haben untersucht, wie die Bäume in einer Allee stehen müßten, wenn sie dem Auge immer in gleicher Weite von einander vorkommen sollten. (Lignes suivant lesquelles des arbres doivent être plantés .... Mem. de l'Ac. des sc. 1717. verglichen mit Bouguer, sur le grandeur apparente des objets, Mem. 1753.)

Scheinbare Entfernung.

19. Unter scheinbarer Entfernung zweier Objecte B und C, versteht man den Sehewinkel BOC, unter welchem ihre wahre Entfernung dem Auge in O erscheint. Da dieser aus mehr als einer Ursache groß oder klein seyn kann, so kann uns einerlei Entfernung unter verschiedenen Umständen groß oder klein erscheinen. Fig. 9.

Anm. Auf der richtigen Beurtheilung der wahren Entfernung aus der scheinbaren beruht die Richtigkeit des Augenmaaßes. (Bemerkungen und Regeln vom Augenmaaß von Hrn. Jetze, Leipz. Magaz. 1783. 1. St. Auch Mayer handelt von Verbesserung des Augenmaaßes in den Schriften der Cosmograph. Ges. bei Gelegenheit seines Micrometers.)

20. Um die Stellen zweier Objecte B und C zu bestimmen, muß man sich durch dieselben und das Auge eine Ebene denken, welche erweitert den Horizont in dem Puncte A schneidet. Nun kann uns AO eine Linie von bekannter Lage

werden,

werden, und wir vergleichen dagegen die Stellen von B und C, indem wir nicht allein die scheinbare Entfernung AOB und AOC eines jeden von AO, sondern auch die wahre Entfernung OB und OC eines jeden von dem Auge O anzugeben suchen. Sind dergleichen Objecte so weit entfernt, daß das Auge den Unterschied ihrer Entfernungen OB und OC nicht mehr bemerken kann, so erscheinen sie in dem Gesichtskreise gleichweit vom Auge (17. Anm. 2.)

21. Wären die Stellen dreier Objecte B, C und F, die nicht in einerlei Ebene mit O liegen, zu bestimmen; so gedenkt man sich nur durch zwei derselben, als B und C, und durch O eine Ebene, welche erweitert den Horizont in A schneidet, daß AO eine Linie von bekannter lage wird. Man suche, nach 20, die Stellen für B und C. Darauf stelle man sich FG auf die Ebene AOBC senkrecht vor, so ist FOG der Neigungswinkel der Entfernung OF gegen die Ebene. Und man kann G die auf die Ebene reducirte Stelle des Objects F nennen; FOG ist aber die scheinbare Entfernung des Objects F von der Ebene AOBC. Nun suche man diese sowol, als auch die scheinbare Entfernung AOG der reducirten Stelle G von AO, anzugeben; so ist die Stelle des Objects F bekannt, wenn außerdem die Entfernung OF bekannt ist.

Mehr dergleichen Objecte scheinen alle in einer Kugelfläche um das Auge her zu liegen, wenn

wenn der Unterschied ihrer großen Entfernungen für das Auge nicht merklich ist.

Die scheinbare Bewegung der Körper.

22. Unter scheinbarer Bewegung eines Körpers versteht man die scheinbare Größe des Weges, den der Körper wirklich zurücklegt. Diese läßt sich nicht angeben, wenn der Körper K in gerader Linie mit dem Auge oKD sich bewegt. Bewegt er sich aber in der Linie KK, so wird seine Bewegung in so fern bemerklich, in wie fern der Winkel AoD, d. i. die scheinbare Entfernung des Körpers von einer bekannten Linie AO, sich ändert. Hat sich dieser bis zu AOD, also um DOd vergrößert, so ist DOd die scheinbare Bewegung des Körpers. Ist während, daß der Körper diese Bewegung machte, eine Minute, oder Secunde verflossen, so ist DOd des Körpers optische Geschwindigkeit, für eine Minute, oder Secunde. Fig. 10.

23. Zwei Körper C und K, welche mit dem Auge O in gerader Linie liegen, und so entfernt, daß das Auge der Entfernung Unterschied CK nicht bemerken kann, bewegen sich gleichförmig, der eine durch CC, der andere durch KK, in einerlei Zeit. Ihre wahre Geschwindigkeiten verhalten sich also, wie die Linien CC : KK, ihre optischen Geschwindigkeiten aber, wie die Winkel DOn : DOd, unter welchen dem unbewegten Auge ihre Wege erschei- Fig. 10.

nen. Alsdenn scheint der Weg des C kleiner als der des K, wenn Don < Dod ist; größer würde er scheinen, wenn Don > Dod ist, die wahren Wege mögen sich verhalten, wie sie wollen. Wenn daher auch wirklich CC > KK wäre, so könnte doch CC < KK dem Auge vorkommen (und umgekehrt); und so würde C langsamer zu gehen scheinen als K, ob er gleich in der That schneller ginge.

Anm. 1. Wenn das Auge den Weg CC, den ein Körper in sehr geringer Zeit durchläuft, z. B. in einer Secunde, unter einem unempfindlichen Winkel beobachtet, so empfindet es auch die Bewegung des Körpers nicht und hält ihn in der Zeit für ruhend. Daß er sich bewegt, schließt man alsdenn nur daraus, wenn man nach längerer Zeit den Körper merklich wo anders als zuvor sieht. (Bewegung des Uranus.)

Anm 2. Weiß man aus andern Gründen die Größe des Weges, den ein Körper für das Auge in einer gewissen geringen Zeit unbemerklich zurücklegt, so kann man die scheinbare Bewegung, oder den Winkel COC berechnen. So findet man, daß ein Stern im Aequator, in Zeit von einer Secunde, da man gar keine Bewegung an ihm bemerkt, doch um einen Winkel = 15″ fortrückt. (Kästners Anfangsgr. der angew. Mathem. S. 234.)

Fig. 11. 24. Es bewege sich das Auge, unbewußt, von O nach o, in der Zeit, da sich ein Körper von A nach D bewegt, so wird es uns vorkommen, als wäre der Körper nicht nach der rechten Seite, wie doch wirklich, sondern nach der linken Seite hin, gegangen. Denn wenn wir ihn, da unser Auge in O war, in der Gesichts-

sichtsgrenze in a bemerkten, so werden wir ihn, aus o, wenn er in D ist, in der Gesichtsgrenze in d sehen, also links von a, der vorigen Stelle.

25. Während sich das Auge von O nach o bewegt, rücken zwei Körper, die mit O in gerader Linie lagen, zugleich von A nach p, und von B nach q parallel mit einander; das Auge in o setzt den erstern in P und den letztern in Q, in die Gesichtsgrenze. Da nun Q noch disseits P gesehen wird, so hält man den letztern Körper für langsamer, als den erstern; ob er gleich wirklich geschwinder fortgerückt seyn kann, wie man aus der größern Länge seines Weges Bq sieht, wenn man durch p die Linie pc mit AB parallel zieht.

26. Wenn, während sich das Auge aus O nach o bewegt, ein Körper B in einer mit Oo parallelen Bahn nach M fortrückt, so hat der Beobachter, der seine Bewegung nicht merkt, eben die Empfindung, als wäre er in o schon immer ruhend gewesen, und als hätte B (nicht die Bahn BM, sondern) die Bahn bB durchlaufen. Denn wenn a, vor welchem B aus O gesehen wurde, ein sehr weit entferntes Object ist, gegen dessen Entfernung Oa, die Bahn des Auges Oo ein sehr kleines Theilchen ist, so sind die Lichtstrahlen, welche von a nach O und o laufen, als parallel zu betrachten, und a wird von o aus in der mit Oa Parallele oa gesehen. Da nun a das Kennzeichen der Stelle des B im Anfange seiner Fig. 12.

Bewegung war, so wird der Beobachter in o glauben, diese Stelle sey b gewesen, und also bM für den Weg des Körpers halten.

Anm. Aus 24, 25. und 26. lassen sich die scheinbaren Bewegungen des Himmelgewölbes und der einzelnen Himmelskörper, so wie auch die Erscheinung der Dinge neben einem Wege, auf dem man schnell bewegt wird, u. dgl. erklären.

27. Anm. Nachdem durch mehrmal genau angestellte Beobachtungen von Cassini, Römer, Hallei, Bradley, es sich bestätigt hat, daß das Licht zu seiner Fortpflanzung von einem sichtbaren Objecte bis zum Auge Zeit braucht, nämlich um von der Sonne auf der Erde anzugelangen, 8′ 8″ bis 8′ 13″; so ist offenbar, daß auch dieser Umstand auf die Richtung, in welcher ein bewegtes Object von einem ruhenden, oder auch bewegten Auge gesehen wird, einigen Einfluß hat. Man nennt diesen die Abirrung des Lichts. Zu erwähnen, was man hierunter versteht, war hier nur nothwendig, da die Theorie derselben blos in der Astronomie gebraucht werden kann.

Die Größe des leuchtenden und erleuchtenden Stücks zweier ungleichen Kugeln.

28. Es ist die Entfernung der Mittelpuncte A und B zweier ungleichen Kreise (die in ebenderselben Ebene liegen), und die Größe jedes Halbmessers gegeben; AF = p und BG = q. Man soll eine Linie ziehen, die beide Kreise auf einer Seite der Mittelpuncte berührt.

Vorbereitung. Es sey CD die verlangte Tangente, so wird diese die durch beide Mittel-

telpuncte verlängerte linie AB in D schneiden. Die Halbmesser AO und BP stehen auf ihr senkrecht. Man ziehe mit ihr durch den Mittelpunct des kleinern Kreises die Parallele BN, die AO in N schneidet, und auch auf beiden Halbmessern senkrecht stehet. Wüßte man daher umgekehrt nur die nöthige lage der linie BN, das ist, den Winkel ABN, so könnte man BN ziehen, und BP und ANO darauf senkrecht setzen, so gäben sich die Punete O und P, durch welche die verlangte Tangente gezogen werden kann.

1. Aufl. Man hat in dem rechtwinklichten Dreiecke ANB, AB : sin. tot. = AN : sin. ABN, oder sin. ABN = $\frac{AN}{AB}$ sin. tot. Man nenne AB = a und sin. tot. = r. AN aber ist p — q; folglich sin. ABN = $\frac{(p - q)\,r}{a}$. Man kann also ABN hiernach trigonometrisch berechnen, und zeichnen.

2. Aufl. Da ANB ein rechter Winkel ist, so wird N in der Peripherie eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser AB ist, und AN ist eine Sehne in diesem Halbkreise. Demnach halbire man AB und beschreibe darüber einen Halbkreis; berechne AN = p — q, und trage von A aus in den Halbkreis die Sehne AN = p — q; man ziehe BN u. s. w.

3. Aufl. Man könnte auch, nachdem ABN trigonometrisch gefunden ist, NAB =

R — ABN suchen, darauf NAB zeichnen, NA bis O verlängern und BP parallel damit ziehen.

4. Aufl. Weil AOD und ANB ähnliche Dreiecke sind, indem außer O = N = R, noch A beiden gemein ist; so hat man auch AN : AB = AO : AD . also $AD = \frac{AO \cdot AB}{AN} = \frac{pa}{p - q}$. Man suche hiernach die vierte Proportionallinie AD, zeichne sie auf die verlängerte AB, halbire sie und beschreibe darüber einen Halbkreis. In diesen trage man aus A die Sehne = p, welche der Linie AO gleich seyn und ihre erforderliche Lage geben wird, wie nach 2. Aufl. erhellet. Man zeichne durch B eine Parallele BP mit AO, u. s. w.

5. Aufl. Hat man AD gefunden, so ist BD = AD — AB, und BD : BP = AD : AO, oder $BD : q = \frac{pa}{p - q} : p$, also $BD = \frac{aq}{p - q}$. Man suche hiernach BD, zeichne sie auf die verlängerte AB, beschreibe darüber einen Halbkreis, und trage in ihm von B aus die Sehne = q ab, so giebt sich D, und durch eine mit BD Parallele AC auch C.

29. Es soll bei den vorigen Voraussetzungen die Tangente so gezogen werden, daß der

Berührungspunct der größern Kugel o unter AB und der Berührungspunct der kleinern Kugel p über AB liegt.

Nun liegt der Durchschnittspunct d der Tangente mit der durch beide Mittelpuncte gehenden Linie zwischen A und B. Also ist nun $Ad + dB = a$. Weil aber auch hier die Halbmesser Ao und Bp mit der Tangente op bei o und p rechte Winkel machen, überdem Ado und pdB als Verticalwinkel gleich sind, so sind die Dreiecke Ado und pdB ähnlich, und man hat

$$Ad : dB = p : q, \text{ also auch}$$
$$Ad : Ad + dB = p : p + q, \text{ oder}$$
$$Ad : a = p : p + q, \text{ und}$$

$$Ad = \frac{ap}{p+q}, \text{ daher auch } dB = \frac{aq}{p+q}.$$

Ferner ist in dem rechtwinklichten Dreiecke Ado

$$AD : r = Ao : \text{sin. Ado, oder}$$

$$\frac{ap}{p+q} : r = p : \text{sin. Ado,}$$

$$\text{also sin. Ado} = \frac{r(p+q)}{a}.$$

Man kann daher Ad und Ado hiernach finden und zeichnen, so giebt sich die Tangente odp.

30. Die Entfernung der Mittelpuncte zweier Kugeln $AB = a$, von denen die eine leuchtend, die andere dunkel ist, und ihre Halbmesser $AO = p$ und $BP = q$ sind gegeben; man soll die Größe des leuchtenden und erleuchteten Stücks finden.

Aufl. Man zeichne AB = a, beschreibe aus A mit AO den halben Durchschnitt der grösern Kugel HOF, und mit BP den halben Durchschnitt der kleinern Kugel GPK. Man ziehe eine Tangente OP, welche beide Kreise auf einer Seite der Mittelpuncte berührt (nach 28.). Ist die Kugel um A die leuchtende, so ist der Bogen von F bis an den Berührungspunct O der halbe Bogen des Kugelsegments, welches licht auf die kleinere Kugel sendet; und der Bogen von G bis an den Berührungspunct P der halbe Bogen des Kugelsegments der kleinern Kugel, welche erleuchtet wird. Nun hat man aber, wenn der Winkel ABN bekannt ist (28.), den Bogen $GP = 90° + ABN$; und den Bogen $FO = OAF = 90° - ABN$. Man muß also den Winkel $ABN = \frac{(p - q)r}{a}$ berechnen.

Beispiel. Es sey $p = 100$, $q = 1$, und $a = 22000$, so ist

log. r + log. (p — q)	= 11,9956352
log. a	= 4,3424227
log. sin. ABN	= 7,6532125

also ABN = 15′ 28″; folglich der Bogen GP = 90° $15\frac{1}{2}'$, der Bogen OF = 90° — $15\frac{1}{2}'$ = 89° $44\frac{1}{2}'$; wie dies beinahe für die Sonne und Erde zutrifft.

31. Weil $GP > 90°$ ist, so wird von einer grösern hellen Kugel allemal mehr als die Hälfte der kleinern dunkeln beschienen. Doch sieht

sieht man leicht, daß dieses Mehr desto weniger beträgt, je näher p und q einander kommen, und je geringer p — q in Vergleichung mit a ist; d. h. je gleicher sich entweder die Kugeln sind, oder je weiter sie von einander abliegen, so, daß die an der Oberfläche beider streichenden Strahlen, wovon SO . PD einer ist, der Linie durch beider Kugeln Mittelpuncte desto paralleler werden.

Verwechselt man die Kugeln, und nimmt die kleinere als leuchtend, die größere als dunkel an, so wird die dunkele von mehr als von der halben hellen erleuchtet, aber ihr erleuchteter Theil beträgt noch nicht die Hälfte von ihr.

Anm. Vom Monde wird in seiner Erdnähe, d. i. wenn er für uns Neumond ist, mehr erleuchtet, als in seiner Erdferne, d. i. wenn wir ihn als Vollmond sehen. — Auch können wir nie den Vollmond gänzlich sehen, weil wir theils immer zwischen Sonne und Mond sind, theils meistens außerhalb der Linie durch beider Mittelpuncte; und wenn wir uns in dieser befinden, Mondfinsterniß ist.

Der Schatten.

32. Ein undurchsichtiger Körper läßt das Licht, welches ihn erleuchtet, nicht durch sich, daher hinter ihm ein dunkler Raum ist. Diesen nennen wir den Schatten des Körpers. Er ist cylinderförmig, oder prismatisch, wenn der erleuchtende und beschienene Körper gleichgroße parallele, entweder kreisförmige, oder eckichte, Durchschnitte haben. Er wird ein spitzer Kegel

oder eine spitze Pyramide, wenn der helle Körper größer als der dunkle ist; ein abgestumpfter Kegel, oder eine abgestumpfte Pyramide, wenn der helle Körper kleiner, als der dunkle ist.

33. Wenn man sich alle mögliche Tangenten der beiden Kugeln Fig. 13. denkt, so bilden sie hinter der kleinern einen Schattenkegel, in welchen gar kein Licht von dem hellen Körper kommen kann. Dieser heißt daher der volle Schatten, oder Kernschatten. Ihn umgiebt der Halbschatten, als ein abgekürzter Kegel, der sich, je weiter hinter der dunkeln Kugel, desto mehr ausbreitet. In diesen fällt allmälig Licht von immer mehr Puncten des leuchtenden Körpers, daher er am Rande des Kernschattens am dunkelsten ist, von da an aber immer heller wird.

34. Aus der gegebenen Größe der Halbmesser beider Kugeln und der Entfernung ihrer Mittelpuncte, (vorausgesetzt, daß die größere Fig. Kugel die kleinere bescheint,) die Länge des 13. Kernschattens zu finden.

Aufl. Die Länge des Kernschattens ist einerlei mit der Entfernung des Punctes, in welchem die Tangente beider Kugeln die durch die Mittelpuncte verlängerte linie schneidet = BD

Diese ist aber (nach 28. 5. Aufl.) $= \frac{aq}{p - q}$

oder man findet die Länge des Kernschattens, wenn man die Entfernung der Mittelpuncte mit dem Halbmesser der kleinern Kugel multiplicirt,

und

und das Product durch den Unterschied beider Halbmesser dividirt.

Beispiel. Nach den in 30. angenommenen Voraussetzungen, wäre die Länge des Kernschattens der Erde $= \frac{22000}{99} = 222 + \frac{2}{9}$ Erddurchmesser.

35. Würde die größere Kugel von der kleinern beschienen, so breitete sich der Schatten der größern Kugel immer weiter aus nach S und R hin. Er würde korb- oder becherförmig.

36. Wie weit sich der Halbschatten von dem Kernschatten an ausbreitet, wird nach dem Winkel bestimmt, den die Grenze des Halbschattens mit der Grenze des Kernschattens macht. Dieser Winkel ist aber der, unter welchem die nur auf einer Seite der Mittelpuncte streichende Tangente OP die an beiden Seiten, einmal oben, das andere mal unten, streichende Tangente op schneidet; nämlich der Winkel Oxo. Dieser ist aber $=$ xrB $=$ pdB $+$ ANB $=$ Ado $+$ ANB.

Nun ist aber (nach 29.) sin. Ado $= \frac{r(p+q)}{a}$

und (nach 28. 1. Aufl.) sin. ANB $= \frac{r(p-q)}{a}$

also Oxo $= \frac{(p+q+p-q)r}{a} = \frac{2pr}{a}$.

Bei-

Beispiel. Es gelten wieder die Voraussetzungen in 30; so ist 2p = 200, also

log. r = 10,0000000
log. 2p = 2,3010300
12,3010300
log. a = 4,3424227
log Oxo = 7,9586073

Daraus findet man den Winkel, den die Grenze des Halb- und Kernschattens bei der Erde machen, ohngefähr 31 Minuten.

37. Hält man eine Ebene in den Schatten eines Körpers, so, daß sie ihn schneidet, so liegt die Durchschnittsfigur im Schatten, die man dann den auf die Ebene projicirten Schatten, oder Schlagschatten, nennt.

Fig. 13. 38. Man schneide mit einer Ebene den Kernschatten der kleinern Kugel in w senkrecht; so wird der projicirte Schatten ein Kreis seyn, dessen Halbmesser wy gefunden wird, wenn die Entfernung der Ebene von der Kugel Bw bekannt ist. Denn man hat alsdenn das rechtwinklichte Dreieck Dwy, in welchem wD, = BD — Bw, bekannt ist, und außerdem der Winkel BDP = ABN (nach 28.) gefunden werden kann. Und man hat, aus sin. tot : tang. BDP = Dw : wy,

$$wy = \frac{\text{tang} \cdot BDP}{\text{sin. tot.}} Dw.$$

39. Wäre die schneidende Ebene so groß, daß sie auch den Halbschatten schnitte, so würde

der

der projicirte Halbschatten sich wie ein Ring um den Kernschatten herlegen; und der Halbmesser seiner äußern Peripherie wz ließe sich auch finden, wenn Bw bekannt, und Bd, so wie auch der Winkel Bdz = Aod (nach 28.) gefunden sind. Denn in dem rechtwinklichten Dreiecke wdz ist nun wdz bekannt, und dw = dB + Bw. Man hat also

$$\text{sin. tot.} : \text{tang. wdz} = \text{dw} : \text{wz},$$

$$\text{also wz} = \frac{\text{tang. wdz}}{\text{sin. tot.}}\ \text{dw}.$$

Anm. Man sieht aus 38. und 39. ohngefähr, wie man die Dauer einer Mondfinsterniß bestimmen kann.

40. Aus der Höhe eines auf dem Horizont senkrechten Körpers AB, und dem Winkel H, welchen der Lichtstrahl vom obersten Punct in dem leuchtenden Körper S mit dem Horizonte macht, die Länge des auf den Horizont projicirten Kernschattens zu finden. Fig. 14.

Weil ABH ein rechtwinklichtes Dreieck ist, worin AB und H bekannt sind, so hat man

$$\text{tang. H} : \text{sin. tot} = \text{AB} : \text{BH}, \text{ oder}$$

$$\text{tang. H} : 1 = \text{AB} : \text{BH},$$

$$\text{also BH} = \frac{\text{AB}}{\text{tang. H}}.$$

Anm. Hier betrachtet man nur die Länge des Schattens, ohne auf seine übrige Ausdehnung zu sehen; also auch nur die Länge des Körpers, der den Schatten wirft. Deswegen kann man den Körper als eine gerade Linie ansehen, deren Schatten gesucht würde.

41. Bei

41. Bei den vorigen Voraussetzungen den projicirten Halbschatten zu finden.

Der Halbschatten des Körpers AB liegt zwischen dem Lichtstrahl SH vom obersten Puncte und dem Sh vom untersten Puncte in dem leuchtenden Körper, welche beide über die Spitze des Körpers A wegstreichen. Der projicirte Halbschatten erstreckt sich dann von H bis h, d. h. liegt zwischen den beiden Puncten, in welchen jene beschriebenen Strahlen den Horizont schneiden. Er ist also = Bh — BH. Aber Bh findet man auf ähnliche Art wie BH, nämlich aus

$$\text{tang. } h : 1 = AB : Bh,$$

$$Bh = \frac{AB}{\text{tang. } h}.$$

Hier muß also h gesucht werden. Man findet h = H — HAh = H — SAs. Aber SAs ist der scheinbare Durchmesser des leuchtenden Körpers. Daher muß dieser gemessen werden, (bei der Sonne findet man ihn gewöhnlich 32′).

42. Je höher der leuchtende Körper über dem Horizont steht, desto größer sind die Winkel BAH, BAh. Es sey AB der Halbmesser, oder Sinus totus = 1, so verhalten sich BH und Bh wie die Tangenten von BAH und BAh; und diese stehn in dem Verhältniß $\frac{AH}{AB} : \frac{Ah}{AB}$. Wenn nun der Winkel BAH und BAh Unterschied beständig einerlei ist, wenigstens als unveränder-

änderlich angesehen werden kann, wie bei der Sonne, sie mag hoch oder niedrig stehen, indem er des leuchtenden Körpers scheinbarer Durchmesser ist; so sind also BAH und BAh beständig gleichviel unterschieden. Es ist aber der Unterschied ihrer Tangenten dann desto geringer, je kleiner sie sind, und desto beträchtlicher, je größer sie sind. Folglich auch der Kernschatten BH und Bh desto merklicher unterschieden, je niedriger der leuchtende Körper stehet. Daher bei kleinen Sonnenhöhen der Halbschatten so sehr groß ist.

Anm. De la Hire hat in den Mem. de l'Acad. des Sc. 1711. p. 205. der Holl. Ausg. gezeigt, wie man bei einem Körper, den die Sonne bescheint, die Dunkelheiten des Halbschattens mit der Dunkelheit des Kernschattens vergleichen könne.

43. Wenn von den drei Stücken, H, AB und BH, zwei gegeben sind, so läßt sich das dritte finden.

44. Der Winkel, den ein Lichtstrahl eines leuchtenden Punctes mit dem Horizonte macht, heißt des Punctes Höhe über dem Horizonte. Die Höhe der Sonne über dem Horizonte ist der Winkel, den ein Lichtstrahl aus dem Mittelpunct der Sonne mit dem Horizonte macht.

45. Der bisher (von 40. an) betrachtete Schatten eines auf dem Horizont lothrechten Körpers heißt der gerade Schatten (umbra recta). Wenn aber ein gerader Stift AB waag-

recht

recht aus einer lothrechten Mauer BC hervorragt und von einem leuchtenden Körper Ss beschienen wird, so heißt der auf die lothrechte Mauer projicirte Schatten der verkehrte Schatten (umbra versa).

Fig. 14.

46. Auch hier giebt es Kern- und Halbschatten, wenn des leuchtenden Körpers scheinbarer Durchmesser nur einigermaßen beträchtlich ist. Die Grenze des Kernschattens ist aber SAH, oder der lichtstrahl, welcher vom untersten Punct des leuchtenden Körpers an dem Ende des Stifts A wegstreicht; und die Grenze des Halbschattens SAH oder der streichende lichtstrahl vom obersten Punct des leuchtenden Körpers. Die Winkel, welche diese lichtstrahlen jetzt mit dem Horizonte machen, sind HAB und hAB, die zu H und h als Ergänzungswinkel gehören. Wenn daher jetzt BH wieder der sinus totus $= 1$ ist, so ist nun AB Cotangente von H. Und man hat

$$\text{Cot. } H : 1 = AB : BH, \text{ und}$$

$$\text{Cot. } H = \frac{AB}{BD} \quad \text{Cot. } h = \frac{AB}{Bh},$$

so wie vorher $\text{tang. } H = \frac{AB}{BH}$ und $\text{tang. } h = \frac{AB}{Bh}$ war.

So ist der schattende Körper bei seinem geraden Schatten Tangente der Höhe des leuchtenden

den über dem Horizont; und bei seinem verkehrten Schatten Cotangente dieser Höhe.

Man findet jetzt den Kernschatten $BD = \frac{AB}{\text{Cot. } H}$ und den Halbschatten $Bd = \frac{AB}{\text{Cot. } h}$.

Je höher jetzt der leuchtende Körper steht, desto größer ist der Halbschatten; und desto kleiner, je niedriger jener steht.

Anm. Das geometrische Quadrat, ein Instrument zum Höhenmessen, dessen man sich zur practischen Geometrie und Astronomie im 16ten Jahrhundert bediente, war ein Quadrat, aus dessen einer Ecke mit dem Halbmesser = der Seite ein Quadrant beschrieben wurde; auf die eine der Seiten, die diesen Quadranten berühren, trug man für Winkel bis 45° die Tangenten; auf der andern trug man für die größern Winkel die Cotangenten auf. Neben dieser schrieb man umbra versa, neben jener umbra recta. (Man findet davon in Wolfs Elem. Opt. §. 172. seq. Nachricht und Beschreibung des Gebrauchs.)

47. Eine Höhe MN, deren Schatten NO auf dem Horizonte man messen kann, zu messen. Fig. 6.

Aufl. 1) Man stecke einen Stab von bekannter Länge QP lothrecht dergestalt ein, daß sein und der zu messenden Höhe Schatten in einem Puncte O aufhören; so ist OQ : QP = ON : NM, da denn die drei ersten Glieder

bekannt sind, also das vierte gefunden werden kann.

2) Man stecke einen solchen Stab da, wo der Schatten der zu messenden Höhe aufhört, oder auch anderswo, wo man will, lothrecht ein, messe seinen und der Höhe Schatten, und sage: Wie sich verhält der Schatten des Stabs zur Höhe des Stabs, so verhält sich der Schatten der zu messenden Höhe zu dieser.

Anm. Statt des Stabes könnte man auch seinen eigenen Körper gebrauchen, und dessen Schatten messen. Man schreibt die Erfindung, eine Höhe vermittelst des Schattens zu messen, dem Thales zu, der im 7ten Jahrhundert vor Christi Geburt auf diese Weise die Höhe der Obelisken in Egypten maß.

(Ueber die nützliche Anwendung der Theorie vom Schatten in der Zeichen- und Mahlerkunst, kann man des ältern Hrn. Dupain Wissenschaft des Schattens, oder so genannte Schattirkunst, deutsch, Nürnberg 1759. nachlesen.)

Verfinstertes Zimmer.

48. Man verdunkle ein Zimmer, durch Zusetzen der Oeffnungen, wodurch Licht hereinkommt, dergestalt, daß nur durch eine sehr kleine Oeffnung noch Sonnenlicht hereinstrahlet. Der Theil des Bodens, der davon erleuchtet wird, liegt in einer geraden Linie mit dem Loche und der Sonne, weil nämlich die Lichtstrahlen gerade Linien sind.

Wäre

Wäre das Loch ein einziger Punct, so könnte man es als die Spitze von zwei Lichtkegeln betrachten, deren einer zu seiner Grundfläche den erleuchtenden Theil der Sonne hat, der andere aber den erleuchteten Theil des Bodens im Zimmer. Denn die von der Sonne durch das Loch eindringenden Strahlen breiten sich hinter dem Loche wieder so aus, wie sie vor dem Loche sich einander näherten. Weil der letztere Kegel von dem Boden des Zimmers schief geschnitten wird, so wird er auf demselben einen Theil helle machen, welcher die Gestalt einer Ellipse hat.

Ist das Loch aber ein Kreis von einiger, wenn auch geringer, Größe, so stelle man sich in dem Rande desselben so viele Puncte vor, als man will; diese können als die Spitzen eben solcher (wie vorhin betrachtet worden) Lichtkegel angesehen werden. Jeder von diesen erleuchtet im dunkeln Zimmer eine Ellipse auf dem Boden. Da nun alle diese Ellipsen wegen der Nähe der Puncte in dem Rande des Lochs so auf einander fallen, daß nur ein kleiner Theil von jeder unbedeckt bleibt; so formiren sie mit diesen aneinander grenzenden Theilen ihrer Peripherie gleichfalls eine Ellipse.

Ist das Loch kein Kreis, sondern eckicht, und man fängt mit einer Ebene das durch dasselbe scheinende Licht auf, so fällt von jedem Punct der Sonne ein Strahlenprisma durch die Oeff-

nung. Daher kommen auf der vorgehaltenen Ebene so viele der Oeffnung gleiche und ähnliche Durchschnittsfiguren zum Vorschein, als sich in der Sonne Puncte denken lassen. Diese fallen ganz nahe bei dem Loche in einerlei Raum zusammen, und geben daher dem erleuchteten Theil der Ebene die Gestalt des Lochs. Weiter hinter dem Loche aber ziehn sie sich immer mehr aus einander, daher die mattere Erleuchtung der Ebene und die Verwandlung der lichten Figur in einen Kreis. Denn die mittlern Puncte aller dieser Durchschnittsfiguren sind die Endpuncte der von jedem Punct der Sonne durch die Mitte des Lochs fahrenden Strahlen. Da nun die äußersten Hauptstrahlen von dem kreisförmigen Rande der Sonne kommen, so liegen auch jene Puncte wieder auf der Ebene in einem Kreise beisammen, der bei wachsender Entfernung der Ebene von dem Loche desto größer werden muß. Also muß die Gestalt des erleuchteten Theils der auffangenden Ebene bei zunehmender Entfernung sich der Figur eines Kreises immer mehr nähern.

Aus eben den Gründen erhellet, warum bei einer Sonnenfinsterniß, der erleuchtete Theil der im finstern Zimmer das Licht auffallenden Ebene der jedesmaligen Lichtgestalt der Sonne ähnlich ist.

49. Unter den Umständen, daß sich vor dem Loche des verfinsterten Zimmers Gegenstände befin-

befinden, die von der Sonne stark erleuchtet werden; und daß die Sonne selbst nicht geradezu hinein scheinet; sieht man auf der Wand des Zimmers, oder auf einem hinter das Loch gehaltenen Papier Bilder von jenen Gegenständen, aber verkehrt.

Das Loch ist klein und fast für einen Punct anzunehmen. In ihm durchkreuzen sich die von jedem Punct des Gegenstandes kommenden Lichtstrahlen. Die von den obern und rechter Hand liegenden Puncten kommen, gehen nach dem Durchgange durch das Loch gerade nach unten und linker Hand hin weiter fort. Ferner fällt von jedem Puncte eines Objects ein Lichtstrahl auf einen eignen Punct der Wand; von einem obern unten, von einem untern oben, von einem der rechts liegt, links, und der links liegt, rechts, und in eben der Ordnung neben einander, wie die Puncte im Objecte selbst liegen. Jeder Punct, der Licht bekömmt, sendet es wieder von sich; das Auge bekömmt daher von jedem Puncte der Wand Licht, das dieser von einem Puncte des Objects bekam, und es hat davon einerlei Empfindung, die Lichtstrahlen mögen von Puncten des Objects selbst kommen, oder ihm in eben der Ordnung von Puncten der Wand zugesendet werden. Daher sieht man auf der Wand die Bilder der vor dem Loche des finstern Zimmers befindlichen Objecte, aber verkehrt.

Anm. 1. Die Ursach, warum wir dergleichen Bilder nicht auch auf den Wänden jedes Zimmers sehen, da doch, vor allen Fenstern desselben, Objecte als Häuser u. s. w. stehen, ist einmal, weil durch so weite Oeffnungen des Zimmers auf einen und denselben Punct der Wand Licht von mehr als einem äußern Puncte fällt; und zweitens, weil nach dem allgemeinen Gesetze der Empfindungen die Seele sich alsdenn nur einer Sache bewußt ist, wenn sie davon allein, oder doch mit einigem Vorzuge eine Vorstellung hat. Die Empfindung von allen den vielen empfangenen Lichtstrahlen, die von jedem Punct der Wand zugleich in das Auge gesendet werden, ist daher nur der zusammengesetzte Eindruck aller derselben auf einmal und keines einzelnen Lichtstrahls besonders.

Anm. 2. Ein erhaben geschliffnes Glas in die Oeffnung des verfinsterten Zimmers gesetzt, macht die Erscheinung der Bilder lebhafter, wovon in der Dioptrik sich der Grund geben läßt. Von Anlegung einer Camera obscura sehe man C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech- Kunst, III. Th. Kap. 19. Art. 3. S. 682. u. f.

Die

Die Catoptrik.

1) Erklärungen und Erfahrungen.

1.

Jede recht glatte Fläche eines körperlichen Stoffs nennen wir von der Erscheinung, die sie darbietet, daß man nämlich auf derselben Bilder von andern Gegenständen wahrnimmt, einen Spiegel.

Anm. Flüssigkeiten haben spiegelnde Oberflächen, wenn sie ruhig sind. Harten Massen kann man durch Poliren dergleichen Spiegelflächen verschaffen, wenn sie Festigkeit und zusammenhangende Theile haben. Geometrisch glatt kann man dergleichen harte Massen nie machen; wenn das Auge nur keine rauhen Stellen mehr darauf bemerken kann, so sind sie schon für unser Auge glatt.

2. Der Spiegel kann eben oder gekrümmt seyn. Im letztern Falle ist er entweder eine Cylinderfläche, ein Cylindrischer; oder eine Conusfläche, ein Conischer; oder eine Kugelfläche, ein Kugel-Spiegel.

3. Von allen dunkeln Körpern prallt das Licht, das von andern Gegenständen auf sie fällt, zurück. Ist ihre Oberfläche glatt, so geschieht dieses mit allen Lichtstrahlen, die von einem gewissen Gegenstande auf die glatte Fläche fallen, in eben der Ordnung, wie sie auffallen. Wenn daher ein Auge die von der glatten Fläche zurück-

geworfenen Strahlen auffängt, so machen diese in ihm denselbigen Eindruck, als sie vor ihrem Zurückprallen, unmittelbar vom Auge aufgefangen, gemacht haben würden. Da wir nun gewohnt sind, jeden Gegenstand in gerader Linie zu sehen, so suchen wir den, dessen zurückgeworfenes Licht in unser Auge kömmt, in der Richtung vor uns, in welcher sein Licht ihn uns sichtbar macht. So sehen wir sein Bild auf dem Spiegel, und die täuschende Phantasie stellt es uns in einem Raume hinter dem Spiegel dar.

4. Läßt man in einem finstern Zimmer durch eine kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl auf einen ebenen Spiegel fallen, so bemerkt man an dem durch den Sonnenstrahl erleuchteten Staube, der in der Luft schwebt,

1) daß der einfallende Strahl in gerader Linie zurückgeworfen wird. Also nimmt auch hier das Licht, welches aus einem gewissen Puncte ausgehend nach einem gegebenen Puncte von einem ebenen Spiegel zurückgeworfen wird, den kürzesten Weg, den es als gebrochnes Licht nehmen kann.

2) daß allemal der Winkel, unter welchem er einfällt, dem, unter welchem er zurückgeworfen wird, gleich ist; und

3) daß beide Strahlen, einfallender und zurückgeworfener, also auch ihre Neigungswinkel, in einerlei Ebene liegen.

5. Diese

5. Diese Ebene kann die Zurückwerfungs- (Reflexions-) Ebene heißen. Sie schneidet den ebenen Spiegel in einer geraden, den krummen in einer krummen Linie. Der Einfallspunct liegt in dieser Linie. Eine gerade Linie aus dem Einfallspunct, senkrecht auf die Durchschnittslinie der Reflexions-Ebene und des Spiegels, nennt man das Einfallsloth; dieses ist bei dem krummen Spiegel senkrecht auf der durch den Einfallspunct in der Reflexionsebene liegenden Berührungslinie. Die Winkel, welche der einfallende Strahl sowol, als der zurückgeworfene, mit dem Einfallslothe machen, ergänzen Jedes Neigungswinkel zu 90° und sind gleich groß.

2) Ebener Spiegel.

6. Von einem leuchtenden Punct A fallen Strahlen AC, Ac auf den ebenen Spiegel Ss; AS sey eine senkrechte Linie von dem leuchtenden Puncte auf den Spiegel und hinter den Spiegel verlängert. So wird sie von den zurückgeworfenen Strahlen CB und cb, wenn diese hinter dem Spiegel verlängert werden, in dem Puncte a geschnitten, so daß a so weit hinter dem Spiegel als A vor demselben liegt, aS = AS. Fig. 16.

Denn für den Strahl AS ist in den Dreiecken ACS und aCS, CS = CS, S = R = S, und ACS = BCs = aCS; also AS = aS; und eben so für Ac und für jeden andern Strahl.

7. Also: Alle Strahlen, die aus einem Puncte A auf einen ebenen Spiegel fallen, werden so zurückgeworfen, daß ihre zurückgeworfenen rückwärts verlängert durch einen und denselben Punct a gehen, der jenem A gerade gegenüber, und so weit hinter dem Spiegel, als A vor demselben liegt.

Dem Auge, das die zurückgeworfenen Strahlen auffaßt, ist es, als kämen diese von a; a ist daher das Bild von A, und so erklärt es sich, warum wir a hinter dem Spiegel erblicken.

Anm. Weil aC kein wirklicher Lichtstrahl ist, sondern nur die Richtung des gebrochenen Lichtstrahls CB; so kann man hier einen Unterschied zwischen geometrischen und physischen Strahlen machen, da dann aC der geometrische und CB der physische Theil des zurückgeworfenen Strahls ist.

8. Wenn alles Licht, das von einem leuchtenden Puncte A auf einen Spiegel fällt, zurückgeworfen wird; so erleuchtet das Bild a jenes Punctes jede Ebene, die das zurückgeworfene Licht auffängt, eben so, als wenn das Licht von dem leuchtenden Puncte A selbst käme und dieser sich in a befände.

Fig. 17. 9. Jeder Punct eines Gegenstandes AB vor dem Spiegel, hat sein Bild in der von ihm auf den Spiegel senkrechten linie so weit hinter demselben, als er selbst vor demselben liegt. Alle diese Bilder liegen demnach hinter dem Spiegel in derselben Ordnung, als die abgebildeten Puncte vor demselben in dem Gegenstande selbst; und

machen

machen also zusammengenommen ein Bild des ganzen Gegenstandes ab aus, das ihm gleich und ähnlich ist. So wird begreiflich, wie es zugeht, daß jeder Mensch sich selbst und andere Sachen, die mit ihm vor dem Spiegel sind, hinter dem Spiegel abgebildet siehet.

10. Auch erhellet hieraus noch dieses: das Bild eines Gegenstandes hat gegen die hintere Spiegelfläche eben die lage, als der Gegenstand selbst gegen die Vorderfläche des Spiegels; das Aufrechtstehende erscheint aufrecht, nur die rechte und linke Seite eines Gegenstandes liegen in dem Bilde umgekehrt. In einem Spiegel, der gegen einen lothrechtstehenden Gegenstand unter einem Winkel von 45° geneigt ist, erscheint der Gegenstand waagrecht; und wenn der Spiegel gegen einen waagrechten Gegenstand unter einem Winkel von 45° geneigt ist, so sieht man das Bild davon lothrecht.

11. Es sey AB die längr eines Menschen, der vor dem Spiegel Ss steht, o sein Auge, ab sein Bild hinter dem Spiegel; so erhellet, daß der Spiegel nur halb so hoch als der Mensch zu seyn braucht, wenn sich dieser ganz in demselben besehen will. Fig. 17.

Denn weil sein Bild ab, das ihm ganz gleich ist, unter dem Sehewinkel aob sichtbar wird, und so weit hinter dem Spiegel, als o vor demselben liegt, so ist in dem Dreieck aob, das Stück des Spiegels $\alpha\beta$ zwischen den Schenkeln

keln des Sehewinkels $= \frac{1}{2}$ ab; und größer braucht der Spiegel nicht zu seyn, um ab ganz zu sehen. Da nun ab $=$ AB, so braucht der Spiegel nur $= \frac{1}{2}$ AB zu seyn.

12. Wenn sich ein Gegenstand zwischen zwei gegen einander geneigten ebenen Spiegeln befindet, so kann von dem Bilde des Gegenstandes in dem einen Spiegel wieder ein Bild in dem andern Spiegel gesehen werden. Auf die Art stellen die Spiegel Bilder von Bildern eben desselben Gegenstandes dar, und ein Gegenstand wird desto öfter in zwei solchen Spiegeln abgebildet gesehen, je kleiner der Winkel ist, unter welchem sie gegen einander geneigt sind, oder je mehr sie einander gerade gegenüber liegen. Daher sich das Bild zwischen zwei völlig gleichlaufendliegenden Spiegeln unzähligemal vervielfältigt.

Anm. 1. Man sehe hierüber Hrn. Hofr. Kästners dissert. mathem. et phys. n. 2. und Karstens Anfangsgründe der Mathem. 3. B. 43. u. f. §§. der Photometrie.

Anm. 2. Wie allerhand belehrende und angenehme Versuche mit ebenen Spiegeln anzustellen und zu dem Ende gewisse Werkzeuge zu verfertigen sind, ist in C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech- Kunst, Altona 1757. 2. Th. 2. Kap. Art. 2. und 3. gelehrt.

3) Kugelspiegel.

13. Je nachdem die spiegelnde Kugelfläche die innere hohle, oder die äußere erhabene Fläche der Kugel ist, wird der Kugelspiegel ein Hohlspiegel, oder ein erhabener Spiegel genannt.

14. Von

14. Von einem Kugelspiegel has wird der Lichtstrahl ea, oder ba, so zurückgeworfen, als von einem ebenen man, der den Kugelspiegel in der Stelle, wo die Zurückwerfung geschieht, berühren würde. Denn die Zurückwerfung eines Lichtstrahls geschieht nur in dieser Stelle, als in einem Puncte, so, daß die übrige Gestalt des Spiegels die Zurückwerfung nicht ändern kann. Fig. 15.

Wenn also für den erhabenen Spiegel pa das Einfallsloth und ad der zurückgeworfene Strahl ist, so ist auch hier der Winkel pae = pad.

Und wenn für den Hohlspiegel la das Einfallsloth und ac der zurückgeworfene Strahl ist, so sind auch die Winkel bal = cal.

Beide Winkel liegen demnach ferner in einer Ebene, und diese Zurückstrahlungs-Ebene geht durch der Kugel Mittelpunct, von deren Fläche der Spiegel ein Segment ist. Denn sie liegt durch pa, oder la, welche beide, als senkrechte Linien auf der Kugelfläche, durch der Kugel Mittelpunct gehen.

Also machen auch bei dem Kugelspiegel die beiden Strahlen, der unveränderte ea, oder ba, und der gebrochene ad, oder ac, mit dem wirklichen Halbmesser des Hohlspiegels la, und mit dem verlängerten Halbmesser des erhabenen Spiegels ap gleiche Winkel; und man kann, wenn die Lage eines dieser beiden Strahlen gegeben ist, bald die Lage des andern finden, ohne die Tangente zu zeichnen.

Fig. 18. 15. Es falle ein Lichtstrahl bm aus einem Puncte der Axe (Durchmesser) des Hohlspiegels b auf einen gegebenen Punct m des Spiegels ein. Die Entfernung des leuchtenden Punctes b von dem Spiegel, = ab = d, ingleichen der Winkel, den der Strahl mit der Axe macht, abm (oder statt dessen der Bogen am, um welchen m von a absteht, = dem Winkel acm, woraus und aus ab sich abm berechnen läßt,) auch des Spiegels Halbmesser ac = r sind gegeben. Man sucht die lage des zurückgeworfenen Strahls mf, d. h. den Winkel cmf, den er mit dem Halbmesser cm macht, und die Entfernung des Punctes f, in welchem der zurückgeworfene Strahl des Spiegels Axe schneidet.

Man findet dieses nach trigonometrischen Grundregeln.

1) In dem Dreieck bcm hat man: r : sin. abm = cb : sin. cmb; also sin. cmb = $\frac{\text{sin. abm}}{\text{r}}$ cb.

2) In dem Dreieck fcm aber : r : sin. afm = cf : sin. cmf; also sin. cmf = $\frac{\text{sin. afm}}{\text{r}}$ cf.

3) Da nun cmb = cmf (nach 14.) so ist $\frac{\text{sin. abm}}{\text{r}}$ cb = $\frac{\text{sin. afm}}{\text{r}}$ cf = sin. abm . cb = sin. afm . cf; folglich cf = $\frac{\text{sin. abm}}{\text{sin. afm}}$ cb.

4) Es

4) Es ist aber cb = d — r, und afm = abm + 2 cmb. Da nun cmb (nach Nr. 1.) aus bekannten Stücken gefunden werden kann, so kann nun auch afm bekannt werden, und dann cf, und endlich af = ac — cf.

16. Wenn der Lichtstrahl sehr nahe bei der Axe in den Spiegel einfällt, und also am ein so kleiner Bogen ist, daß die Winkel abm, acm, afm nur sehr kleine Winkel sind; so lehrt die Trigonometrie: daß sehr nahe $\frac{\text{sin. abm}}{\text{sin. afm}} = \frac{\text{abm}}{\text{afm}}$ selbst sey, weil alsdenn der Sinus sehr nahe so groß als sein Bogen, für einerlei Halbmesser ist, und daß also der Winkel $\text{abm} = \frac{\text{am}}{\text{ab}}$ und $\text{afm} = \frac{\text{am}}{\text{af}}$ anzunehmen sey.

Man findet demnach für diesen Fall $\text{cf} = \frac{\text{abm}}{\text{afm}}\,\text{cb} = \text{cb}\left(\frac{\text{am}}{\text{ab}} : \frac{\text{am}}{\text{af}}\right) = \frac{\text{af}}{\text{ab}}\,\text{cb} = \frac{\text{af}}{\text{ab}}\,(\text{d} - \text{r})$.

Setzt man $\text{af} = x$, so ist $\text{cf} = \text{r} - x$; also $\text{cf} = \frac{x}{\text{d}} \cdot (\text{d} - \text{r}) = \frac{\text{dx} - \text{rx}}{\text{d}} = \text{r} - x$. Man multiplicire die Gleichung mit d,

so

so ist $dx - rx = dr - dx$; also $dr = 2dx -$
$rx = (2d - r)\,x$; folglich $x = \frac{dr}{2d - r} =$
$\frac{d \,.\, \frac{1}{2}r}{d - \frac{1}{2}r}$.

17. Je weiter der leuchtende Punct entfernt liegt, also je größer d ist, desto weniger wird d durch $\frac{1}{2}r$ vermindert, desto näher wird $\frac{d \,.\, \frac{1}{2}r}{d - \frac{1}{2}r} = \frac{1}{2}r$.

1) Wenn demnach der Lichtstrahl Bm parallel mit der Axe einfällt, welches einerlei mit dem Falle ist, wenn er von einem unangeblich weit entfernten Punct der Axe kömmt; so wird $a\varphi - x$ wirklich $= \frac{1}{2}r$.

2) Wenn der Lichtstrahl aus des Spiegels Mittelpunct käme, also $d = r$ wäre, so würde $d - \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}r$, und $x = d$ seyn; d. h. der Lichtstrahl würde in sich selbst zurückgeworfen.

3) Wäre aber der leuchtende Punct in φ, und $d = \frac{1}{2}r$, so würde $d - \frac{1}{2}r = o$ und $x = \frac{d \,.\, \frac{1}{2}r}{o} = \infty$, unangeblich groß, d. h. der zurückgeworfene Strahl mß kann dann des Spiegels Axe nicht mehr schneiden, und hat mit ihr eine parallele Lage.

4) Fällt ein Lichtstrahl Bm so auf, daß er verlängert des Spiegels Axe hinter dem Spiegel schnei-

schneidet, so wird die Entfernung d negativ, also

$aF = x = \frac{d \cdot \frac{1}{2} r}{d + \frac{1}{2} r}$; folglich $aF < a\varphi$, $< af$,

weil der Divisor $d + \frac{1}{2} r > \frac{1}{2} r$, und $> d - \frac{1}{2} r$ ist.

18. Für den erhabenen Spiegel liegt r hinter dem Spiegel, also negativ; daher wird auch $x = -\frac{d \cdot \frac{1}{2} r}{d + \frac{1}{2} r}$ nun negativ, d. h. der einfallende Strahl, dessen Durchschnittspunct mit der Axe vor dem Spiegel liegt, wird so zurückgeworfen, daß der zurückgeworfene des Spiegels Axe nicht vor, sondern verlängert hinter dem Spiegel schneidet.

Hat aber der einfallende Strahl eine solche Lage, daß er erst verlängert des Spiegels Axe hinter demselben schneidet, so ist auch d negativ, und nun wird $x = \frac{d \cdot \frac{1}{2} r}{d - \frac{1}{2} r}$ wieder positiv; oder der zurückgeworfene Strahl schneidet des Spiegels Axe itzt vor dem Spiegel.

19. Alle aus einerlei Punct b sehr nahe um die Axe herum in einem Kreise (oder in gleich weit von a entfernten Puncten) auffallende Strahlen schneiden nach der Zurückwerfung die Axe in einem und demselben Puncte f: denn für alle gilt der Werth für $x = \frac{d \cdot \frac{1}{2} r}{d - \frac{1}{2} r}$ oder =

$\frac{d \cdot \frac{1}{2}r}{d + \frac{1}{2}r}$ (in 16. und 17.). Demnach vereinigen sie sich alle in diesem Puncte.

Die übrigen gleichfalls aus b in noch kleinern Kreisen um die Axe herum auffallenden Strahlen vereinigen sich für jeden folgenden Kreis in sehr und so nahe bei f (zwischen f und dem Spiegel) liegenden Puncten, daß ihre Entfernung davon sich kaum angeben läßt. Andere Strahlen aber, die aus b in größern Kreisen, doch auch noch sehr nahe um die Axe herum, auffallen, laufen auch in eben so nahe bei f (zwischen f und dem Mittelpuncte) liegenden Puncten zusammen.

Der Punct f ist also hier in einem ähnlichen Sinne, wie in 7, ein Bild von b. Fielen die Strahlen von einem ausgedehnten Objecte in b auf den Spiegel, so sind unter diesen auch Parallelstrahlen, wie Bm, und hinter dem Spiegel die Axe schneidende, wie Bm. Diese laufen aber gleichfalls sehr nahe um f, in allen Lagen, herum zusammen, und bilden in f das ganze Object ab. Dieses Bild hat seine Stelle in der Entfernung von $\frac{1}{4}$ des Spiegeldurchmessers vor dem Spiegel, wenn das Object so weit von dem Spiegel entfernt ist, daß die Lichtstrahlen von ihm parallel mit des Spiegels Axe einfallen.

Anm. Man glaubt in krummen Spiegeln Bilder von den vor dem Spiegel befindlichen Gegenständen zu sehen. Aber Hr. Hofr. Kästner hat in einer Abhandlung de objecti in speculo sphaerico visi magnitudine appa-

apparente, in den Comment. nov. Soc. Sc. Goett. T. 8. 1777. gezeigt, daß es in krummen Spiegeln eigentlich kein Bild giebt, und daß man irrt, wenn man den Ort des Bildes, wie bei ebenen Spiegeln, hinter dem Spiegel sucht und daraus die Erscheinungen erklären will. Da die Gründe der Theorie von der Abbildung der Gegenstände in hohlen Spiegeln noch nicht völlig berichtigt sind, diese Theorie auch für Anfangsgründe zu schwer und weitläuftig ist; so verweise ich hier auf Hrn. Hofr. Käſtners Ausgabe von Smiths Lehrbegriff der Optik, 2. B. 8. Kap. und die Anmerkungen dazu, S. 473. u. f.; ingleichen auf desſelben Verfaſſers Problematis Alhazeni Analyſis Trigonometrica, in den Comment. nov. Soc. Sc. Goett. T. 7. 1776.

20. In dem kleinen Raum um f herum, wo die zurückgeworfenen Lichtſtrahlen zuſammenlaufen, werden ſie ſtark verdichtet und dadurch vermögend gemacht zu brennen; deswegen nennt man f den Brennpunct (focus), den ganzen Raum, in welchem die gebrochenen Strahlen verdichtet werden, den Brennraum, und af die Brennweite des Spiegels. Dieſe beträgt alſo den vierten Theil des Durchmeſſers.

Anm. 1. In dem Brennpunct ſelbſt muß die größte Hitze entſtehen; denn daſelbſt ſind die meiſten Lichtſtrahlen verdichtet. Die übrigen in dem Brennraum erwärmen wenigſtens und machen zur Entzündung geneigter. Ein Hohlſpiegel heißt daher ein Brennſpiegel. Hr. Briſſon hat bemerkt, daß die Hitze an dem Rande des Brennraums ſtärker als in der Mitte ſey. (Briſſon Dict. raiſonné de Phyſ. art. Verre ardent.)

Anm. 2. Die Dichtigkeit des Lichts im Brennraum zu berechnen, lehren Hr. Hofr. Käſtner in ſeinen Anfangsgr. der angew. Math. Catoptrik §. 38 bis 42, und Hr. Prof. Klügel in Prieſtleys Geſchichte der Optik,

S. 104. Auch hat Hr. Marquis von Courtivron in den Memoir. de l'Ac. des Sc. von 1747, tiefe mathematische Untersuchungen darüber angestellt.

21. Wenn man das Object in die Stelle des Bildes bringt, so fällt das Bild dahin, wo sich vorher das Object befand. Aber, wenn das Object um die Brennweite des Spiegels von demselben entfernt, d. i. in dem Brennpuncte sich befindet, so giebt der Spiegel gar kein Bild: denn die zurückgeworfenen Strahlen werden in die mit der Axe des Spiegels parallele Lage gebracht.

Dieser Umstand macht aber, daß man sich des Hohlspiegels vortheilhaft bedienen kann, vermittelst einer in den Brennraum gestellten Lichtflamme Sachen stärker zu erleuchten, als die Flamme für sich allein würde thun können.

Anm. Ganz parallel mit des Spiegels Axe kann doch nicht alles vom Hohlspiegel aufgefangene Licht zurückgeworfen werden, weil durch die Politur der Spiegel diese nur von den gröbsten, dem Auge noch empfindbaren, Rauhigkeiten befreiet werden können, demohngeachtet aber für die feinen Lichttheilchen noch ziemlich beträchtliche Erhöhungen behalten, von denen das auffallende Licht auf verschiedene Seiten geworfen wird. Diese unvermeidliche Zerstreuung mindert den Glanz des von dem Hohlspiegel weiter fortgeworfnen Lichtes, welches die Zerstreuung durch die Lufttheilchen noch mehr thut.

22. Wenn zwei Brennspiegel einander gegenüber gestellt und in des einen Brennpunct glühende Kohlen gelegt werden, so entsteht in des andern Spiegels Brennpunct Hitze, öfters

bis

bis zum Zünden stark. Hier werden die Strahlen von dem einen Brennspiegel dem andern parallel zugesandt, und dieser strahlt sie in seinen Brennpunct zusammen.

Anm. Man sehe Du Fay sur quelques experiences de Catoptrique in den Memoir. de l'Ac. des Sc. 1726. und des Hrn. Cassini Vorschläge in den Mem. von 1747. p. 25.

23. Weil die Kugelgestalt eines Hohlspiegels es mit sich führt, daß nicht alle Strahlen genau in einen Punct zusammen zurückgestrahlt werden können (19.), und dieses nur einigermaßen für die nahe um die Axe herum auffallenden Strahlen geschiehet; so erhellet, daß von zwei Spiegeln, nach einerlei Halbmessern gekrümmt, der breitere zwar mehr Strahlen auffängt, als der schmälere; aber sie noch dichter zusammenzubringen nicht im Stande ist.

Anm. 1. Eine Krümmung, welche alle auf sie fallende Strahlen genau in einen Punct zurückwürfe, würde am besten zu Spiegeln taugen. Die Geometrie lehrt, daß die parabolische die Eigenschaft hat, wenigstens alle mit der Axe parallel auffallende Strahlen nach einem und demselben Punct der Axe, dem Brennpuncte, zurückzuwerfen. Eine Höhlung, nach einer sich um ihre Axe drehenden Parabel geformt, giebt daher einen brauchbaren Brennspiegel ab. (Man sehe Hrn. Hofr. Kästners analytische Catoptrik, in Smiths vollständigem Lehrbegriff der Optik S. 81.)

Anm. 2. Auch eine Zone der innern Fläche eines hohlen gleichseitigen Kegels läßt sich als Brennspiegel gebrauchen. Denn Strahlen, die mit des Kegels Axe parallel auf einen Kreis dieser Zone fallen, werden alle nach einem Punct in der Axe zurückgeworfen, welcher

des Kreises Mittelpunct ist, wenn der Kegel, von welchem die Zone ein Stück ist, ein rechtwinklichter ist. (Man sehe Friedr. Adam Widder de peculiari speculorum caustic orum genere in actis Acad. Theod. Palatinae, Manh. 1780. Vol. IV. Phys. p. 385.; und Lamberts Versuche in den Memoir. de l'Ac. de Berlin 1770. p. 51.) So können auch, wenn vor die kleinere Grundfläche eines hohlen spiegelnden Kegelstücks eine Lichtflamme gestellt wird, die zurückgeworfenen Strahlen eine starke Erleuchtung geben.

24. Anm. Die Hohlspiegel werden gemeiniglich von Metall gemacht, aber auch von Glase, Holz, Pappe u. dgl. Was bei ihrer Verfertigung zu beobachten sey, wird in C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech- Kunst, Altona 1757. in des 2ten Theils 5ten Kap. umständlich gelehrt. Man sehe auch Krünitz ökonom. Encyclop. 6ter Th. S. 622.

25. Anm. Beide Eigenschaften der Hohlspiegel, daß sie vergrößern und anzünden, kannten schon die Alten, wie aus Stellen in Euclides, Seneca und Plinius Schriften erhellet. Archimedes große Brennspiegel sind zweifelhaft: denn Polybius, Livius und Plutarch erwähnen nichts davon; Galenus (de temperam. III. 2.) drückt sich so darüber aus, daß man eher auf Feuerkugeln als auf Brennspiegel dabei räth. Erst Schriftsteller des 12ten Jahrhunderts erwähnen ausdrücklich der Brennspiegel und berufen sich auf ältere Bücher, die aber theils verlohren gegangen sind, theils nichts davon enthalten. Man sehe hierüber Hrn. Hofr. Kästners Erinnerungen im 46. §. der Catoptrik, in den Anfangsgr. der angew. Math. und Hrn. Joly de Maizeroy Traité sur l'art des Siéges et les Machines des Anciens, Paris 1778; Fragment d'un ouvrage grec d'Anthemius, sur les Paradoxes de Mecanique .. par M. Dupuy 1777; ferner Priestleys Geschichte der Optik nach Hrn. Prof. Klügels Uebersetzung, Leipzig 1775. S. 9. Indessen veranlaßten die Wunder-Erzählungen

von

von Archimedes Brennspiegeln doch Versuche, die Möglichkeit solcher Wirkungen zu prüfen. P. Kircher kam zuerst auf den Gedanken, aus einer Menge ebener Spiegel einen großen, starkwirkenden Brennspiegel zusammenzusetzen, (ars magna lucis et umbrae, Rom. 1646. p. 888. Tab. 31.) und machte mit 5 ebenen Spiegeln den Versuch. Ohne Kenntniß von Kirchers Versuchen fiel der Graf Büffon auf denselben Gedanken (Memoires de l'Ac. des Sc. 1747 und 48.) und verband 168 Glasspiegel, deren jeder 6 Zoll hoch und 8 Zoll breit war. Außerordentlich waren die Wirkungen dieses zusammengesetzten Hohlspiegels. Außer Maginus zu Bologna und Septala zu Mayland verfertigte Villette zu Lyon sehr gute Brennspiegel (Philos. Transact. 1665.) welche sogar Erden und Steine, auf die das gewöhnliche Feuer nicht wirkt, verglaseten. Einer davon steht in dem königlichen Cabinett zu Paris, ein anderer in dem Museum zu Cassel. Aber noch vorzüglicher war des Hrn. von Tschirnhausen großer Brennspiegel, 3 Leipziger Ellen im Durchmesser mit 2 Ellen Brennweite, der das Jahr 1687 fertig wurde (Acta erudit. Lipf. 1687. p. 52.) und sich jetzt in dem churfürstl. mathematischen Salon in Dresden befindet. Aus weichem Holz verfertigte Gärtner in Dresden große Brennspiegel, die er mit dem feinsten Golde sorgfältig vergoldete; der größte hatte $5\frac{1}{2}$ Dresdensche Ellen im Durchmesser. Von den damit angestellten Versuchen sehe man C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech- Kunst, S. 142. u. f. Er soll auch parabolische Spiegel von Eis gemacht haben, die Feuer anzündeten. Von Hösens parabolischen Spiegeln, die Gärtner etwas verändert hat, findet man Nachrichten in dem alten Hamburg. Magazin 5. Band, S. 269; 14. Band, S. 563; 16. Band, S. 313. Zach. Traber in nerv. opt. lib. 2. cap. 12. prop. 5. Coroll. 1. lehrett aus Knittergold Brennspiegel machen. Nach Zahns Bericht (Oculus artificialis p. 634.) hat im Jahr 1699. ein Ingenieur Naumann zu Wien einen Brennspiegel aus Pappe verfertigt, mit Stroh be-

legt, und mit demselben Metalle geschmelzet. In den Memoir. de l'Ac. des Sc. 1754. erzählt der Graf von Büffon seine Versuche, aus kreisrunden Stücken Spiegelglases, denen er Brennspiegelkrümmung gegeben hatte, Brennspiegel zusammenzusetzen, die an Wirkung den Villetschen und Tschirnhausischen nichts nachgaben. Auch gehören hieher Zeihers Versuche aus ebenen Glasplatten, welche heiß gemacht und auf metallene Schüsseln gelegt, die Gestalt der Schüsseln annahmen, einen Brennspiegel zusammenzusetzen. Neuerlich goß Hr. le Febure zu Bonn Kugel: Brennspiegel von 5 Fuß im Durchmesser, $5\frac{1}{2}$ Fuß Brennweite, und einem Brennraum in der Größe einer Pistolenkugel, aus Metall: Composition. (Man sehe Gehlers Physicalisches Wörterbuch, Art. Brennspiegel.)

26. Die erhabenen Spiegel stellen die Gegenstände verkleinert vor, und zwar desto kleiner, je kleiner des Spiegels Halbmesser ist.

27. Ein erhabener cylindrischer Spiegel ist der Länge nach ein ebener Spiegel: denn in dieser Lage liegen die Theile desselben in geraden Linien; nach der Quere aber mit der Grundfläche parallel liegen die Theile in Kreisen, und hat der Spiegel die Natur des erhabenen. Daher stellt ein solcher Spiegel die Gegenstände der Länge nach in ihrer wahren Gestalt und Größe, der Quere nach aber verkleinert dar.

28. Ein conischer erhabener Spiegel ist gleichfalls der Länge nach ein ebener Spiegel, der Quere nach aber als aus einer Menge erhabener Spiegel von immer kleinerm Durchmesser zusammengesetzt zu betrachten. Deswegen sind die Bilder,

die

die er darstellt, der länge nach den Gegenständen getreu, der Quere nach aber erscheinen diese in einem solchen Spiegel nach der Spitze des Kegels zu immer mehr verkleinert.

29. Anm. Wenn man die Gesetze, nach denen die Gegenstände in cylindrischen und conischen Spiegeln von bestimmter Gestalt und Größe gesehen werden, beobachtet; so lassen sich Vorschriften finden, solche Bilder zu entwerfen, die mit dem Auge unmittelbar beschauet sehr verzogen und ungeheuer aussehen, in einem dieser Spiegel aber in einer ordentlichen Gestalt erscheinen. Man hat diese Zeichnungsart Anamorphose genannt. Sie kann optisch, catoptrisch und dioptrisch seyn. Von der catoptrischen hat Simon Stevin zuerst geschrieben. Nachher haben sie mehrere gelehrt: Caspar Schott in seiner Magia naturali, Herbipol. 1657; Wolf in den Element. catoptr. Probl. 25. bis 27.; Leupold in seiner Anamorphosi mechanica nova, Lipf. 1714, (auch im Supplement zu Leupolds Theatr. Machin. S. 55.) der auch ein besonderes Instrument zur Verzeichnung der catoptrischen Anamorphose erfand, wovon auch in Saverien Diction. univerf. de Mathematique et Phyfique, art. Anamorphose, eine Beschreibung anzutreffen ist; Smith in dem Lehrbegriff der Optik, 2. B. 1. Th. 2. Kap.; C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech- Kunst, 2. Th. 7tes bis 12tes Kapitel.

Die Dioptrik.

1) Von der Brechung der Lichtstrahlen überhaupt.

1.

Fig. 19. Es sey cd eine lothrechte Wand auf der waagrechten Fläche ad; sie werde von S her beschienen, so ist ihr Schatten dt. Man fülle den Raum vor cd, wo sich ihr Schatten befindet, mit Wasser an, so wird der Schatten kürzer, und nur von d bis v reichen. Eben dies geschieht, wenn ein gläserner Würfel auf der Schattenseite an cd angelegt wird.

2. Aus diesem Erfolge läßt sich schließen: daß Lichtstrahlen, wenn sie aus einer dünnern Materie in eine dichtere übergehen (wie hier aus Luft in Wasser, oder Glas), aus ihrer Richtung gebracht werden.

Eben dasselbe muß ihnen widerfahren, wenn sie aus einer dichtern Materie in eine dünnere übergehen (wie aus Wasser und Glas, in Luft); nur daß diese Aenderung der Richtung des Strahls der vorigen entgegengesetzt ist. Sc bekömmt in dem erstern Falle die Lage cv, und vc in dem letztern die Lage cS.

Diese Aenderung der Richtung des Lichtstrahls ereignet sich aber nur in der gemeinschaftlichen

lichen Grenze der dünnern und dichtern Materie. In jeder durchgängig gleichförmig dichten Materie gehet er gerade fort.

Anm. Es giebt noch andere Arten von Erfahrungen, welche die Richtigkeit dieser geschlossenen Eigenschaft des Lichts bestätigen.

3. Man nennt diese Aenderung der Richtung eines Lichtstrahls bei seinem Uebergang in eine anders dichte Materie die Brechung (refractio); die gemeinschaftliche Grenze, in der sich die Brechung ereignet, die brechende Fläche ad; eine gerade Linie, in einem Punct, wo der Strahl einfällt, auf der brechenden Fläche senkrecht, das Einfallsloth (Neigungsloth) rvw, des einfallenden Strahls Winkel damit, den Einfallswinkel (Neigungswinkel) rvc; des gebrochenen Strahls Winkel damit den gebrochenen Winkel zvw; und den Winkel, den beide, der einfallende und gebrochene Strahl mit einander machen, den Brechungswinkel, qvz.

Wenn die brechende Fläche krumm ist, so ist das Einfallsloth eine senkrechte Linie auf einer Ebene, von der die krumme Fläche in dem Einfallspuncte berührt wird; also bei Kugelflächen ist es der Halbmesser.

4. Die Erfahrung lehrt, daß allemal der gebrochene Strahl mit dem einfallenden und dem Einfallslothe in einerlei Ebene liegen, die daher den Namen Brechungs-Ebene erhalten kann. In dieser lassen sich cd, dt und dv messen, und

daraus

daraus alle genannten Winkel berechnen, und durch Vergleichung ihr Verhältniß gegen einander finden.

So findet man dann allemal: 1) daß der gebrochene Winkel kleiner als der Einfallswinkel ist, wenn der Strahl aus einer dünnern Materie in eine dichtere übergeht, oder daß der Strahl in diesem Falle nach dem Einfallsloth zu gebrochen werde; größer aber in dem umgekehrten Falle, oder daß der Strahl dann von dem Einfallslothe abwärts gebrochen werde.

2) Daß in einer und derselben brechenden Materie der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gebrochenen Winkels ein beständiges Verhältniß habe, der Strahl falle unter einem Winkel ein, wie man will. Man nennt dieses das Brechungsverhältniß (Verhältniß der Refraction).

3) Daß das Brechungsverhältniß, wenn der Strahl aus Luft in Glas fährt, sehr nahe wie 3 : 2 ist; wenn er aber aus Luft in Wasser übergeht, sehr nahe wie 4 : 3.

4) Daß dieses Verhältniß bei dem Uebergange des lichtes aus der dichtern Materie in die dünnere in umgekehrter Ordnung einerlei sey mit dem Brechungsverhältnisse bei dem Uebergange aus der dünnern in die dichtere, vorausgesetzt, daß beide Materien in beiden Fällen dieselbigen sind.

5. Hier-

5. Hieraus folgt, daß der gebrochene Winkel desto kleiner werde, je kleiner der Einfallswinkel ist; und daß ein senkrecht auf die brechende Fläche fallender Strahl ganz ungebrochen durchgeht; ferner, daß, wenn über und unter einer brechenden Materie abcd Materie von einerlei Dichte sich befindet, und die obere und untere Brechungsflächen parallel sind, der ausfahrende Strahl vz mit dem einfallenden Sc parallel gebrochen werde, und also der Strahl nach dem Durchgange durch abcd seinen Weg wie vorher fortsetze: denn es ist allemal sin. tcd : sin. vcd = sin. zvw : sin. qvw; was auch für ein Brechungsverhältniß statt findet, und qvw = vcd; also auch tcd = zvw, und zv parallel mit tcs. Fig. 19.

6. Wenn die lage des einfallenden Strahls d. i. dessen Einfallswinkel bekannt ist; so kann man die lage des gebrochenen, oder die Größe des gebrochenen Winkels durch Rechnung mit Hülfe der logarithmen finden.

1) Wenn der Strahl Sc aus luft in Glas fährt, so ziehe man log. $\frac{3}{2}$ von dem Sinus des Einfallswinkels tcd ab; so giebt der Rest den Sinus des gebrochenen Winkels vcd.

2) Wenn der Strahl cv aus Glas in luft übergeht, so addire man log. $\frac{3}{2}$ zu dem Sinus des Einfallswinkels qvw; so ist die Summe der Sinus des gebrochenen Winkels zvw.

Anm. 1. Es sey z. B. in dem erstern Falle tcd = 54°; so ist

log.

log. $\frac{3}{2}$ = log. 3 — log. 2 = 0,1760912
log. sin. 54° = 9,9079576

log. sin. vcd = 9,7318664

und das ist log. sin. eines Winkels von 32° 38′; also vcd = 32° 38′.

Es sey in dem zweiten Falle cvr = qvw = 32° 38′; so ist

log. $\frac{3}{2}$ = log. 3 — log. 2 = 0,1760912
log. sin. 32° 38′ = 9,7318664

log. sin. zvw = 9,9079576

und das ist log. sin. eines Winkels von 54°; also zvw = 54°. Welches mit der letzten Folgerung in 5 übereintrifft.

Anm. 2. Man kann auch durch Zeichnung die Lage des gebrochenen Strahls finden, wovon in den Vorlesungen. Zahn beschreibt (in seinem ocul. artif. Fund. II. Synt. 1. cap. 2.) ein von ihm erfundenes Instrument, zu diesem Behuf, das aber noch weniger als die Rechnung und Zeichnung das Gesuchte genau angeben kann.

Anm. 3. Nach einem ähnlichen Verfahren findet man die Lage des gebrochenen Strahls bei Luft und Wasser, wenn man statt log. $\frac{3}{2}$ setzt log. $\frac{4}{3}$; und so für alle andere brechende Materien, den Logarithmen ihres Brechungsverhältnisses, so bald ihr Brechungsverhältniß bekannt ist.

7. Bei sehr kleinen Einfallswinkeln, wo sich die Winkel beinahe wie ihre Sinus verhalten, kann man den gebrochenen Winkel für einen Strahl aus Luft in Glas vcd sogleich = $\frac{2}{3}$ tcd; und für einen Strahl aus Glas in Luft zvw = $\frac{3}{2}$ qvw nehmen. Bei größern Einfallswinkeln wird bei dieser Annahme ein Fehler begangen, der desto beträchtlicher wird, je größer die Winkel werden,

den, und bei einem Winkel von 30° schon mehr als $\frac{1}{2}$ Grad beträgt, indem $\frac{2}{3}$ sin. 30° = sin. 19° 28′.

Strahlen, die aus Glas in Luft gehen könnten, aber so schief auf die brechende Fläche fallen, daß ihr Einfallswinkel kleiner als 48° 12′ ist, gehen nicht aus dem Glase, sondern werden in demselben zurückgeworfen, eigentlich zurückgebrochen. Denn wenn cvd = 48° 12′, so ist qvw, seine Ergänzung zum rechten Winkel = 41° 48′; und sin. 41° 48′ ist = 6,666666 für sinus totus 10,000000; also wird sin. zvw = $\frac{3}{2}$ sin. 41° 48′ = $\frac{3}{2}$ 6,666666 = 9,999999 = 10,000000 = sin. 90°; folglich zvw ein rechter Winkel und der gebrochene Strahl zv geht längs der brechenden Ebene hin. Für einen kleinern Einfallswinkel als 48° 12′ wird qvw größer als 41° 48′, und folglich zvw größer als ein rechter Winkel. Hiermit stimmt auch die Erfahrung überein.

8. Anm. 1. Die Strahlenbrechung, eine so augenscheinliche Eigenschaft des Lichts, mußte schon den Alten bekannt seyn; aber sie stellten keine genaue Untersuchungen darüber an, daher ihre Begriffe davon nur dunkel blieben. Ptolemäus Optik, in welcher er von der astronomischen Strahlenbrechung gehandelt haben soll, ist verlohren gegangen. Aus dem 12ten Jahrhundert ist des Arabischen Gelehrten Alhazen, und des Vitellio Commentar dazu aus dem 13ten Jahrhundert, noch vorhanden, beide von Friedrich Risner (Opticae thesaurus 1572.) herausgegeben; aus welchen erhellet, daß diese in Untersuchung der Strahlenbrechung weiter gingen, aber nicht so glücklich waren, etwas Genaues

dar-

darüber zu bestimmen. Kepler kam durch seine sorgfältigen Untersuchungen der Wahrheit näher (in Paralipomenis ad Vitellionem, Frf. 1604; und seiner Dioptrice, Aug. Vind. 1611. ax. 7. 8.), indem er in der letztern Schrift schon behauptet: bei der Brechung aus Luft in Glas betrage der gebrochene Winkel $\frac{2}{3}$ des Einfallswinkels, wenn der letztere unter 30° sey (§. 7.); aber das wahre Verhältniß mittelst der Sinus zu finden, fiel ihm nicht ein. Scheiner und Kircher stellten über die Stärke der Brechung in allerhand durchsichtigen Materien noch mehr Versuche an, wobei sie sich, so wie auch Kepler, eines besondern Instruments, das den Namen instrumentum anaclasticum bekommen hat, bedienten (m. s. Kirchers ars magna lucis et umbrae; Keplers Dioptrik, und Priestleys, Geschichte der Optik von Klügel übersetzt S. 86; auch Gehlers physikal. Wörterbuch, Art. Anaklast. Werkzeug). Endlich entdeckte Willebrord Snellius, der aber 1626 zu früh starb, ehe er seine Entdeckung bekannt machen konnte, (Huyghens hat aber sein Manuscript gesehen) das wahre Verhältniß, das er so ausdrückte: die Cosecanten des gebrochenen und Einfallswinkels sind für einerlei brechende Materie in einem beständigen Verhältnisse; welches Descaries in seiner 1637 herausgekommenen Dioptrik nur bequemer so ausdrückte: die Sinus des Einfalls- und gebrochenen Winkels haben bei einerlei brechenden Materie ein beständiges Verhältniß.

Anm. 2. Vorschriften, das Brechungsverhältniß bei verschiedenen Materien zu finden, geben Huyghen in seiner Dioptrik; Martin in Philos. Britannica 8te Vorles. S. 422. der deutschen Uebersetzung; Hauksbee in Experiences Physico-Mechaniques, trad. par de Bremond, Paris 1754. 2ter B. 4tes Cap. S. 439. In den Memoir. de l' Ac. de Berlin 1767. ist des Duc de Chaulnes sinnreiche Methode, durch Betrachtung von Gegenständen, die unter Glasplatten liegen, die Brechungsverhältnisse des Glases mit dem

Mikros

Mikroscop zu bestimmen, beschrieben worden. Cadet und Brisson füllten eine hohle Glaslinse mit verschiednen durchsichtigen Flüssigkeiten, und maßen die Weiten, in der sich das Bild eines immer gleich weit von der Linse abstehenden Gegenstandes deutlich darstellte, und fanden so die brechende Kraft der Flüssigkeiten. (Memoir. de l' Ac. des Sc. 1774.)

Anm. 3. Bei den Untersuchungen, wie Licht aus dem luftleeren Raum in Luft übergeht, hat man das Brechungsverhältniß wie 1 : 0,99736 gefunden (Martin Philos. Britannic. 8te Vorles. S. 449; und Detail de l' experience de la refraction de l'air dans le vuide par Mr. de l' Isle le Cadet, in den Memoir. de l' Ac. des Sc. 1719.)

Anm. 4. Merkwürdig und ungewöhnlich ist die Brechung, welche der Isländische Krystall, durch den die Gegenstände doppelt erscheinen, zeigt (Erasmi Bartholini experimenta crystalli Islandici dysdiaclastici, Kopenh. 1670; Huyghen de la lumiere, Leid. 1690. chap. 5; Newtons Optik in der 17ten der am Ende beygefügten Fragen; de la Hire in den Memoir. de l' Ac. des Sc. 1710. S. 454.)

2) Von den Augengläsern.

9. Die Augengläser, oder Glaslinsen, sind runde Stücken rund und glatt geschliffenen Glases. Sie sind entweder planconvex, einzelne Kugelabschnitte; oder doppeltconvex, zwei mit ihren Grundflächen an einander schließende Kugelabschnitte; oder planconcav, deren eine Seite eben, die andere eines Kugelabschnittes hohle Fläche ist; oder doppeltconcav, die auf beiden Seiten nach Kugelabschnitten hohl ausgeschliffen sind; oder concavconvex, deren eine Seite er-

haben, die andere hohl, und erstere nach einem größern Halbmesser, als letztere, geschliffen ist; Meniskus, deren eine Seite erhaben, die andere hohl, aber erstere nach einem kleinern Halbmesser als letztere geformt. Mehr Arten von Glaslinsen, die von ebenen und kugelförmigen Flächen begrenzt sind, lassen sich nicht denken.

10. Eine gerade Linie auf einem Punct in der Mitte einer Glaslinse senkrecht, heißt die Axe der Linse. Diese gehet bei den doppeltconvexen und doppeltconcaven, desgleichen bei dem Meniskus und dem concavconvexen Glase durch beider Flächen Mittelpuncte. Die ebene Fläche einer Glaslinse kann als eine Kugelfläche angesehen werden, deren Halbmesser unendlich groß ist; die hohle Fläche aber als eine Kugelfläche mit verneintem Halbmesser.

11. Wenn die Gestalt einer Glaslinse bestimmt gegeben ist, so läßt sich sowol durch Zeichnung, als durch Rechnung finden, wie ein einfallender Strahl von gegebener Lage durch die Glaslinse gebrochen wird.

Fig. 21. a) Durch Zeichnung: Man zeichne im Durchschnitte die Hälfte der Glaslinse nach der bestimmten Gestalt anb; es sey an die Vorderfläche und deren Halbmesser ac, bn die Hinterfläche und deren Halbmesser bm. Man zeichne den einfallenden Strahl nach der gegebenen Lage desselben; es sey dieser dp und komme aus einem Punct der Axe d; dieser Strahl würde verlängert pv seyn. Man ziehe das Einfallsloth, welches

ches hier der Halbmesser ist, pc, und zeichne nach den Brechungsgesetzen in 4 und 7 den in dem Glase gebrochenen Strahl pq; dieser wird verlängert qe und schneidet die Axe in e. Man zeichne dieses Strahls Einfallsloth auf die Hinterfläche, den Halbmesser mq, und wieder nach 4 und 7 den in der Luft gebrochenen Strahl qf, welcher die Axe in f schneidet. Auf diese Art kann man den ganzen Weg des zweimal durch die Linse gebrochenen Strahls dpqf zeichnen, und bf messen.

Anm. Hier ist das doppeltconvexe Glas zum Beispiel genommen. Es ist leicht einzusehen, daß man auf ähnliche Art bei andern Glaslinsen verfahren könne. Alles kömmt darauf an, die Einfallslothe und die gebrochenen Strahlen nach den bekannten Brechungsverhältnissen recht zu zeichnen, wobei man meistens schon nach 7 ohne beträchtlichen Fehler verfahren kann.

12. b) Durch Rechnung. Angenommen, daß der Strahl dp sehr nahe bei der Axe auf das Glas fällt, so sind der Bogen ap, die Winkel pdc und pcb, und ihre Summe cpv, sehr klein, auch beinahe dp = ad. Man setze den Halbmesser der Vorderfläche ca = r, den Halbmesser der Hinterfläche bk = ϱ, ad = b, die Dicke des Glases ab = c, das Brechungsverhältniß = m : n; so hat man

1) den gebrochenen Winkel bei der Brechung aus der Luft in das Glas $cpe = \frac{n}{m} cpv$ (nach 7).

2) Die Entfernung des Punctes e, in welchem dieser gebrochene Strahl die Axe schneidet, von dem Glase, $=be$, findet man auf folgende Art: In dem Dreieck cpd verhalten sich die Seiten dp und cp eigentlich wie die Sinus ihrer gegenüberstehenden Winkel; weil diese hier aber sehr klein sind, auch wie die gegenüberstehenden Winkel selbst; also $cp:dp=d:bcp$, oder $r:b=d:bcp$; und $bcp=\frac{b.d}{r}$; folglich $cpv=d+\frac{b.d}{r}=\frac{b+r}{r}d$ (unter einerlei Benennung gebracht und addirt); und also $cpe=\frac{n(b+r)}{m.r}d$ (nach 7).

Eben so hat man in dem Dreieck cpe, $e:cpe=cp:ce$, oder $e:cpe=r:ce$, und $e=bcp-cps$ (weil $bcp=e+cpe$) $=\frac{b.d}{r}-\frac{n(b+r)}{m.r}d=\left(\frac{b}{r}-\frac{n(b+r)}{m.r}\right)d=\left(\frac{bmr}{rmr}-\frac{rnb+rnr}{rmr}\right)d=\left(\frac{bm-nb-nr}{mr}\right)d=\frac{(m-n)b-nr}{mr}d$; folglich nach obiger Proportion $ce=\frac{r.cpe}{e}=\left(\frac{r.n(b+r)}{m.r}d:\frac{(m-n)b-nr}{m.r}d\right)$ (wenn die Werthe für cpe und e gesetzt werden),

oder

oder $= \frac{n(b+r)r}{(m-n)b-nr}$, (weil beide Brüche einerlei Nenner haben und d sich mit d aufhebt).

Nun ist $ce + ca - ab = be = ce + r - c$;

also $be = \frac{n(b+r)r}{(m-n)b-nr} + r - c =$

$\frac{bmr}{(m-n)b-nr} - c$ (wenn r wirklich addirt wird). Ist nun c in Vergleichung mit b und r klein, so kann es ganz wegfallen, und dann ist schon $be = \frac{bmr}{(m-n)b-nr}$. Eben so groß kann qe angenommen werden, weil wegen des sehr kleinen bq, sehr nahe $qe = be$ ist.

3) Auch ist aus eben dem Grunde $bf = qf$ anzunehmen, und qf kann auf folgende Weise gefunden werden: Man sucht zuerst in dem Dreieck kqf die Winkel k und qfk; aber k findet man in dem Dreieck qke nach der Proportion $kq : qe = e : k$, oder $\varrho : qe = e : k$; also $k = \frac{e.qe}{\varrho}$.

Daher ferner $k + e = tqe$, oder des aus dem Glase in die Luft gebrochenen Strahls Einfallswinkel $= \frac{qe+\varrho}{\varrho} e$; also weiter der gebrochene Winkel $tqf = \frac{m}{n} tqe$ (nach 4 und 7) $=$

$\frac{m(qe+\varrho)}{n.\varrho}e$; folglich der andere gesuchte Win=

kel $gfk = tqf - k = \left(\frac{m(qe+\varrho)}{n.\varrho} - \frac{qe}{\varrho}\right)e =$

$\frac{m.qe+m\varrho-n.qe}{n\varrho}e$, (wenn die Brüche un=

ter einerlei Benennung gebracht abgezogen wer=

den, und was sich aufhebt weggelassen wird,) oder

$qfq = \frac{(m-n)qe+m\varrho}{n\varrho}e.$

Hierauf findet man in dem Dreieck qfk nach der Proportion $qfk:k = qk:qf$, oder $qfk:k = \varrho:qf$, endlich $qf = \frac{\varrho.k}{qfk} = \frac{\varrho.qe}{\varrho}e:$

$\frac{(m-n)qe+m\varrho}{n\varrho}e = \varrho.\frac{n.qe}{(m-n)qe+m\varrho}$

(wenn die Brüche wirklich dividirt werden und was sich aufhebt weggelassen wird).

Eben so groß ist also auch $bf = \varrho.\frac{n.qe}{(m-n)qe+m\varrho}$.

4) Setzt man nun in den Nenner dieses Werthes statt qe dessen oben gefundenen Werth, und läßt c als unbeträchtlich klein weg, so hat man

$n.qe = \frac{bmnr}{(m-n)b-nr}$ und $m.qe = \frac{bmmr}{(m-n)b-nr}$; also $(m-n)qe + m\varrho$

$$+ m\varrho = \frac{bmmr - bmnr}{(m - n)\,b - nr} + m\varrho =$$

$$\frac{bmmr - bmnr + bmm\varrho - bmn\varrho - mnr\varrho}{(m-n)\,b - nr} =$$

$$\frac{bm\,(m-n)\,.\,(r+\varrho) - mnr\varrho}{(m-n)\,b - nr}$$, des Werthes für bf Nenner. Also nun endlich bf =

$$\varrho\,.\,n\,.\,qe : \frac{bm\,(m-n)\,.\,(r+\varrho) - mnr\varrho}{(m-n)\,b - nr} =$$

$$\frac{\varrho\,.\,n\,.\,bmr}{(m-n)\,b - nr} \cdot \frac{(m-n)\,b - nr}{bm\,(m-n)\,(r+\varrho) - mnr\varrho} =$$

$$\frac{bmnr\varrho}{bm\,(m-n)\,(r+\varrho) - mnr\varrho} =$$

$$\frac{bnr\varrho}{b\,(m-n)\,(r+\varrho) - nr\varrho}$$; welcher Werth sich auch so ausdrücken läßt: bf =

$$\frac{nr\varrho}{(m-n)(r+\varrho) - nr\varrho : b}$$ (wenn Zähler und Nenner des Bruchs mit b dividirt werden).

13. Je weiter der Strahl von d herkömmt, desto größer wird b; desto kleiner aber in dem für bf gefundenen Werthe des Nenners zweiter Theil $nr\varrho : b$. Wenn der Strahl unendlich weit herkömmt, so daß er parallel mit der Axe auf die Glaslinse fällt, so ist b unendlich groß und $nr\varrho : b$ eine unangeblich kleine Größe, die aus jenem Werthe wegbleiben kann; und dann ist bf oder die Entfernung des Puncts, in welchem der

durch die Glaslinse gebrochene Strahl die Axe schneidet $= \frac{nr\varrho}{(m-n)(r+\varrho)} = \frac{2r\varrho}{(3-2)(r+\varrho)}$

$= \frac{2r\varrho}{r+\varrho}$, wenn $m:n = 3:2$ (nach 4.)

14. Es ist offenbar, daß dieses $\frac{2r\varrho}{r+\varrho}$ für alle parallel und sehr nahe um die Axe herum auffallende Strahlen gilt, weil für alle die Einfallswinkel fast von gleicher Größe sind, und demnach auch alles übrige. Dergleichen Strahlen werden also alle von dem doppeltconvexen Glase (welches hier zum Beispiel genommen war) um einen Punct der Axe hinter dem Glase verdichtet, und brennen daselbst. Man nennt deswegen diesen Punct den Brennpunct der Glaslinse, und seine Entfernung von derselben ihre Brennweite.

15. Diese ist demnach für die doppeltconvexe linse $= \frac{2r\varrho}{r+\varrho}$, oder wird gefunden, wenn das doppelte Product beider Halbmesser durch derselben Summe dividirt wird, und bleibt einerlei, welche Fläche man auch den Strahlen entgegen halte; und für die doppeltconvexe linse, die auf beiden Seiten gleich viel, d. i. nach einerlei Halbmesser, erhaben ist, wo $r = \varrho$ gemacht,

$= \frac{2rr}{2r} = r$, oder ihr Brennpunct liegt um den Halbmesser hinter ihr.

Anm. 1.

Anm. 1. Gesetzt, es wäre $r = 8'$ und $\varrho = 6'$, so ist die Brennweite $l = \frac{2.8.6}{8+6} = \frac{96}{14} = 6\frac{6}{7}$ fast 7; oder es wäre $r = 8 = \varrho$; so ist auch $l = 8$.

Anm. 2. Alle andere erhabene Glaslinsen, als die planconvexen, und der Meniskus müssen gleichfalls brennen; indem sie, wie die doppeltconvexen, die als parallel anzunehmenden Sonnenstrahlen gleichfalls hinter sich nach der Axe zu zusammen brechen. Sie heißen daher auch Sammlungslinsen, oder Brenngläser.

16. Bei einem planconvexen Glase ist die Brennweite (weil $r + \varrho = r + \infty$ fast nichts mehr als ϱ ist; und so auch $r + \varrho = \infty + \varrho$ fast nichts mehr als r,) $= \frac{2r\varrho}{\varrho} = 2r$, oder $= \frac{2r\varrho}{r} = 2\varrho$, allemal dem Durchmesser der convexen Seite gleich, diese sey den Strahlen entgegengehalten, oder nicht; also allemal doppelt so groß, als bei der doppeltconvexen Linse mit eben der Krümmung.

17. Bei dem Meniskus ist, wenn die erhabene Fläche den Strahlen entgegengehalten wird, ϱ der Halbmesser der hohlen Fläche und verneint, auch $> r$ (nach 9. und 10.) also $r + \varrho$, wo ϱ verneint ist, auch noch verneint; desgleichen $r\varrho$ auch verneint. Also $\frac{2r\varrho}{r+\varrho}$, oder $\frac{-2r\varrho}{-r+\varrho}$ der Quotient aus zwei verneinten Größen, bejaht. Würde die hohle Fläche den Strahlen zu-

gekehrt, so wäre der Vorderfläche Halbmesser r verneint, und die Brennweite $= \frac{-2r\varrho}{\varrho - r}$ wieder bejahet, weil wieder der verneinte Halbmesser, itzt r, größer als der bejahte, itzt ϱ, ist.

Anm. Es sey z. B. $r = 4$; $\varrho = -6$; so ist die Brennweite $\frac{2 \cdot 4 \cdot -6}{41 - 6} = \frac{-48}{-2} = +24$.

18. Bei der ganzen Kugel darf man die beträchtliche Dicke nicht aus der Acht lassen. Ihre Brennweite, als eines doppelconveren Glases mit gleich gekrümmten Flächen ist daher $\frac{1}{4}$ ihres Durchmessers.

Denn (nach 2.) ist $qe = \frac{mbr}{(m-n)b - nr} - c$, oder (hier für $c = 2r$ gesetzt und mit b Zähler und Nenner dividirt) $= \frac{mr}{(m-n) - nr:b} - 2r$. Hier kann wieder $nr : b$ als ein sehr kleines wegfallen, weil b unendlich ist, also ist $qe = \frac{mr}{m-n} - 2r = \frac{2n-m}{m-n} r$.

Schreibt man diesen Werth statt qe in den Werth für qf, und statt ϱ das gleiche r; so wird der Zähler des Werthes für $qf = \frac{(2n-m)\,nr^2}{m-n}$;

und der Nenner $= \frac{(m-n)(2nr - mr)}{m-n}$

$+ mr$

$+ mr = 2nr - mr + mr = 2nr$. Folglich die Brennweite $\frac{(2n - m)\, nr^2}{2(m - n)\, nr} = \frac{(2n - m)\, r}{2(m - n)}$; oder, wenn $n : m = 2 : 3$, $= \frac{4 - 3}{6 - 4} r = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ Durchmesser.

19. Bei einer Planconcavlinse ist der ebenen Fläche Halbmesser unendlich, und der hohlen Fläche Halbmesser verneint. Also ist $r + \varrho$ immer fast nichts mehr als r, oder als ϱ, je nachdem r oder ϱ unendlich angenommen, d. h. den Strahlen die ebene, oder hohle Fläche entgegen gehalten wird; und ferner ist $2r\varrho$ immer $= -2r\varrho$, weil entweder r oder ϱ verneint ist. Demnach hat man für die Brennweite einer planconcaven Linse den Ausdruck $= \frac{-2r\varrho}{\varrho} = -2r$, oder $\frac{-2r\varrho}{r} = -2\varrho$, allemal $=$ dem Durchmesser der hohlen Fläche; aber der Brennpunct (der hier, wie bei allen Hohlgläsern, eigentlich nur Vereinigungspunctder durch das Hohlglas gebrochenen Parallelstrahlen ist,) liegt nicht hinter, sondern vor dem Glase, und alle Hohlgläser brechen die aufgefangenen Parallelstrahlen so, daß diese hinter dem Glase von einander fahren, und aus der parallelen lage in eine divergirende kommen,

und

und ihr Vereinigungspunct kann auch als ihr Zerstreuungspunct betrachtet werden.

20. Denn auch für die doppeltconcave Linse wird die Brennweite $\frac{2r\varrho}{r+\varrho}$ verneint, wie man leicht einsieht; weil nämlich hier beide Halbmesser verneint sind, so ist $\frac{-2r \text{ mal } -\varrho}{-r \text{ und } -\varrho} =$

$\frac{+2r\varrho}{-r+\varrho} = -\frac{2r\varrho}{r+\varrho}$.

Für eine doppeltconcave Linse, die auf beiden Seiten gleichviel hohl ist, hat man die Brennweite $= -\frac{2r^2}{2r} = -r$, so groß als der Halbmesser jeder Fläche, und vor dem Glase liegend.

21. Für die concavconvexe Linse ist ein Halbmesser verneint, und dieser jedesmal kleiner, als der andere bejahete; also bleibt sowol r und $-\varrho$, als ϱ und $-r$ bejahet; aber $2r\varrho$ wird verneint; folglich ist hier die Brennweite $\frac{-2r\varrho}{\varrho-r}$

oder $\frac{-2r\varrho}{r-\varrho}$ allemal verneint. Auch dieser Linse Brennpunct ist nur Vereinigungspunct der gebrochenen Parallelstrahlen.

22. Aus der Formel für die Brennweite l (in 13.) $l = \frac{nr\varrho}{(m-n)(r+\varrho)}$ folgt, daß $nr\varrho = (m-n)(r+\varrho)l$ sey, wenn b, wie vorausgesetzt wurde, unendlich ist, oder die Strahlen parallel auffallen. Wenn man b endlich nimmt, d. i. die Strahlen aus einem Puncte der Axe d nicht parallel mit ihr nahe um ihr auffallen, so muß man für bf den Werth $\frac{bnr\varrho}{(m-n)b(r+\varrho)-nr\varrho}$ (in 12. Nr. 4.) behalten. Schreibt man in diesem den eben gefundenen Werth für nrϱ statt dessen, so hat man

$$bf = \frac{(m-n)(r+\varrho)bl}{(m-n)b(r+\varrho)-(m-n)(r+\varrho)l}$$

$$= \frac{bl}{b-l}$$ (wenn mit $(m-n)(r+\varrho)$ der Zähler sowol als jeder Theil des Nenners dividirt wird).

Man sieht leicht, daß dieser Werth nicht blos für den einen Strahl, der aus einem Punct in der Axe des Glases schräg, aber nahe um die Axe, auffällt, sondern auch für alle übrigen aus diesem Punct, in ap gleicher Entfernung von der Axe, auffallenden, genau gelte. Für noch andere Strahlen, die der Punct d auf das Glas nahe um die Axe herum sendet, gilt er zwar nicht völlig, aber doch beinahe völlig, weil alle Einfallswinkel unbeträchtlich wenig untereinander und von dem des Strahls pq verschieden sind.

Anm. Wie man den physischen und geometrischen Brennpunct aller dieser sphärischen Glaslinsen durch Versuche finden kann, lehren, Smith in seinem Lehrbegr. der Optik S. 17. u. f; und Hr. Prof. Klügel in seiner analyt. Dioptrik 2 Theil 1 Abschnitt.

23. Diese Betrachtungen leiten auf den Schluß, daß es für die Strahlen jedes leuchtenden Punctes, dem eine Glaslinse gerade entgegen gehalten wird, welche sehr nahe um die Axe der Linse auffallen, einen Punct in der Axe gebe, in welchem sie alle wieder entweder wirklich vereinigt werden (bei allen erhabenen Linsen) oder als vereinigt gedacht werden können (bei allen hohlen Linsen). Diesen Punct kann man das Bild des leuchtenden Punctes nennen; die allgemeine Formel für dessen Weite vom Glase, die künftig immer D genannt werden soll, ist $\frac{bl}{b-l}$, wenn b der Abstand des leuchtenden Punctes vom Glase, und l die Brennweite des Glases ist.

Anm. 1. Es sey eines Glases Brennweite $l = 10'$, und der leuchtende Punct davon $60'$ weit entfernt, so ist $D = \frac{600}{50} = 12'$.

Anm. 2. Bei den erhabenen Gläsern hat man ein wirkliches physisches Bild hinter dem Glase, bei den Hohlgläsern aber nur ein eingebildetes, geometrisches, vor dem Glase.

24. Bei der Vergleichung der Brennweite und des Bildes Weite, findet man

1) daß

1) daß beide einerlei sind, wenn der leuchtende Punct so weit vom Glase ist, daß seine Strahlen parallel auffallen: denn alsdenn kann aus dem Werth für $D = bf$, das b weggeschafft werden, und D wird wie $l = \frac{2r\varrho}{r + \varrho}$ (nach 13.); oder dann ist $b - l$ fast um gar nichts geringer als b; also $\frac{bl}{b - l} = \frac{bl}{b} = l$.

2) daß aber beide verschieden sind, wenn die Strahlen schräg auf die Linse fallen, und von einem angeblich weiten Punct kommen: Denn nun kann $b - l$ beträchtlich kleiner seyn als b; also $\frac{bl}{b - l} > \frac{bl}{b}$, oder $> l$.

Allemal liegt also alsdann das Bild weiter vom Glase, als der Brennpunct; und sein Abstand ist $D - l = \frac{bl}{b - l} - l = \frac{bl - bl + l^2}{b - l}$

$= \frac{l^2}{b - l}$.

Dieser Abstand des Bildes von dem Brennpuncte wird desto größer, je weniger l von b übertroffen wird, oder je näher sich das Glas dem leuchtenden Puncte befindet: denn desto kleiner wird dann $b - l$ und also $\frac{l^2}{b - l}$ desto größer.

Wäre

Wäre das Glas von dem leuchtenden Puncte nur um die Brennweite entfernt, also $b = l$; so würde $b - l = o$ und $\frac{l^2}{o} = \infty$ seyn, d. h. die gebrochenen Strahlen vereinigen sich erst in einer unendlichen Entfernung in der Axe, sind also parallel und es giebt kein Bild.

Läge der leuchtende Punct dem Glase näher, als dessen Brennpunct, so wäre $l > b$, und $b - l$ würde verneint werden; folglich auch $\frac{l^2}{-(b-l)}$ verneint, oder der Vereinigungspunct der gebrochenen Zahlen liegt vor dem Glase, und sie gehen so aus einander, als wenn sie von einem Puncte vor dem Glase, der aber weiter als die Brennweite davon abliegt, kämen.

25. **Anm.** Jeder Glaslinse hintere Fläche wirft auch einige Strahlen wieder zurück, die wieder durch die Vorderfläche gehen und da nochmals gebrochen werden. Hr. Hofr. Kästner hat gezeigt, wie man sich dieses Umstandes bedienen könne, durch Versuche eines Glases Halbmesser zu finden. (Kästners astronom. Abhandlungen Th. II. Samml. 6. Abh. 9.) Wenn man Glaslinsen auf einer Seite belegt, so dienen sie als Hohlspiegel. (M. s. Häseler, über die Theorie der sphärischen gläsernen Spiegel, Wolfenb. 1775.)

26. Erhabener nennt man eine Glaslinse, wenn sie eine kürzere Brennweite hat, als eine andere, die dagegen die flächere heißt. Eine von den Flächen der letztern g kann zwar erhabener seyn, als eine von den Flächen der erstern, G;

dem-

demungeachtet kann dagegen die andere Fläche der Linse g so viel weniger gekrümmt seyn, als eben die der erstern Linse G, daß doch die Linse g die Parallelstrahlen weniger bricht als G, so daß sie in größerer Entfernung von ihr erst sich vereinigen.

Es habe eine flächere Linse g die Brennweite L, $>$ l die Brennweite einer erhabenern G; für beide sey die Entfernung vom Gegenstande $=$ b; so ist des Bildes Abstand hinter des Glases Brennpunct, für g, $= \frac{L^2}{b - L}$; und für G, $= \frac{l^2}{b - l}$. Man hat aber $L^2 > l^2$, und $b - L < b - l$; also $\frac{L^2}{b - L} > \frac{l^2}{b - l}$; und daher $D - L > D - l$ (24. Nr. 2.)

Nun ist aber der flächern Linse Brennweite selbst größer, als der erhabenern ihre; also $D - L + L > D - l + l$; oder D für g $>$ D für G; d. h. das Bild eines von beiden Linsen gleich weit entfernten Gegenstandes liegt weiter hinter der flächern, als hinter der erhabenern.

Wäre aber die flächere Linse weiter von dem Gegenstande in der Entfernung B, so könnte B wol so groß werden, daß $\frac{BL}{B - L} = \frac{bl}{b - l}$; also auch D für g $=$ D für G: oder das Bild

eines Gegenstandes kann eben die Weite einer flächern linse haben, die es von einer erhabenern hat, wenn die erstere linse weiter von dem Gegenstande liegt, als die letztere.

Fig. 21. 27. Ein Strahl da, dessen Weg die Axe einer Glaslinse selbst ist, wird gar nicht gebrochen und geht gerade durch: denn er fällt auf beiden Flächen senkrecht ein (5.). So giebt es auch für jeden Punct außerhalb der Axe der Glaslinse, der Strahlen auf sie sendet, einen ep, welcher zwar, bei seinem Eintritt in das Glas, und bei seinem Austritt aus demselben, gebrochen wird, aber so, daß er hinter dem Glase wieder völlig die Richtung, qg parallel ep, bekömmt, die er vor dem Glase hatte, so daß er, epqg, als ungebrochen betrachtet werden kann. Dieses findet nämlich für denjenigen Strahl statt, der auf einen Punct der vordern Fläche einfällt, dessen Berührungs-Ebene parallel ist mit der Berührungs-Ebene des Punctes in der hintern Fläche, in welchem er wieder aus dem Glase gehet (5.).

Fig. 20. 28. Dieser Strahl kömmt einer völligen geraden linie desto näher, je dünner das Glas ist. Man kann ihn als die Axe des Strahlenkegels, der von e auf das Glas fällt, betrachten, in der hinter dem Glase die nahe um sie her auffallenden und in dem Glase (nach 4. und 7.) gebrochenen Strahlen sich wieder vereinigen und ein Bild von e darstellen. Diese Bildesweite findet man nach 23.

29. Wenn

29. Wenn de eine gerade Linie auf eines converen Glases Axe senkrecht ist, so liegen ihre Endpuncte d und e fast gleichweit von dem Glase, oder ep ist fast = da; alsdann liegt auch g, das Bild von e, ohngefähr so weit hinter dem Glase als f, das Bild von d. Zwischen f und g liegen dann die Bilder aller übrigen Puncte in der linie de, fg ist also ein vollkommnes Bild von de, und liegt verkehrt: denn die Axe ep des von e auffallenden Strahlenkegels schneidet bei ihrem Durchgange durch das Glas in des Glases Mitte c dessen Axe und geht nachher auf die andere Seite dieser Axe hinüber.

30. In dem Dreiecke fcg verhalten sich die Seiten, welche die Weiten der Bilder vorstellen, cg : cf wie in dem Dreiecke dce die Seiten, welche die Weiten der abgebildeten Puncte vorstellen, ce : cd (weil nämlich in der Formel $\frac{bl}{b - l}$ für cg und cf die Brennweite l beständig ist, ihr Werth sich also nur nach b ändern kann); auch sind die Winkel fcg = ecd, als Verticalwinkel. Demnach sind die Dreiecke fcg und dce ähnlich, und fg : de = fc : cd; oder Bild und Gegenstand verhalten sich, wie ihre Weiten von der Linse.

Dieses gilt für den auf einer Seite der Axe liegenden Theil des Gegenstandes, also auch für den andern auf der entgegengesetzten Seite

liegenden, und folglich für alle, für einen ganzen Gegenstand.

31. Hier läßt sich ein Mittel finden, vermittelst einer convexen Glaslinse die scheinbare Größe eines Gegenstandes zu bestimmen. Denn, wenn in der Stelle des Glases ein Auge den Gegenstand de besähe, so wäre der Winkel dce $= \mu$ die scheinbare Größe desselben, eben so groß ist fcg $= \mu$; fg aber ist tang. μ für den Halbmesser cf, also tang. $\mu = \frac{fg}{cf}$, oder die Tangente der scheinbaren Größe wird gefunden, wenn man das durch eine convexe Linse hervorgebrachte Bild durch dessen Weite von dem Glase dividirt.

Liegt noch ein Theil des Gegenstandes auf der andern Seite der Axe, so muß man für jeden Theil die Tangente der scheinbaren Größe besonders berechnen, und daraus die scheinbare Größe des Ganzen zusammensetzen.

Anm. Wenn die hier vorkommenden Winkel, wie dce, so klein sind, daß man Tangente und Bogen für einander verwechseln kann, so giebt schon der Quotient aus des Bildes Größe mit des Bildes Weite dividirt die scheinbare Größe des Gegenstandes selbst.

32. So kann man auch umgekehrt, wenn eines Gegenstandes scheinbare Größe, seine Weite von dem Glase und des Glases Brennweite bekannt sind (aus den beiden letzten Stücken läßt sich nämlich des Bildes Weite cf (nach 23.) berech-

rechnen), die Größe des durch das Glas hervorgebrachten Bildes berechnen. Denn wenn tang. $\mu = \frac{fg}{cf}$; so ist $fg = cf$. tang. μ.

Anm. Es stelle z. B. de den wahren Halbmesser der Sonne vor, und μ sey für 16′. des Glases Brennweite sey 10′ = 120″, so ist wegen der großen Entfernung der Sonne des Bildes Weite einerlei mit der Brennweite (24. Nr. 1.) also cf = 120″. und fg = 120″. tg. 16′.

log. 120 = 2,0791812
log. tg. 16′ = 0,6678492 — 3

---

also log. fg = 0,7470304 — 1 und das giebt
fg = 0,55851 Zoll. Dieses doppelt genommen = 1,10702 Zoll für die Größe des ganzen Sonnenbildes.

33. Eines nahen Gegenstandes Bild wird durch ein Glas größer dargestellt, weil es weiter davon liegt, als eines entfernten Gegenstandes Bild, welches näher liegt.

34. Anm. Die ganze bis hieher vorgetragene Theorie der Strahlenbrechung in den Augengläsern ist in völliger Schärfe nur für Strahlen wahr, die der Axe sehr nahe einfallen und also sehr kleine Einfallswinkel machen, für die das Gesetz in 7 gilt. Je weiter von der Axe und unter je kleinern Einfallswinkeln die Strahlen auffallen, desto weniger Richtigkeit gewährt diese Theorie für sie. Denn Parallelstrahlen, die in einem beträchtlichen Abstande von der Axe auffallen, werden von einem Sammlungsglase nach einem Punct der Axe hin gebrochen, der dem Glase näher liegt, als die in 15 bis 18 festgesetzten Formeln für die Brennweite angeben; und diese Abweichung von jenen Formeln, welche man die Abweichung wegen der Gestalt des

Glases nennt, ist desto größer, je weiter der Strahl von der Axe einfällt. Wie es mit der Brennweite ist, ist es auch mit dem Bilde. (Man studire hierüber Herrn Hofrath Kästners analyt. Dioptrik in Smiths Lehrbegriff der Optik, 2tem Buch, 2tem Theil, 1sten Cap.) Die gewöhnlichen Gläser sind so schmal, daß diese Abweichung wegen der Gestalt des Glases keine für beträchtlich zu haltende Fehler veranlaßt; oder man bedeckt den Rand der Gläser mit etwas undurchsichtigem, und läßt nur in der Mitte eine kreisrunde Oeffnung frei. Descartes bewies geometrisch, daß elliptisch und hyperbolisch gekrümmte Linsen die Abweichung wegen der Gestalt des Glases zu vermindern dienlich wären (Dioptrice cap. 8); Wrenn gab dazu ein sinnreiches Mittel an (Philos. Transact. no. 53); auch Newton beschäfftigte sich mit Schleifung optischer, nicht sphärischer Gläser.

35. Anm. Ueber die Methode, Augengläser zu schleifen und zu poliren, und was alles dazu gehört, sehe man Smiths Lehrbegriff der Optik, 3tes Buch, S. 259. u. f; C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech-Kunst, 3ten Th. Kap. 5 bis 12; Hertels Anweisung zum Glasschleifen, Halle 1716; Leutmanns Anmerk. vom Glasschleifen, Witt. 1728.

36. Anm. Den Alten müssen diese Gläser, die nach Kugelabschnitten geformt sind, unbekannt gewesen seyn: denn man findet davon nicht die geringste Erwähnung in den alten Schriftstellern. Was die entdeckungssüchtige Phantasie einiger Gelehrten bei einigen Stellen des Aristophanes, Plautus, Plinius, und andern, geträumt hat, ist für nichts mehr als Traum zu halten. Von Lupen und Glaslinsen, die man in Cabinettern der Alterthümer und in umgestörten Ruinen verschütteter Städte findet, ist nicht darzuthun, daß sie wirklich aus jenen alten Zeiten herrühren. Die von einigen dem gelehrten Mönch Roger Bacon, der im 13ten Jhd. lebte, beige-

beigelegte Ehre der Erfindung der Brillen kömmt ihm nicht zu. In des gelehrten Spoon recherches curieuses diss. 10. befindet sich ein Brief von Redi an Paul Falconer, in welchem die Zeit der Erfindung zwischen 1280 und 1311 festgesetzt wird. Nach dem Bericht einer alten lateinischgeschriebenen Chronik in der Bibliothek der Predigermönche von St. Catharina zu Pisa hat ein geschickter Mönch, Namens Alexander de Spina, aus Pisa gebürtig, der 1313 daselbst gestorben, ein paar Brillen, die er bei jemanden gesehen, für sich selbst nachgemacht. Nach einer alten Grabschrift, die sonst in der Kirche Maria maggiore zu Florenz zu lesen war, jetzt aber weggenommen ist, soll ein Florentinischer Edelmann, Salvinus Armatus, der 1317 gestorben, die Brillen erfunden haben. Aus diesem und mehrerm erhellet, daß man diese sphärischen Gläser und ihren Gebrauch schon um das Jahr 1300 kannte; aber viel früher wird ihre Erfindung nicht gemacht seyn. (Man s. Smiths Lehrbegriff der Optik, Altenb. 1755. S. 376 u. f; Hrn. Prof. Klügels Uebersetzung von Priestleys Geschichte der Optik, S. 17 u. f.)

3) Das Auge.

37. Der Augapfel des menschlichen Auges, welcher in der kegelförmig gebildeten Augenhöhle so liegt, daß er nur wenig aus derselben hervorragt, besteht aus Häuten, Gallerten und Flüssigkeiten. Drei Häute nämlich bilden das Gehäuse des Augapfels, deren äußerste, die den ganzen Augapfel umgiebt, eine starke, dicke, elastische Haut, die harte Haut (sclerotica) genannt, ist; vorn, wo der Augapfel aus der Augenhöhle hervortritt, ist sie mehr gewölbt und durchsichtig, und heißt die Hornhaut. An der

innern Fläche dieser Haut liegt unmittelbar eine andere dünne farbichte Haut, die braune, auch Adernhaut genannt, welche gegen die Hornhaut zu die innere Fläche des Augapfels verläßt, und einen gestreiften Ring, den Strahlenkörper, bildet, der sich um den Rand der Crystalllinse, einer ziemlich festen durchsichtigen Gallerte, wie ein doppelt convexes Glas mit zwei verschiedenen Krümmungen gestaltet, anlegt, und dieselben ringsherum einfaßt. An der innern Fläche der Adernhaut schließt wieder die Netzhaut (retina) an, die hinten im Auge mit dem seitwärts, nicht gerade hinter dem Sterne, aber doch senkrecht auf des Augapfels Fläche, eintretenden Gesichtsnerven zusammenhängt. Zwischen der Crystalllinse und der Hornhaut befindet sich in einem besondern Häutchen die kreisförmige Oeffnung, welche der Stern heißt, und sich, wenn stärkeres Licht in das Auge fällt, zusammenzieht, bei schwächerem aber erweitert. Der innere Raum zwischen der Crystalllinse und Hornhaut ist mit einer wässerigen Feuchtigkeit, und der hinter der Crystalllinse mit einer etwas dichtern, der gläsernen Feuchtigkeit, angefüllet.

Anm. Abmessungen der Theile des Auges hat Hr. Petit an vielen Augen gemacht. (M. s. Jurins Abhandl. vom deutlichen Sehen in Smiths Lehrbegr. der Optik, S. 496. Häselers Betrachtungen des menschl. Auges, Hamb. 1772.)

38. Lichtstrahlen, die auf das Auge fallen, werden in demselben mehr als einmal gebrochen.

Kom-

Kommen sie von einem weit entlegenen Puncte, der in der Augenaxe oder so nahe dabei liegt, daß sie als parallel auf die Hornhaut einfallen; so werden sie zuerst in der wässerigen Feuchtigkeit so gebrochen, daß sie hinter der Hornhaut ihren Vereinigungspunct haben und daselbst ein Bild des Gegenstandes, von dem sie herkommen, machen würden. In einer solchen Lage treffen sie die Crystalllinse, werden in ihr zweimal so gebrochen, daß sie itzt noch mehr gegen einander laufen, und sich in einem näher hinter der Linse liegenden Bilde vereinigen. Von der Entfernung des Gegenstandes hängt es ab, ob sein Bild im Auge nahe oder weit hinter der Crystalllinse zu Stande kömmt; ein sehr naher Gegenstand nämlich kann ein sehr weit entlegnes Bild haben, ein sehr entfernter ein sehr nahes, wie aus den Untersuchungen in dem vorigen Abschnitte erhellet. Ist ein Gegenstand gerade so weit entlegen, daß die von ihm auf das Auge fallenden und darinne gebrochenen Strahlen sich genau in der Entfernung der Netzhaut hinter der Crystalllinse vereinigen, so wird auf der Netzhaut ein deutliches Bild des Gegenstandes dargestellt, gerade wie in einem finstern Zimmer auf einer weißen Fläche, wenn Strahlen von einem außerhalb befindlichen Gegenstande durch eine Glaslinse hineinscheinen.

Anm. Ohne Crystalllinse könnte im Auge, wie ohne Glaslinse im finstern Zimmer, auch ein Bild, aber matt und undeutlicher, entstehen. Dieses geschieht in

Augen, welchen die Crystalllinse durch Staarstechen genommen ist. (Boerhave de morb. ocul. Par. 1748. Thümmigs Erkl. merkw. Begebenh. 15 Art.)

39. Durch diese Abbildung eines Gegenstandes auf der Netzhaut wird in uns die Empfindung erregt, daß wir den Gegenstand sehen. Je deutlicher die Abbildung ist, desto deutlicher wird unsere Empfindung; indessen ist die vollkommenste Richtigkeit des Bildes zum richtigen Sehen nicht immer nöthig. Aus der Erfahrung, daß wir in kurzer Zeit nach einander nahe und entlegene Sachen deutlich sehen können, folgt, daß wir im Stande sind, unser Auge zu beiden Absichten so zu ändern, daß das Bild des betrachteten Gegenstandes einmal wie das andere mal deutlich auf der Netzhaut zu Stande kömmt.

Anm. 1. Man hat darüber gestritten, ob die Netzhaut, oder die Adernhaut das Werkzeug der Erfindung sey. (M. s. Smiths Lehrbegr. der Optik I. Buch. 3tes Kap. und die Anmerk. über das erste Buch.)

Anm. 2. Man würde irren, wenn man bei Vergleichung des Auges mit einem finstern Zimmer sich die Seele auch als eine Zuschauerin vorstellen wollte, die das Bild in dem Auge ihres Körpers wie mit andern Augen besiehet. Bild und Empfindung des abgebildeten Gegenstandes ist immer mit einander verbunden; Wie? ist uns unerklärlich.

Anm. 3. Ob willkührliche Verlängerung unseres Augapfels, oder Verkürzung desselben, oder Veränderungen in der Dichte der Flüssigkeiten, oder was sonst die nöthige Aenderung des Auges zum deutlichen Sehen anders entfernter Gegenstände hervorbringe, weiß man noch nicht. (M. s. Smiths Lehrbegr. der Optik, 5te Anm.

über

über das 1ste Buch; Keplers Dioptr. prop. 64; Porterfields Treatise on the eye, Edinb. 1759. II. Vol. 8. Descartes Dioptr. cap. 3; Muschenbr. Introd. ad philos. nat. Tom. II. §. 1884; Zinns Programm. de ligamentis ciliaribus, Goett.)

40. Anm. Der erstere Schritt zur bessern Erklärung des Sehens geschah ohnstreitig durch die von Porta entdeckte Aehnlichkeit des Auges mit einem verfinsterten Zimmer (de refractione, optices parte, libri 9. Neapol. 1584); indessen erklärte er sich doch die Sache noch sehr unrichtig. Kepler, der glückliche Erfinder neuer Wahrheiten, lehrte fast zuerst die Entstehungsart des Bildes im Auge richtig, und nahm an, aus jedem Puncte des Gegenstandes komme ein ganzer Strahlenkegel in das Auge, und der Punct ihrer Wiedervereinigung nach der Brechung sey der Ort für das deutliche Bild des strahlenden Punctes. (Paralipomena ad Vitellionem, Frf. 1604. cap. 5.) Scheiner setzte durch Versuche im Jahr 1625 diese Keplerische Erklärung außer Zweifel, von welchen auch Descartes spricht. (Cartesii Dioptr. c. 5.)

41. Anm. Durch die Erfahrung muß die Grenze bestimmt werden, wie weit die Gegenstände zum wenigsten von uns entfernt seyn müssen, wenn wir sie recht deutlich sehen wollen. Bei den meisten Menschen pflegt diese Grenze 7 bis 8 rheinl. Zolle zu betragen (Huyghens Dioptr. Prop. 59; und Porterfield in den Edinburgischen Versuchen); für weitsichtige Augen ist sie öfters 15 und mehrere Zolle. Eben so müssen Versuche für jedes Auge entscheiden, wie weit entlegene Dinge von ihm entfernt seyn müssen, wenn sie noch deutlich gesehen werden sollen.

42. Ein Auge, welches nur nahe Sachen deutlich siehet, heißt kurzsichtig. In einem solchen werden die Lichtstrahlen stark gebrochen, so

daß

daß das deutliche Bild von einem entlegenen Gegenstande schon zwischen der Linse und der Netzhaut fällt, da dann die von diesem wieder auseinanderfahrende Strahlen erst die Netzhaut treffen und ein undeutliches Bild auf ihr machen.

Wenn vor einem solchen Auge die Strahlen, die von einem entlegenen Gegenstande kommen, erst durch ein Hohlglas gehen, so werden sie in demselben so gebrochen, daß sie mehr auseinanderfahrend in das Auge fallen, da dann die Brechung, die sie hier erleiden, gerade die erforderliche seyn kann, um das Bild auf der Netzhaut zu Stande zu bringen. So erhellet, wie kurzsichtige Personen sich der Hohlgläser bedienen können, um entferntere Gegenstände, die sie sonst ohne Annäherung nicht deutlich sehen würden, doch deutlich zu sehen.

43. Um zu erfahren, von welcher Krümmung ein Hohlglas seyn müsse, dessen sich ein Kurzsichtiger bedienen will, um weit entlegene Gegenstände sich sichtbar zu machen; muß er die größte Weite, in der er noch deutlich sehen kann, messen, und ein Hohlglas wählen, dessen Zerstreuungspunct (geometrisches Bild) eben diese Weite hat.

Anm. Ein Hohlglas, dessen Zerstreuungspunct näher bei dem Glase läge, d. h., welches mehr vertieft wäre, würde die Kurzsichtigkeit vermehren, indem sich bei dessen Gebrauch das Auge an eine solche Gestalt gewöhnen würde, wobei es Strahlen deutlich empfände, die von nähern Gegenständen als die äußer-

ste Weite für das deutliche Sehen des Kurzsichtigen beträgt, herkämen. Ein Kurzsichtiger wird daher wohl thun, unter den Gläsern, die er gebrauchen kann, das zu erwählen, welches am wenigsten vertieft ist.

44. Ein Auge, welches nur entlegene Sachen deutlich siehet, heißt weitsichtig. In diesem werden die Lichtstrahlen nicht sehr gebrochen, so daß nur von weit entfernten Gegenständen das Bild deutlich auf die Netzhaut fallen kann, von nahen aber erst hinter derselben zu Stande kommen würde. Die Netzhaut durchschneidet den lichtkegel der gebrochenen sich zum Bilde vereinigenden Strahlen, daher die Empfindung nicht deutlich werden kann.

Eine von den erhabenen Glaslinsen vor ein weitsichtiges Auge gehalten, bricht die von dem zu betrachtenden nahen Gegenstande kommenden Strahlen so, daß sie schon in zusammenfahrender lage in das Auge fallen; da dann die Brechung, die sie hier durch die besondere Beschaffenheit der Theile des Auges erleiden, gerade die erforderliche seyn kann, damit das Bild des Gegenstandes nicht erst hinter der Netzhaut, sondern eben auf ihr selbst entstehe. Es ist demnach begreiflich, wie weitsichtige Personen die erhabenen Glaslinsen gebrauchen können, um nahe Gegenstände deutlich zu sehen.

45. Ein Weitsichtiger, der sehr weit entlegene Gegenstände, d. i. solche, die seinem Auge von jedem Puncte Parallelstrahlen zusenden, deutlich sieht; kann jedes erhabene Glas gebrauchen,

wenn

wenn er dasselbe bis auf des Glases Brennweite nahe hält. Wenn aber seine Weitsichtigkeit sich nur auf eine endliche, obgleich ziemlich große, Entfernung erstreckt; so muß er eine erhabene Glaslinse gebrauchen, die, an das Auge gehalten, die Strahlen, welche von einem ihm nahen und undeutlichen Gegenstande kommen, so bricht, als kämen sie aus einem so weit entlegenen Puncte, als seine Weitsichtigkeit reicht.

Anm. 1. Wie man die Brennweite einer Glaslinse, die sich für eine gewisse Weitsichtigkeit am besten schickt, finden kann, lehrt Hr. Hofr. Kästner in Smiths Lehrbegriff der Optik, in der 43sten Anm. über das 1. Buch. Die Regel ist: Ein Weitsichtiger muß ein Glas gebrauchen, dessen Brennweite gleich ist dem Producte der Weite des deutlichen Sehens in die Weite des Gegenstandes von dem Glase, dividirt durch die Differenz beider Weiten. Es folgt daraus: daß ein Weitsichtiger wohlthue, von mehreren Gläsern mit unterschiedlicher Brennweite, durch die er einen, sonst ihm undeutlichen, nahen Gegenstand (mit gehöriger Veränderung des Abhaltens, die er bei dem Versuche bald lernen wird) gleich deutlich siehet, dasjenige zu wählen, das die längste Brennweite hat, d. i. am wenigsten vergrößert und am wenigsten erhaben ist.

Anm. 2. Die gewöhnlichen Brillen lassen zu viel Licht auf die Augen fallen, und ihre Axen liegen nicht mit den Augenaxen zusammen; wie man diesen Fehlern abhelfen könne, lehrt Martin in Philos. Britann. im II. Anh. III. Th. S. 425. Conservationsbrillen sind diejenigen, welche eine ansehnlich große Brennweite, 30 bis 50 Zoll, haben.

Anm. 3. Vor Keplern (Paralipom. in Vitellion. p. 200.) hat niemand die Fehler der Kurz- und Weitsichtig-

sichtigkeit und die schon bekannten Mittel, ihnen durch Gläser abzuhelfen, richtig erklärt.

4) Von dem gläsernen Prisma, und der Zerstreuung der Lichtstrahlen.

46. Wenn man in einem finstern Zimmer durch eine kreisförmige Oeffnung Sonnenstrahlen einfallen und durch ein gläsernes Prisma, das man so vorhält, daß die Seitenlinien des Prisma mit den einfallenden Strahlen rechte Winkel machen, gehen läßt, so werden sie nicht allein dadurch von ihrem Wege abgelenkt, sondern das weiße Licht wird auch in mehrere gefärbte Strahlen gleichsam zerspalten. Denn, fängt man in einiger Entfernung das hinter dem Prisma gebrochene Licht mit einer weißen Fläche auf; so sieht man auf demselben einen farbigten Schein, der längs herunter zwischen zwo parallelen geraden Linien, oben und unten aber zwischen Halbkreisen eingeschlossen ist, und überdem fast fünfmal länger als breit ist. Man unterscheidet in ihm allezeit, und immer in derselben Ordnung, von unten nach oben, folgende Farben mit ihren Schattirungen bei dem Uebergange in einander: roth, dunkelgelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet. Man nimmt auch wahr, daß diese farbigte Strahlen nicht parallel mit einander, sondern von dem Prisma an immer weiter divergirend, doch in geraden Linien, fortgehen.

47. Hieraus erhellet, daß in dem Prisma nicht alle Theile des weißen Lichts auf gleiche Art ge-

gebrochen werden. Denn, geschähe dieses, so würden auch nach der Brechung die Theile des Lichtes noch in denselben parallelen Richtungen fortgehen, wie vorher; und die Wirkung des Prisma könnte blos seyn, den einfallenden Strahlencylinder in eine andere lage zu brechen, ohne dessen Gestalt zu ändern. Der Theil des Sonnenlichts, welcher uns die Empfindung der rothen Farbe macht, der rothe Strahl wird am wenigsten gebrochen, der violette Strahl am meisten, und von den dazwischen liegenden jeder obere mehr als der untere; obgleich alle unter einerlei Winkel einfallen.

Anm. Man schließt hieraus auf die verschiedene Brechbarkeit der farbigten Strahlen, und findet diese nach Newtons sorgfältigen Untersuchungen (Opticos L. I. P. II. prop. 3.) aus Luft in Glas in folgenden Verhältnissen:

für rothe Strahlen	zwischen	1,5400	oder	77 : 50
	und	1,5425		77 1/8
für dunkelgelbe	zwischen	1,5425	oder	77 1/8
	und	1,5440		77 1/5
für hellgelbe	zwischen	1,5440	oder	77 1/5
	und	1,5467		77 1/3
für grüne	zwischen	1,5467	oder	77 1/3
	und	1,5500		77 1/2
für hellblaue	zwischen	1,5500	oder	77 1/2
	und	1,5533		77 2/3
für dunkelblaue	zwischen	1,5533	oder	77 2/3
	und	1,5555		77 7/9
für violette	zwischen	1,5555	oder	77 7/9
	und	1,5600		78

Das

Das Brechungsverhältniß der grünen Strahlen fällt ohngefähr in die Mitte zwischen dem für die rothen und violetten Strahlen. Diese Verhältnisse können aber nur für das von Newton bei seinen Versuchen gebrauchte Glas gelten; für andere Glasarten werden sie anders ausfallen.

48. Wenn man einen Theil des gefärbten Lichtes, so weit es einerlei Farbe hat, z. B. blos rothes, durch ein kleines rundes Loch in einem schwarzen Papier fallen läßt, und von neuem mittelst eines andern gläsernen Prisma bricht, so bleibt auch nach der Brechung noch dieselbige Farbe, und der Strahl ist nicht weiter in mehrere gegen einander geneigte getheilt.

Wenn man aber das ganze gebrochene farbichte Licht mit einem erhabenen Glase auffängt, so sammlet dieses die zerstreuten farbichten Theile wieder in weißes Sonnenlicht.

Anm. Diese beiden Erfahrungen berechtigen zu dem Schluß: daß das Sonnenlicht aus einer Vermischung verschiedener in Absicht auf die Brechbarkeit ungleichartiger Strahlen bestehe.

49. Anm. Schon die Alten wußten, daß durch Prismen oder gebrochene Glasstücken gegangenes Licht gefärbt erscheine. Erst Grimaldi hatte die länglichte Ausbreitung des durch das Prisma gebrochenen Sonnenlichtes, das nach der Regel cylindrisch bleiben sollte, als etwas Auffallendes bemerkt (de lumine, Bononiae 1675. p. 272). Newton aber war der Erste, der hiers durch aufmerksam gemacht, wiewol von Grimaldis Bemerkung nichts wissend, die verschiedene Brechbarkeit verschiedlich gefärbter Lichtstrahlen in dem Jahre 1666

entdeckte. (Man sehe seine Lectiones Opticas zu Cambridge 1669, 70, 71 gehalten, welche das 18te Opusculum in Isaac Newtoni opusculis Mathem. Philosoph. Philolog von Joh. Castillon in 3 Quartbänden gesammlet, Genf 1744, ausmachen; die Philosoph. Transact. von 1672 — 1688; die Abhandlungen aus den Philosoph. Transact. Leipz. 1779. 1 Band. S. 192 u. f; Newtons Optice von Sam. Clarke ins Lat. übersetzt, Lond. 1706; einen Brief Newtons an Hallei in den Miscellan. cur. pag. 97.) In neuern Zeiten hat Hr. Dollond sehr wichtige Versuche in dieser Materie angestellt, deren glücklicher Erfolg nicht allein der Theorie aufgeholfen, sondern auch zur Verbesserung optischer Werkzeuge sehr vieles beigetragen hat. (M. s. Priestleys Geschichte der Optik, 4ter Th. 4ter Abschn. 1 Kap.)

50. Die verschiedene Brechbarkeit der farbigten Lichtstrahlen hat diese Folge: Ein Gegenstand de, welcher Sonnenlicht, also vermischtes Licht reflectirt und auf eine erhabene Glaslinse wirft, hat deswegen hinter dem Glase so viele Bilder, so vielerlei Farben sein reflectirtes Licht enthält. Von diesen liegt das rothe am weitesten von dem Glase, weil rothes Licht am wenigsten gebrochen wird, und das violette am nächsten, weil solches Licht am meisten gebrochen wird. Beider Bilder Abstand beträgt, wenn die Strahlen nahe bei der Axe einfallen, ohngefähr $\frac{1}{30}$ der Weite des nächsten (rothen) Bildes vom Glase. Man nennt dieses die Abweichung der Strahlen wegen der Farben.

Anm. Hr. Brisson fand im Jahr 1774 bei seinen Versuchen mit einer hohlen, mit Weingeist gefüllten Linse,

Linse, die er so bedeckt hatte, daß nur ein 6 bis 7 Lin. breiter Ring an dem Rande offen gelassen war, (um die Abweichung für nicht nahe bei der Axe einfallende Strahlen zu erfahren) die Weite für den Vereinigungspunct der Sonnenstrahlen von dem Mittelpuncte der Linse

	Fuß	Zoll	Lin.
für rothe Strahlen	10	3	$11\frac{1}{2}$
— dunkelgelbe —	10	2	10
— hellgelbe —	10	2	3
— blaue —	9	7	$10\frac{1}{2}$
— violette —	9	6	$4\frac{1}{2}$;

so daß der Abstand der beiden äußersten Vereinigungspuncte hier 9 Zoll 7 Lin., oder fast $\frac{1}{12}$ der Weite des Vereinigungspunctes für die rothen Strahlen von dem Glase beträgt. (Memoir. de l' Ac. des Sc. 1774.)

51. Diese Abweichung der Strahlen wegen der Farben verhindert die vollkommene Deutlichkeit des Bildes, das eine Glaslinse macht, eben so wie die Abweichung wegen der Gestalt des Glases; und noch mehr als diese. Denn weil nicht alle einfarbichte Bilder in eine Stelle zusammenfallen, so durchkreuzen und umgeben die einzelnen farbichten Lichtstrahlen die Bilder anderer.

Anm. Von der Brennweite und der Breite oder Oeffnung des Glases hängt diese Undeutlichkeit des Bildes meistens ab. Newton berechnete, daß diese Abweichung wegen der Farben bei gewöhnlichen Fernröhren zur Undeutlichkeit des Bildes 5000 mal mehr beitrage, als die Abweichung wegen der Gestalt.

52. Anm. Die Berechnung der Brechung der Lichtstrahlen durch ein Prisma lehrt Hr. Prof. Klügel

in den Zusätzen zu Priestleys Gesch. der Optik S. 192; In eben diesem Buche findet man S. 202 die Erscheinung der Gegenstände durch ein Prisma, und S. 204 des blauen Bogens darinne durch die Reflexion erklärt; S. 344. Dollonds Versuche mit zwei Prismen von verschiedenem Glase erzählt und S. 359. Berechnungen darüber mitgetheilt. Man sehe auch in Smiths Lehrbegr. der Optik die Anmerkung über das 6te Kap. Von den Farben S. 430; und Klügels Analyt. Dioptrik 1 Th. 3. Abschnitt.

5) Von den dioptrischen Fernröhren.

53. Durch Zusammensetzung mehrerer Augengläser in gehöriger Ordnung in einer schwarzgefärbten Röhre erhält man ein Instrument, welches, vor das Auge gehalten, dient, entfernte Gegenstände deutlich und unter einem größern Sehewinkel, als mit dem bloßen Auge zu sehen: ein Fernrohr. In allen Fernröhren stellt man die Gläser so hintereinander, daß ihre Axen in einer geraden Linie zusammenfallen; das erste dem betrachteten Objecte zugekehrte Glas nennt man Objectivglas (Vorderglas); die übrigen, Augengläser (Oculargläser).

Anm. Das Fernrohr ward am Ende des 16ten, oder im Anfang des 17ten Jahrhunderts in Holland erfunden, entweder von Hanns Lipperhey, oder von Zacharias Jansen, beide Brillenmacher zu Middelburg. Marcus Antonius de Dominis, in seinem Tractatu de radiis visus et lucis, der 1611 herausgekommen, und nach des Bartoli Bericht in der Vorrede von ihm 20 Jahr vorher, also schon 1591, fertig gemacht ist, beschreibt

schreibt in dem 8ten Kap. ein aus Convex- und Concavgläsern zusammengesetztes instrumentum perspectivum, wovon er sagt, daß es neuerlich erfunden, oder wenigstens in Italien bekannt geworden sey; woraus demnach erhellet, daß das Fernrohr schon vor dem Jahre 1591 erfunden gewesen. (M. s. hierüber Smiths Lehrbegriff der Optik, 91ste Anm. S. 386 u. f; ingl. Priestleys Geschichte der Optik S. 49.) Roger Bacons Ansprüche auf diese Erfindung, die ihm einige, er selbst nicht, zugeeignet haben, sind ungegründet. Galiläi aber kam nach erhaltener Nachricht von dem in Holland erfundenen Fernrohr durch Schlüsse von selbst auf die Zusammensetzung desselben, wie man aus dem sieht, was er in seinem Nuncio sidereo, der Francof. 1610 herauskam, p. 11, bei Gassendis Inst. astron. Lond. 1653. 8. m. schreibt.

54. Dieses erste, Holländische, oder Galiläische Fernrohr ist aus einem erhabenen Objectivglase ab und hohlen Augenglase cd so zusammengesetzt, daß der wirkliche Brennpunct des Objectivglases mit dem Zerstreuungspunct des Ocularglases in einem Puncte f zusammenfällt, also beide Gläser um die Differenz ihrer Brennweiten auseinander liegen. Fig. 22.

In ihm werden Strahlen, die von einem entlegenen Gegenstande parallel auf das Objectivglas fallen, durch dieses ab nach dessen Brennpunct f hin gebrochen, unterweges aber von dem näher liegenden Augenglase cd in dieser convergirenden Richtung aufgefangen und durch dasselbe wieder parallel gebrochen, so daß ein Auge, welches sich vor dem Augenglase befindet, die Strah-

len, wie von dem Gegenstande selbst, empfängt, und also denselben durch dieses Fernrohr aufrechts und deutlich siehet, wenn es gewohnt ist, mittelst parallel auffallender Strahlen deutlich zu sehen. Aber dies nicht allein; dem Auge erscheint der Gegenstand auch unter einem größern Sehewinkel, der so vielmal den, unter welchem es ihn ohne dieses Fernrohr sehen würde, übertrifft, als wie vielmal die Brennweite des Augenglases in der Brennweite des Objectivglases enthalten ist.

Anm. (Smiths Lehrbegriff der Optik 1 B. 4 Kap. S. 37. und Hrn. Prof. Klügels analyt. Dioptrik 2 Th. 4 Abschn.) Was man durch dieses Fernrohr übersieht, kann nur wenig seyn, weil dieses nicht auf die Breite des Augenglases, sondern auf die Oeffnung in dem Auge ankömmt. Außerdem muß man auch das Auge ganz an das Augenglas halten. Dieses macht den Gebrauch des Instruments unbequem. Was bei Verfertigung dieses sogenannten Perspectivs zu beobachten ist, s. m. in C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech-Kunst 3 Th. 16 Kap. 1 Art.

Fig. 23. 55. In dem Sternrohr, das auch nur aus zwei Gläsern besteht, ist nicht allein das Objectivglas, sondern auch das Augenglas erhaben; jenes von einer vielmal längern Brennweite als dieses; und beide sind so zusammengesetzt, daß sie um die Summe ihrer Brennweiten von einander ab-, und ihre Brennpuncte in einem einzigen Puncte zwischen beiden Gläsern, liegen.

Die

Die auf das Objectivglas ab von einem fernen Gegenstande her einfallenden Strahlen werden durch dasselbe so gebrochen, daß sie in dem Brennpuncte f das Bild des Gegenstandes, aber verkehrt, darstellen. Strahlen von diesem Bilde werden, weil sie aus dem Brennpuncte des erhabenen Augenglases kommen, durch dasselbe in die mit ihres Strahlenkegels Axe parallele lage gebrochen. So treffen sie ein hinter das Augenglas gehaltenes Auge und verursachen ihm die Empfindung des Sehens des Gegenstandes. Es sieht aber eigentlich dessen Bild in dem Fernrohr, daher den Gegenstand verkehrt, aber deutlich, und so vielmal vergrößert, wie vielmal des Augenglases Brennweite in des Objectivglases Brennweite enthalten ist.

Anm. 1. Dieses Fernrohrs Gebrauch ist auf der Erde unbequem, weil es die Gegenstände verkehrt sichtbar macht; bei Gegenständen des Himmels thut dies nichts: daher kann man es zu Betrachtung derselben sehr gut gebrauchen, und hat es auch den Namen Sternrohr erhalten. Erfunden ist es von Kepler, der (in seiner Dioptr. prop. 86.) die Art der Wirkung und Vortheile desselben deutlich zeigte; aber, weil er selbst nicht Künstler war, noch keines verfertigte. Dieses that zuerst Scheiner und gab in seiner 1630 herausgegebenen Rosa ursina eine Beschreibung davon.

Anm. 2. Wenn das Sternrohr ein größeres Gesichtsfeld haben soll, so müssen die Gläser breiter werden; alsdann verursachen sie aber Abweichungen, theils wegen der Gestalt, theils noch mehr wegen der Farben. Diesem Fehler abzuhelfen, nimmt man, anstatt eines Augenglases von einer kurzen Brennweite, zwei, jedes

von einer etwas längern, die zusammen die Strahlen eben so brechen, wie jenes allein gethan haben würde. Von diesen muß wenigstens das äußerste Glas allemal ein convexes seyn, damit man nicht nöthig habe, das Auge so dicht daran zu halten, und ein größer Gesichtsfeld gewinne. Man nimmt auch wol drei Augengläser. (Huyghens Dioptr. pr. 51; Leonhard Eulers Theorie solcher Gläser in Memoir. de l' Ac. de Pr. 1757. p. 323; Hrn. Prof. Klügels analyt. Dioptr. 2 Th. 5 Abschn.; Karstens Photometrie §. 359 u. f., in den Anfangsgr. d. Math. 3 B.) Ueber die Verfertigungsart s. m. C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrechkunst 3 Th. 16 Kap. 2 Art.

56. In dem Erdrohre sind außer dem Objectivglase drei erhabene Augengläser so zusammengesetzt, daß der Abstand zwischen jedem Paar die Summe ihrer Brennweiten ist.

Durch das Objectivglas wird ein verkehrtes Bild vom Gegenstande in des Glases Brennpuncte gemacht, von diesem fahren die Strahlen durch das erste Augenglas und werden hinter demselben parallel. So werden sie von dem zweiten Augenglase aufgefangen und in desselben Brennpuncte wieder in ein Bild vereinigt, das dem vorigen verkehrt, aber gerade wie der Gegenstand, gesehen wird. Dieses Bild sendet seine Strahlen auf das dritte Augenglas, und wird von dem dahinter befindlichen Auge unter Parallelstrahlen gesehen. Uebrigens sieht das Auge dieses aufrechte Bild nicht größer, als es das verkehrte gleich hinter dem ersten Augenglase, ohne diese beiden hinzuge-

zugekommenen, sehen würde, wenn die letztern beide einerlei Brennweite haben: denn diese stellen nur das umgekehrte Bild aufrecht dar. Die Vergrößerung bewirkt man durch die beiden ersten Gläser, das Objectiv und erste Augenglas; wenn man indessen auch wieder das äußerste Augenglas von einer geringern Brennweite als das zweite nimmt, so kann man auch durch diese beiden noch einige Vergrößerung erhalten.

Anm. 1. Man schreibt die Angabe dieser Einrichtung des Fernrohrs dem Schyrlaeus de Rheita zu, der auch das doppelte Fernrohr (Binocular: Telescop) erfunden und in seinem oculo Eliae et Henoch beschrieben hat. Dieses besteht aus zwei in einem Behältnisse so neben einander liegenden Erdröhren, daß beide Augen zugleich mit Bequemlichkeit, jedes durch eine dieser Röhren den entfernten Gegenstand siehet. Cherubim suchte dieses Instrument zu vervollkommnen und in Gebrauch zu bringen (la Vision parfaite, par le P. Cherubim d'Orleans, Paris 1677.). Gut verfertigt läßt es den Gegenstand durch die Ansicht mit beiden Augen größer und näher erscheinen, ein Gesichtsbetrug; aber theils ist die Zusammensetzung mühsam, theils der Gebrauch unbequem.

Anm. 2. (Hrn. Prof. Klügels analyt. Dioptrik 2 Th. 6 Abschnitt. C. L. D. Sehe- Spiegel- und Strahlbrech-Kunst 3 Th. 16 Kap. Art. 4.) Man kann auch bei diesem Erdrohr durch Hinzufügung eines oder mehrerer Augengläser das Gesichtsfeld vergrößern.

57. Wenn alle Lichtstrahlen, nachdem sie in jeder Linse gebrochen sind, auf das vollkommenste in den Vereinigungspuncten zusammenkämen,

die man vermittelst der oben abgeleiteten Formeln finden kann; und wenn ferner nicht jeder gebrochene Lichtstrahl seine einfachen farbichten Theile zerstreuete, so daß mehrere einfarbige Bilder hinter einander zu liegen kommen, so würde man zu jedem Objectivglase jedes Augenglas nehmen, und mit einem Fernrohre von ganz mäßiger Länge eine sehr beträchtliche Vergrößerung hervorbringen können. So aber können durch das Augenglas nie alle von einem Puncte des Gegenstandes kommende, durch das Objectivglas ihm zugebrochene, Strahlen so in das Auge eindringen, daß dasselbe eine deutliche Empfindung des Sehens erhielte, vielmehr muß dieses die Sachen gefärbt sehen, wenn man nicht ein Augenglas zu dem Objectivglase gebracht hat, deren Brennweiten so gegen einander im Verhältniß stehen, daß bei einer gehörigen Zusammenstellung derselben die erzeugten verschiedenen Farbenbilder nicht so weit von einander abliegen, daß sie eine beträchtliche Undeutlichkeit verursachen könnten. Die Erfahrung hat gelehrt, was das zu einem Objectivglase von bestimmter Brennweite erfoderliche Augenglas für eine Brennweite haben müsse. Und um den Einfluß der Abweichung wegen der Gestalt des Glases auf die undeutliche Darstellung des Bildes zu vermindern, pflegt man hauptsächlich den Vordergläsern Bedeckungen zu geben, in deren Mitte eine Oeffnung von der Weite bleibt, welche für eine Menge zur Deutlichkeit und Helligkeit des

Bil-

Bildes nöthiger Strahlen erforderlich ist; und für die Augengläser die sogenannten Blendungen in den Röhren anzubringen, nach Grundsätzen, die gleichfalls durch Erfahrung gefunden sind. Diese Blendungen sind offene Kreise, am besten an der Stelle des wirklichen Bildes angebracht, um alles unordentliche Licht abzuhalten, mit Oeffnungen, die dem wirklichen Bilde gleich sind.

Anm. Huyghens lehrt (in s. Dioptr. Prop. 56.) die Durchmesser der Oeffnungen in den Bedeckungen und Blendungen, so wie auch die Verhältnisse der Brennweiten des Objectiv- und Augenglases nach gewissen Erfahrungen zu bestimmen. Er fand ein Sternrohr gut, das aus einem Objectivglase von 30 Fuß Brennweite und mit 3 Zoll im Durchmesser offener Bedeckung, mit einem Augenglase von $3\frac{3}{10}$ Zoll Brennweite, (Rheinl. Maaß) verbunden, zusammengesetzt war. (Smiths Lehrbegr. der Optik 2. B. 2 Th. 3 Kap. 8 Satz.) Mayer gesellt in einer von Hrn. Prof. Klügel (in seiner Analyt. Dioptr. 2 Th. 5 Abschn. §. 428.) mitgetheilten Tafel, zu einem Objectivglase von 30 Fuß Brennweite ein Augenglas von 5,77 Zoll Brennweite, und 2,6 Zoll Oeffnungsweite der Bedeckung. Le Gentil nimmt zu einem Objectivglase mit 18füßiger Brennweite ein Augenglas mit einer Brennweite von 41 Linien (Memoir. de l' Ac. des Sc. 1755. p. 462).

58. Man will ein Fernrohr anordnen, welches eine gewisse Vergrößerung hervorbringt, und dabei doch die Gegenstände eben so deutlich und helle, als das Huyghensche und Mayersche darstellt.

Hier

Hier ist folgendes überhaupt zu merken:

1) daß, wegen gleicher Deutlichkeit, bei zwei Fernröhren sich die Brennweiten der Objectivgläser wie die Quadrate der Vergrößerungszahlen verhalten; die Brennweiten der Oculare aber, wie die Vergrößerungszahlen selbst, oder wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objectivgläser.

2) daß, wegen gleicher Helligkeit, die Oeffnungshalbmesser der Objectivgläser sich wie die Vergrößerungszahlen, oder wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective verhalten.

Anm. 1. (M. s. Karstens Anfangsgründe der Math. 3. Band; Photometrie 16ter Abschn.; Herrn Prof. Klügels analyt. Dioptr. 2. Th. 5. Abschnitt.)

Anm. 2. Huyghens Sternrohr gab eine $\frac{360''}{3{,}3''} =$ 109malige Vergrößerung. Gesetzt, man verlangte ein Fernrohr mit 80maliger Vergrößerung, so müßte seyn

1) die Brennweite des Objectivglases = 16 Fuß

1 Zoll 6 Lin. nach $109^2 : 80^2 = 30' : \frac{192000}{11881}$

2) des Augenglases Brennweite = 2 Zoll 4 Lin.

nach $109 : 80 = 3{,}3'' : \frac{264}{109}$

3) die Oeffnungsweite des Objectivglases = 2 Zoll

2 Lin. nach $109 : 80 = 3'' : \frac{240}{109}$.

59. Anm. Zu starken Vergrößerungen gehören lange Fernröhre. Dieser bediente man sich auch in alten Zeiten (m. s. Hevelii Machina coelestis, und Bianchini Hesperi et Bosphori nova phaenomena). Sie sind aber unbequem zu gebrauchen. Dieses veranlaßte Huyghen, ein Mittel anzugeben, Objectiv- und Augenglas ohne Röhren mit einander zu verbinden. (Astroscopia compendiaria, tubi optici molimine liberata, Haag 1684.; Smiths Lehrbegriff der Opt. 3 Buch. 10 Kap.)

60. Ein Objectivglas, aus zweierlei Materien von der Beschaffenheit zusammengesetzt, daß die Farbenstrahlen, welche durch die eine von einander abgesondert worden, durch die andere wieder vereinigt würden, könnte den Raum verkleinern, in welchem die Vereinigungspuncte der verschiedenen Farbenstrahlen liegen, also ein deutlicheres, farbenloseres Bild des Gegenstandes darstellen, und machen, daß ein damit versehenes Fernrohr bei gleicher Vergrößerung kürzer seyn könnte, als ein mit einem gemeinen Objectivglase versehenes.

Anm. 1. Schon Newton schlug zur Verbesserung der Fernröhre, wegen der Fehler, die von der Abweichung wegen der Gestalt der Gläser herrühren, vor, das Objectivglas aus zwo Linsen mit dazwischen mit Wasser angefülltem Zwischenraum zusammenzusetzen (Princ. phil. nat. L. I. am Ende); aber dieses als Mittel, die Zerstreuung der farbigten Strahlen zu heben, zu gebrauchen, konnte ihm nach seinen Grundsätzen noch nicht einfallen. David Gregory war der Erste, der diesen Gedanken hatte, worauf man aber damals nicht geach-

tet

tet hat. (Catoptricae et Dioptricae elementa, Oxon. 1697.) Ohne hievon zu wissen, that Leonh. Euler im Jahr 1747 den Vorschlag: zu Vermeidung der Farbenzerstreuung Objectivgläser aus verschiedenen Materien zusammenzusetzen und statt eines Glases zwei mit dazwischen gefülltem Wasser zu gebrauchen. (Sur la perfection des verres objectifs des lunettes par Mr. Euler, in den Memoir. de l' Ac. de Prusse 1747. p. 274.) Hiedurch wurde ein Mathematikverständiger Künstler John Dollond veranlaßt, Versuche auf die Art zu machen, die anfangs die Erwartungen nicht ganz erfüllten (Philos. Trans. vol. 50. p. 738.). Aber bald vermuthete er, daß die Brechung durch verschiedene Glasarten eben das leisten werde. Versuche bestätigten die Richtigkeit seiner Vermuthung (an Account of some experiments concerning the different refrangibility of light, by Mr. John Dollond, in den Phil. Trans. Vol. L. Port. II. p. 733.). Die Erfahrung, daß das englische Crystallglas (Flintglas) die Farben am stärksten, das Crownglas, ein mehr grünliches Glas, aber am wenigsten, bei übrigens fast gleicher Brechung, zerstreuete, reizte ihn, aus diesen beiden Glasarten Objectivgläser zusammenzusetzen. Sein Nachdenken zeigte ihm, daß er zu einer erhabenen Linse von Crownglas eine hohle von Flintglas nehmen müsse. So brachte er durch anhaltende Geduld und viele Schwierigkeiten überwindende Geschicklichkeit endlich, im Jahre 1755, Fernröhre von noch nicht gesehener Güte zu Stande, die nicht sehr lang waren und dennoch ein beträchtliches Gesichtsfeld hatten und stark vergrößerten. Im Jahr 1758 verbesserte er seine Fernröhre dadurch, daß er ein dreifaches Objectivglas aus zwei erhabenen Linsen von Crownglas, und einer Hohllinse von Flintglas dazwischen, zusammensetzte. Mehr von der Geschichte dieser Erfindung s. m. in Priestleys Geschichte der Optik, 2ter Th. 4ter Abschn. S. 339; J. E. Zachers Programmata II. de novis Dioptricae augmentis, Viteb. 1768. et 1773;

1773; und Gehlers physik. Wörterbuche, Art. Achrom. Fernrohr.

Anm. 2. Die Theorie von der Zusammensetzung doppelter oder dreifacher Objectivgläser haben Clairaut, d' Alembert, Klingenstierna und Euler sorgfältig bearbeitet. Besonders ist aus des letztern vielen academischen Abhandlungen seine Dioptrica, Petrop. et Lipf. 1771, in 2 Bänden, entstanden. Bisher hat aber noch die Unvollkommenheit der Glasarten verhindert, aus der Theorie alle mögliche Vortheile bei Verfertigung solcher Fernröhre zu ziehen.

61. Wegen der Farbenlosigkeit der Bilder in diesen Fernröhren mit zusammengesetztem Objectivglase haben sie den Namen achromatischer (farbenloser) Fernröhre erhalten. In Absicht auf die wesentliche Zusammenordnung eines solchen Fernrohrs ist es einerlei, ob das Objectivglas einfach oder zusammengesetzt ist. Sind alle Abmessungen der Gläser, aus denen letzteres zusammengesetzt wird, bestimmt; so läßt sich berechnen, wie groß die Brennweite und Bedeckungsöffnung einer einfachen Objectivlinse seyn würde, wenn durch sie ein eben so großes, helles und deutliches Bild bewirkt werden sollte, als das zusammengesetzte Objectivglas hervorbringt.

Anm. 1. Rechnungsregeln findet man hierüber in Hrn. Prof. Klügels analyt. Dioptrik; und Karstens 16tem und folgenden Abschnitten der Photometrie in dem 3ten Bande der Anfangsgründe. Außer diesen und Eulers Dioptrik sind von vielen ganz eignen Schriften über die mathem. Theorie der achromat. Fernröhre folgende vors

vorzüglich gut und brauchbar: Sam. Klingenstirena, Tentamen de definiendis et corrigendis aberrationibus radior. luminis et de perficiendo telescopio dioptrico, Petrop. 1762; Boscowich, von den verbesserten dioptrischen Fernröhren a. d. L. übers. Wien 1765; Nic. Fuß umständl. Anweisung, wie alle Arten von Fernröhren in der größten mögl. Vollkommenheit zu verfertigen sind, aus dem Franz. übers. von Hrn. Prof. Klügel, Leipzig 1778.

Anm. 2. Die zusammengesetzten Objectivgläser werden zu Galiläischen Fernröhren mit einem hohlen, zu Sternröhren mit zwei erhabenen, und zu Erdfernröhren mit fünf erhabenen Augengläsern verbunden. In Hrn. D. Gehlers physikal. Wörterbuche S. 41 sind die Abmessungen dreier achromatischer Sternröhre mitgetheilt, welche bei geringer Länge eine sehr starke Vergrößerung und viel Deutlichkeit geben. Man schätzt ein achromatisches Fernrohr mit doppeltem Objectivglase einem 5 bis 6 mal längern gewöhnlichen mit einfachem Objectivglase gleich. Eines mit dreifachem Objectivglase braucht nur ohngefähr halb so lang zu seyn, als eines mit doppeltem; und hat bei einerlei Oeffnung des Augenglases ein doppelt so großes Gesichtsfeld, als letzteres.

62. Anm. Man kann durch ein Fernrohr Dinge sehen, die nicht in des Fernrohrs Axe liegen. Kömmt es daher bei dem Gebrauch desselben, z. B. bei großen Feldmesserarbeiten, bei dem Wasserwägen und bei astronomischen Beobachtungen, darauf an, einen Gegenstand genau in der Richtung der Axe des Fernrohrs zu sehen; so spannt man in dem Fernrohr ein Paar Fäden aus, so daß sie sich in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte des Fernrohrs durchkreuzen; oder stellt ein ebenes Glas dahin, auf dem statt der Fäden sich durchkreuzende Linien gezogen sind.

63. Anm. Die Größe der Bilder in den Fernröhren zu messen, bedient man sich eigener Instrumente, die Micrometer heißen. (M. s. Hrn. Hofr. Kästners Anfangsgr. der angew. Math. 2ten Th. §. 227.; und dessen astronom. Abhandlungen, II. Samml. 7te Abh.; Smiths Lehrbegr. d. Opt. 3. B. 8. Kap.)

64. Anm. Hevel war der Erfinder des Polemoscops, und Opernguckers, welches aus einem vorn in der Röhre eingesetzten erhabenen Objectivglase besteht, das die Strahlen einem ebenen Spiegel zuwirft, der in der Röhre unter einem Winkel von 45 gegen des Objectivglases Axe geneigt angebracht ist; dieser schickt die Strahlen weiter einem Augenglase zu. (Hevel. Selenograph. proleg. p. 24.; Smiths Lehrbegriff der Optik, 3. B. 12. Kap.; C. L. D. Sehe-, Spiegel- und Strahlbrech-Kunst, 3. Th. 16. Kap. 6. Art.)

6) Von den Spiegeltelescopen.

65. Anm. Weil auch Hohlspiegel in ihrem Brennpuncte eben so, wie erhabene Gläser, Bilder von entlegenen Gegenständen machen; so mußte man auf den Gedanken kommen, diese statt der Objectivgläser zu gebrauchen, und einsehen, daß sie vor diesen Vorzüge haben würden, weil in ihnen durch die Reflexion keine Absonderung der farbigten Strahlen und daher keine Undeutlichkeit des Bildes stattfindet, außer daß der Hohlspiegel wegen seiner Kugelgestalt nicht alle Strahlen genau in einem Puncte sammlen kann. Dieser Gedanke erzeugte die Erfindung der Spiegeltelescope (Catadioptrischen Fernröhre). Man hat drei Gattungen derselben: das Gregorische, mit zwei Hohlspiegeln; das Newtonsche, mit einem Hohl- und einem ebenen

Spiegel; das Cassegränsche, mit einem Hohl- und einem erhabenen Spiegel.

Fig. 25. 66. Das Gregorische hat in einer Röhre einen größern Hohlspiegel hs, der in der Mitte durchbohrt ist, und dem zu betrachtenden Gegenstande gegenüber gerichtet wird. Diesem gegenüber ist ein kleinerer Hohlspiegel ab in einer Entfernung, die der Summe der Brennweite beider Spiegel gleich ist, in der Mitte der Röhre so angebracht, daß beider Mittelpuncte und Brennpuncte in ihrer gemeinschaftlichen Axe liegen. In dem Loche des größern Spiegels steckt eine kleinere Röhre mit zwei erhabenen Gläsern, um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt.

Strahlen, die von einem entfernten Gegenstande auf den größern Hohlspiegel hs einfallen, werden von ihm so zurückgeworfen, daß sie in dem Brennpuncte f sich wieder vereinigen, und ein verkehrtes Bild vom Gegenstande machen. Strahlen von diesem Bilde fallen auf den kleinern Hohlspiegel ab, und werden von ihm, weil sie aus dessen Brennpunct kommen, in die mit der Axe parallele Lage zurückgeworfen, gehen durch das Loch des größern Spiegels auf das erstere Augenglas c, werden von diesem so gebrochen, daß in dessen Brennpunct ein dem vorigen verkehrtes Bild, also ein aufrechtes Bild zu Stande kömmt. Strahlen von

diesem Bilde werden durch das zweite Augenglas d wieder parallel gebrochen, und gehen so auf das Auge des Beobachters.

Anm. 1. Jacob Gregory von Averdeen ist für den ersten Erfinder des Spiegeltelescops gehalten worden, und hat dessen Einrichtung in seiner optica promota, Lond. 1663. Prop. 9. pag. 94. beschrieben. Er selbst that nur den Vorschlag und zwar zu paraboliſchen und elliptischen Spiegeln, machte aber nur unvollkommne Versuche, weil er nicht selbst Künstler war. Aber schon vor Gregory hatte ein Italiänischer Jesuit Zucchi nicht blos die Idee eines Spiegeltelescops, sondern sie 1616 auch ausgeführt. (Hrn. Prof. Klügels Uebersetz. der Priestleyischen Geschichte der Optik, in der Nachlese einiger Anmerkungen, S. 566.)

Anm. 2. Die Erfahrung in der Ausübung scheint es bestätigt zu haben, daß man zum zweiten oder eigentlichen Augenglase am besten einen Meniskus oder convexconcave Linse nimmt, weil dieser die Deutlichkeit befördert, ob er gleich das Gesichtsfeld vermindert. Muschenbroeck hat sich darüber in seiner Introd. in phil. nat. Tom. II. p. 122. und Smith in seinem Lehrbegr. der Opt. S. 464 der Käſtn. Ausgabe erklärt; In den Mem. de l' Ac. de Prusse T. XVIII, p. 144 äußert Euler seine Verwunderung über den Gebrauch des Meniskus.

67. Das Newtonische Spiegeltelescop hat einen ganzen Hohlspiegel hs in dem hintern Boden der Röhre, der die Bilder entlegener Gegenstände in seinem Brennpuncte darstellen würde. Das geschieht aber nicht, sondern näher dem Hohlspiegel, als seine Brennweite beträgt, Fig. 24.

liegt ein kleiner ebener Spiegel ab unter einem Winkel von 45° gegen des Hohlspiegels Axe geneigt. Auf diesen fallen die von dem Hohlspiegel zurückgesandten Strahlen, und werden von ihm so zurückgeworfen, daß das Bild in einer Stelle nahe an dem Umfange der Röhre in f zu Stande kömmt. Dieser Stelle gegenüber steckt eine kleinere Röhre in der Seite des Fernrohrs, und in dieser befindet sich ein Augenglas so gestellt, daß dessen Brennpunct in der Mitte jenes Bildes liegt. Durch dieses gehen die Strahlen von dem Bilde parallel in das Auge des Beobachters.

Anm. 1. (Newtons Optic. Lib. I. P. 1. pr. 8.) Newton machte im Jahre 1670 sein erstes Teleskop, 6 Zoll lang, das zwischen 30 und 40mal vergrößerte, fertig. Diese Art Teleskope kamen übrigens erst 1718 in Gebrauch. Man zog ihnen das im Gebrauch bequemere Gregorysche, das man gerade auf den Gegenstand hinrichten kann, vor. Mit dem Newtonschen muß man noch ein besonderes kleineres dioptrisches Fernrohr, den Finder genannt, verbinden, um dadurch erst dem Teleskop die gerade Richtung auf den zu beobachtenden Gegenstand zu geben.

Anm. 2. Wie ein solches Spiegelteleskop eingerichtet werden müsse, wenn der ebene Spiegel senkrecht auf der Axe des Hohlspiegels, und die Röhre mit dem Augenglase hinten in dem durchbohrten Boden des Fernrohrs angebracht würde findet man in Passements Construction d' un Teleskope par reflexion, welche Schrift Hertel unter dem Titel: Richtige Anweisung reflectis

fleetirende Teleſcopia zu verfertigen, Halle 1747. überſetzt hat, im 11ten Kap.

Anm. 3. Von was für einer Brennweite das Augenglas genommen werden müſſe, damit die Undeutlichkeit des Bildes wegen der Geſtalt des Spiegels oder der farbichte Rand nicht merklich werde, kömmt auf Verſuche an, und es iſt daher hier wenig zu berechnen.

68. Das Caſſegränſche hat, ſtatt des kleinern Hohlſpiegels im Gregoriſchen, einen kleinen converen Spiegel, der ſo geſtellt iſt, daß zwiſchen ihm und ſeinem Brennpuncte des Hohlſpiegels Brennpunct liegt. Die von dieſem Converſpiegel zurückgeworfenen Strahlen werden nahe vor dem Loche des Hohlſpiegels in ein verkehrtes Bild des Gegenſtandes vereinigt. Von dieſem Bilde gehen Strahlen durch ein in der kleinern Röhre befindliches converes Augenglas, das um ſeine Brennweite von dem Bilde abſteht, ſo gebrochen, daß ſie parallel in das vorgehaltene Auge kommen, und dieſem den Gegenſtand verkehrt ſichtbar machen.

Anm. 1. Nachdem Newton in den philoſophiſchen Transactionen die Einrichtung ſeines Teleſcops bekannt gemacht hatte, behauptete Caſſegrain, ein Franzoſe, in dem Journal des Sçavans vom Jahre 1672, er habe, ehe er von Newton etwas gehört; die eben beſchriebene, wie er ſie nennt, beſſere, Erfindung gemacht. Beſſer iſt aber das Caſſegränſche Teleſcop nicht, nicht einmal dem Gregoriſchen vorzuziehen, das

selbst dem Newtonschen nachsteht. (Priestleys Geschichte der Optik, 1. Th. 8. Abschn. 3. Kap. S. 249.)

Anm. 2. Dieses, so wie auch das Newtonsche, Spiegelteleskop kann so verbessert werden, daß der Gegenstand durch dasselbe aufrecht erscheint, wenn man in die kleinere oder Ocular: Röhre drei oder vier Augengläser, oder statt eines erhabenen Augenglases ein hohles Augenglas anbringt. (Man sehe Hrn. Prof. Klügels analytische Dioptrik, S. 243.)

69. Anm. Weil ein Spiegelteleskop keiner Abweichung wegen der Farben unterworfen ist, und die Abweichung wegen der Gestalt des Spiegels auch weniger als bei einer Glaslinse beträgt, so kann man in dem Spiegelteleskop Augengläser von viel kürzerer Brennweite als in den dioptrischen Fernröhren, gebrauchen, und dadurch starke Vergrößerungen bei sehr mäßiger Länge hervorbringen. Ein mittelmäßig gutes Spiegelteleskop kann so viel leisten, als ein 12mal längeres gemeines dioptrisches Fernrohr, also auch mehr, als ein eben so langes achromatisches. Ein $5\frac{1}{4}$ Fuß langes newtonisches Spiegelteleskop, von Hadley verfertigt, ward bei gemachten Versuchen einem 123 Fuß langen (23mal längern) dioptrischen Fernrohre, an Deutlichkeit und Vergrößerung gleich geschätzt. (Philos. Transact. n. 378; Smiths Lehrbegriff der Optik, S. 445.) Eben dieses von Hadley 1723 verfertigte Spiegelteleskop nach Newtons Angabe, hatte einen Objectivspiegel von 62,5 Zoll Brennweite, und dreierlei Augengläser, für eine Oeffnungsbreite des Objectivspiegels, ein Augenglas

von 4,5 Zoll	$\frac{11}{40}$ Zoll Brennweite
von 5 —	0,3 — — —
von 5,5 —	$\frac{1}{3}$ — — —

Dieses

Dieses vergrößerte bei der mittlern Oeffnung $\frac{62,5}{0,3}$ = 208,5mal.

Spiegeltelescope stellen nie die Gegenstände so helle dar, als gemeine dioptrische mit gleichviel Vergrößerung und Deutlichkeit; sie verderben leicht von in der Luft vorhandenen Dünsten, weil diese die metallenen Spiegel angreifen (gläserne taugen nichts, weil sie zugleich brechen und zerstreuen); und sind nachher nicht wieder zu voriger Vollkommenheit zu bringen.

Bis Hadley sich mit Verfertigung dieser Instrumente beschäfftigte, blieben sie unvollkommen, weil man vor ihm die Hohlspiegel nicht glatt genug zu poliren verstand. (Philos. Transact. 1723. n. 376.) Bradley und Hauksbee haben noch vollkommnere verfertigt. Neuerlich hat John Mudge Anweisung gegeben, die beste Composition zu den metallenen Spiegeln der Telescope zu machen, nebst einer Vorschrift, die Spiegel gehörig zu gießen, zu schleifen und zu poliren, auch dem größern Spiegel die parabolische Form zu geben. (Philos. Transact. Vol. 67. Part. I. S. 296. übersetzt in den Leipziger Sammlungen zur Physik und Naturgeschichte, 1stem Band, S. 584.) Hieher gehört auch Directions for making the best composition etc. by the Rd. John Edwards in dem nautical Almanac for the Year 1787. (ein Auszug davon steht in Tralles phys. Calender für 1786.) Gute historische Nachrichten enthält John Pringle's Discourse on the invention and improvements of the reflecting Telescope, London 1778. In den neuesten Zeiten verfertigt Hr. Herschel die besten Spiegeltelescope, die er aber demohngeachtet noch in ihrer Kindheit zu seyn glaubt.

70. Anm. Ueber die Anordnung und Berechnung eines Spiegeltelescops sehe man nach: Smiths Lehrbegriff der Optik, S. 340. 390. 444. 459. u. f.; Hrn. Prof. Klügels analytische Dioptrik, 2. Th. 7. Abschn.; in Karstens 3tem Bande der Anfangsgründe die Photometrie, 6ten Abschn.; C. L. D. Sehe; Spiegel- und Strahlbrech; Kunst, 3ten Theil, 17tes Kap.; A new method of improving catadioptrical Telescopes by forming the speculums of Glass instead of Metal, by Caleb Smith in den Philos. Transact. n. 456. 8. Art.

7) Von den Mikroscopen.

71. Je mehr man einen Gegenstand, er sey so klein als man will, dem Auge nähert, desto größer wird der Sehewinkel, desto größer erscheint er dem Auge; aber dafür desto undeutlicher, so bald er nicht mehr um die kleinste Weite, auf die das Auge noch deutlich sieht, von ihm entfernt ist. Bringt man dann ein erhabenes Glas zwischen Auge und Gegenstand, so, daß letzterer in des Glases Brennpunct liegt, so fallen die Strahlen von demselben parallel in das Auge, wie zum deutlichen Sehen erfodert wird, und das Auge sieht nun doch den Gegenstand deutlich, und so groß, als man ihn vermöge seiner Nähe sehen sollte. Diese letztere scheinbare Größe verhält sich aber zu der, unter welcher der Gegenstand noch deutlich dem bloßen Auge erscheint, umgekehrt wie die Entfernungen des Gegen-

genstandes, d. i. wie die kleinste Weite, in der das Auge noch deutlich sieht, zu des Glases Brennweite (weil das Auge dicht hinter dem Glase durch dasselbe den Gegenstand schon deutlich siehet).

Man findet daher die Vergrößerung eines erhabenen Glases für die meisten Augen, wenn man 8 Zoll durch des Glases Brennweite dividirt.

Anm. Auf diese Art gebraucht heißen die erhabenen Glaslinsen, Vergrößerungsgläser (Kleinigkeitsseher, Microscopia). Sie vergrößern desto mehr, je kürzer ihre Brennweiten sind, ein doppeltconvexes mehr als ein planconvexes; eine Kugel mehr als ein doppeltconvexes, wenn alle gleiche Krümmungshalbmesser haben. Ganz kleine Glaskügelchen, die man an der Lampe schmelzt, oder auch Wassertropfen, geben die stärkste Vergrößerung. Loevenhoeks stärkstes Vergrößerungsglas war ein Kügelchen von $\frac{1}{270}$ Zoll Brennweite; Wilsons stärkstes, ein Kügelchen von $\frac{1}{500}$ Zoll Brennweite; und die stärksten, die je gemacht seyn mögen, die von einem Neapolitaner di Torre 1765 gemachten, von denen das größte nur 2 Parisische Puncte, und das kleinste nur $\frac{1}{2440}$ Zoll im Durchmesser groß war; jenes sollte das Object 640mal breiter, und letzteres gar 2560mal breiter, als es mit bloßen Augen noch gesehen werden könnte, darstellen. (Priestleys Geschichte der Optik, 2ter Th. 13ter Abschn. S. 529; C. L. D. Sehes Spiegel- und Strahlbrech-Kunst, 3ter Th. 13ter Art. S. 337.) In letzterm Buche findet man auch Vorschriften, dergleichen starke Vergrößerungsgläser zu machen.

72. Das zusammengesetzte Mikroscop besteht, wie das Fernrohr, aus mehrern in einer Röhre gehörig zusammengestellten Glaslinsen. Der Unterschied zwischen dem Fernrohr und dem Mikroscop ist nur dieser: bei dem Fernrohre fallen die Strahlen von jedem Puncte des Gegenstandes so gut wie parallel auf das Objectivglas, so, daß in dessen Brennpuncte das Bild liegt; beim Mikroscop aber fallen sie sehr auseinandergebreitet und schief auf, so, daß das Bild erst hinter dem Brennpuncte des Objectivglases zu Stande kömmt, und daher größer als der Gegenstand selbst wird. Ist nun das Augenglas so gestellt, daß es um seine Brennweite von dem Bilde, also von dem Objectivglase um die Summe seiner Brennweite und der Weite des Bildes von dem Objectivglase abliegt; so werden die von dem Bilde auf das Augenglas fahrenden Strahlen durch dasselbe dem Auge parallel zugeführt. Dieses sieht also das Bild deutlich, und der Beobachter glaubt den Gegenstand größer zu sehen, theils weil er wirklich das größere Bild sieht, theils weil er mit dem Augenglase dieses Bild in einer kleinern Entfernung deutlich siehet, als er mit bloßen Augen nicht könnte. Besteht das Mikroscop nur aus zwei Convexgläsern, so hat es mit dem Sternrohr Aehnlichkeit und macht den Gegenstand verkehrt sichtbar. Schiebt man zwischen dem Objectiv- und Augenglase noch ein erhabenes Glas so ein, daß es die von dem Objectiv-

tivglase nach dem Bilde zu fahrenden Strahlen eher auffängt, als dieses zu Stande kömmt; so bricht dasselbe die divergirend auffallenden Strahlen so, daß sie, hinter ihm, zwischen ihm und seinem Brennpuncte sich vereinigen und ein Bild darstellen. Steht nun das Augenglas um seine Brennweite von diesem Bilde entfernt, so sieht ein Auge durch dasselbe das Bild deütlich und also den dem Objectivglase sehr nahen Gegenstand vergrößert.

Anm. Einfache Microscope hatten die Alten schon an ihren mit Wasser gefüllten hohlen Glaskugeln. Bequemere waren die nachmals erfundenen Glaslinsen. Das zusammengesetzte Mikroscop aber konnte, da es fast auf einerlei Zusammensetzung beruhet, zugleich mit dem Fernrohr erfunden werden. Daher halten einige auch den Zacharias Jansen für den Erfinder des Mikroscops. Fontana eignet sich die Erfindung in seinen 1646 herausgegebenen novis observat. coelest. et terrest. rerum, Neapolis, als in dem Jahre 1618 gemacht, zu; aber Hieronymus Syrsalis Zeugniß, auf das er sich beruft, ist nur von 1625. Huyghens sagt in seiner Dioptr. Prop. 58. de Microscopiis, sie wären 1618 noch nicht bekannt gewesen, denn Syrtus rus in seinem Buche de usu et fabrica telescopii melde nichts davon. Aber er wisse gewiß, daß zuverläßige Personen schon dergleichen 1621 bei dem Holländer Cornelius Drebbel zu London gesehen hätten, den man auch damals für den Erfinder gehalten habe.

Nachmals verfertigte man auch Spiegelmikroscope, von denen Robert Barkers seines in den Philos. Transact. Vol. 8. part. 1. p. 120. umständlich beschrieben ist.

Dr.

Dr. Smith beschreibt das seinige in seinem Lehrbegriff der Optik, in den Anmerk. S. 351. Im Jahr 1738 u. 1739 erfand Lieberkühn sein Sonnenmikroscop, und sein Mikroscop zu undurchsichtigen Gegenständen, welchen ein Engländer Cuff noch mehr Vollkommenheit gab. Das Sonnenmikroscop soll aber schon 1710 zu Erlangen von einem gewissen Balthasaris erfunden worden seyn. (Des Hrn. von Gleichen Abhandlung vom Sonnenmikroscop, Nürnberg 1781.) Neuerlich hat Herr Aepinus gute dreifache achromatische Objectivgläser von etwa 7 Zoll Brennweite bei dem zusammengesetzten Mikroscop sowol, als bei dem Sonnenmikroscop mit Vortheil angebracht. (Description de nouveaux microscopes inventés par Mr. Aepinus, à St. Petersbourg.)

Man kann auch in den Mikroscopen das Mikrometer anbringen, um durch Beobachtungen damit die wahre Größe kleiner Gegenstände angeben zu können.

Allerhand Arten von Mikroscopen zusammenzusetzen und zu verfertigen, wird in C. L. D. Sehe: Spiegel: und Strahlenbrech: Kunst, 3tem Th. 14ten Kap. gelehrt. Ferner handeln davon: Bakers zum Gebrauch leicht gemachte Mikroscope, aus dem Engl. übersetzt von J. L. Steiner, Zürch 1753; dessen Beiträge zum Gebrauch und zur Verbesserung des Mikroscopii, a. d. E. Augsburg 1754; Adams Micrographia illustrata, or: the Microscope explained .... 4te Edit. 1771; Regles generales pour la construction des telescopes et microscopes de quelque nombre des verres qu'ils soyent composées par Mr. Euler (in den Mem. de l'Ac. de Prusse 1757. p. 283. und 1761. pag. 201.); Determinations du champ apparent, que decouvrent tant les telescopes que les microscopes, par M. L. Euler (in den Mem. de l'Acad. de Prusse 1761. pag. 191.); Wiedeburg et Lange dissertatio de micro-

croscopio solari, Erlang. 1755; Beschreibung eines verbesserten Sonnenmikroscops von J. E. Bas. Wiedeburg, Nürnberg 1758; Emendatio laternae magicae ac microscopii solaris, auct. Eulero; Emendatio microscopii solaris, auct. Aepino; und Descriptio duplicis microscopii solaris apparatus objectis opacis adaptati, auct. Zeihero. (Alle drei Schriften in den Comment. Petrop. nov. Tom. III. pag. 363; Tom. IX. pag. 316; Tom. X. pag. 299.); Essays on the Microscope, by George Adams, London 1788; Del Microscopio, Memoria del Sign. Lupieri, Vicenza 1784. (hauptsächlich von einem einfachen Mikroscop, welches die Gegenstände mit größter Helligkeit und Deutlichkeit zeigt); Hrn. Prof. Klügels analytische Dioptrik, 2. Th. 8. Abschn.

73. Anm. Von der Laterna magica, und andern zur Belustigung des Auges eingerichteten optischen Werkzeugen werde ich in den Vorlesungen das Wissenswürdige mittheilen. Ein chronologisches Verzeichniß optischer Schriften findet man in Hrn. Prof. Scheibels mathemat. Bücherkenntniß, 9tem St. Breslau 1777.

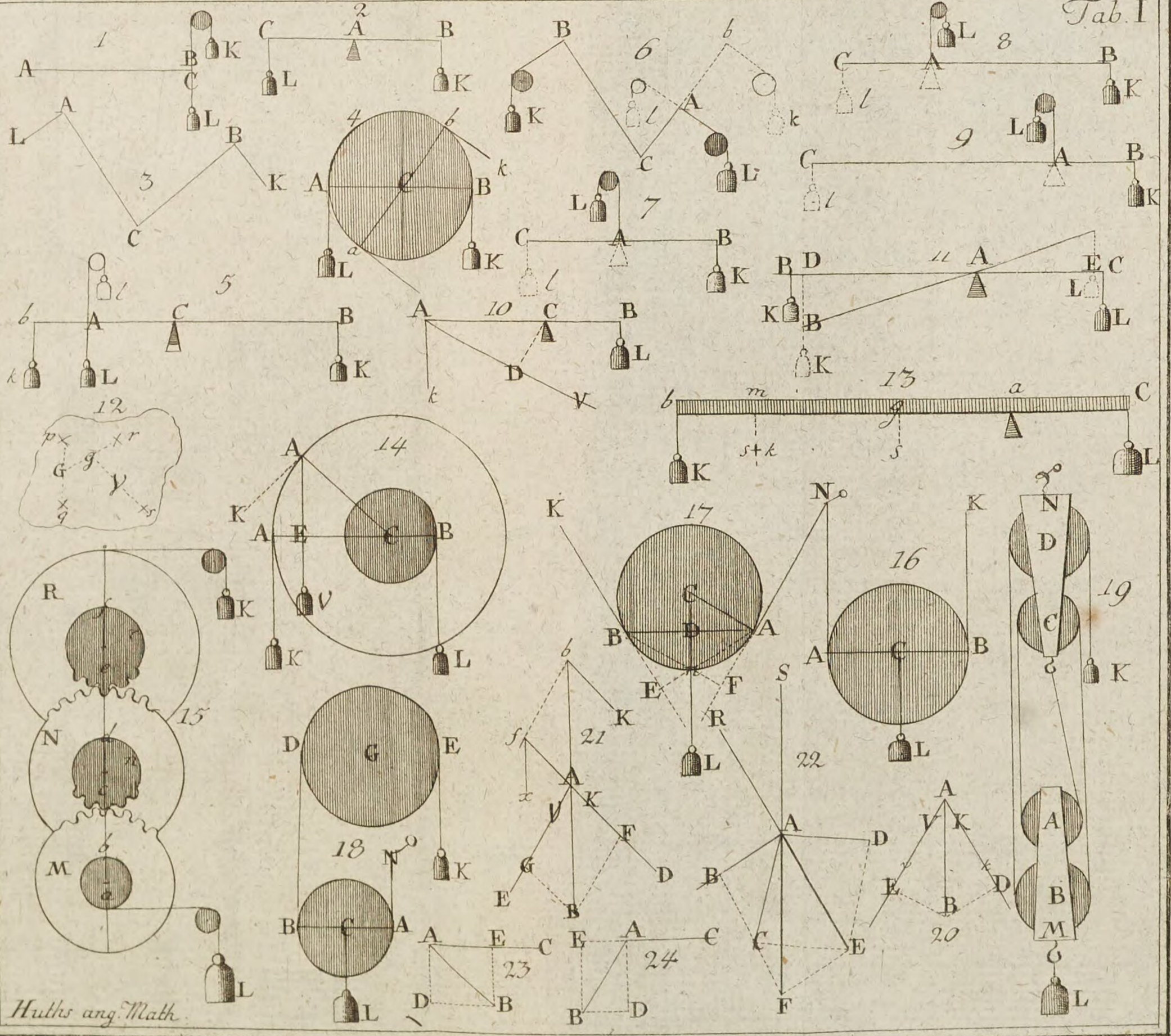
Die Perſpective.

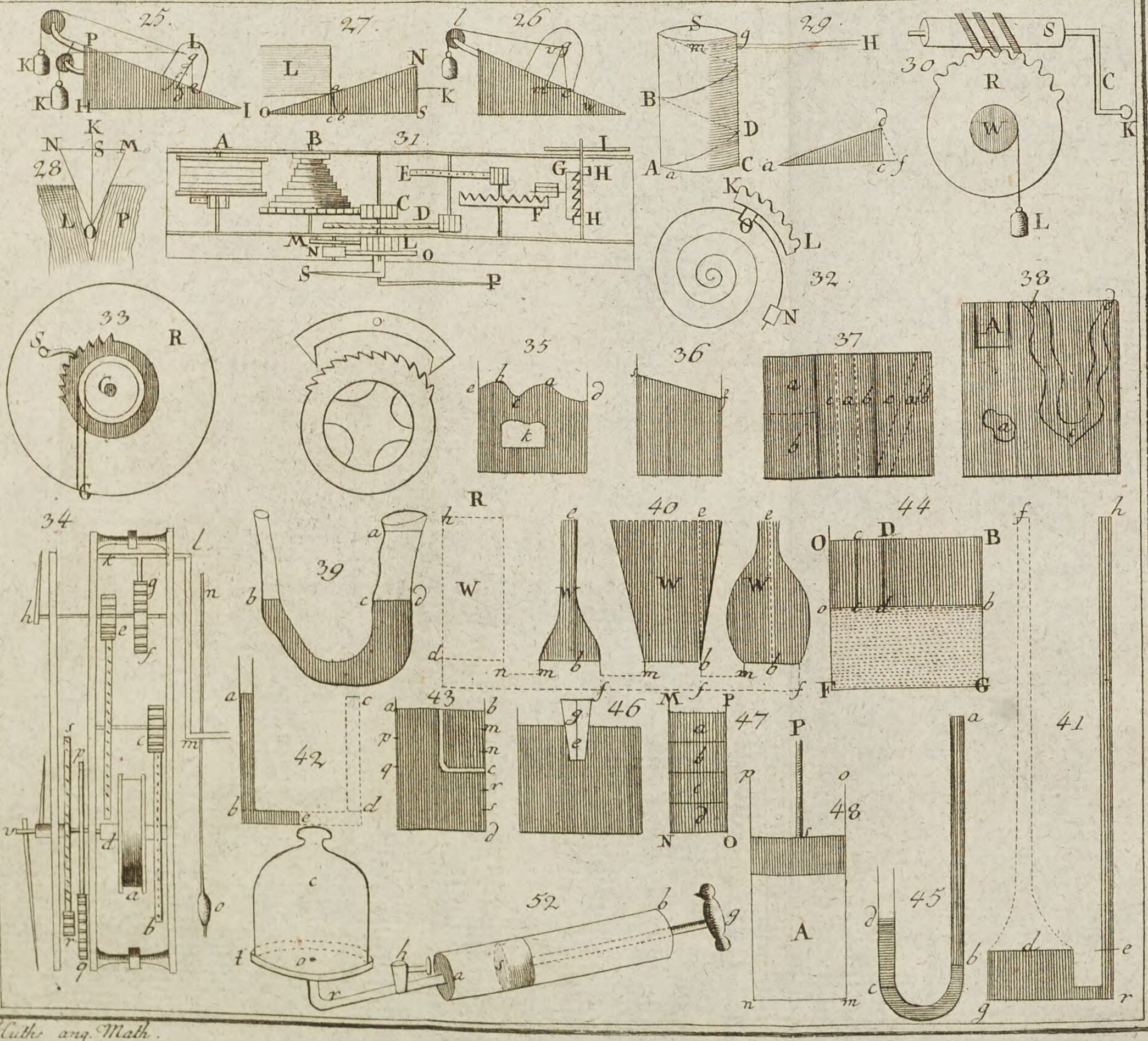
Anmerkung.

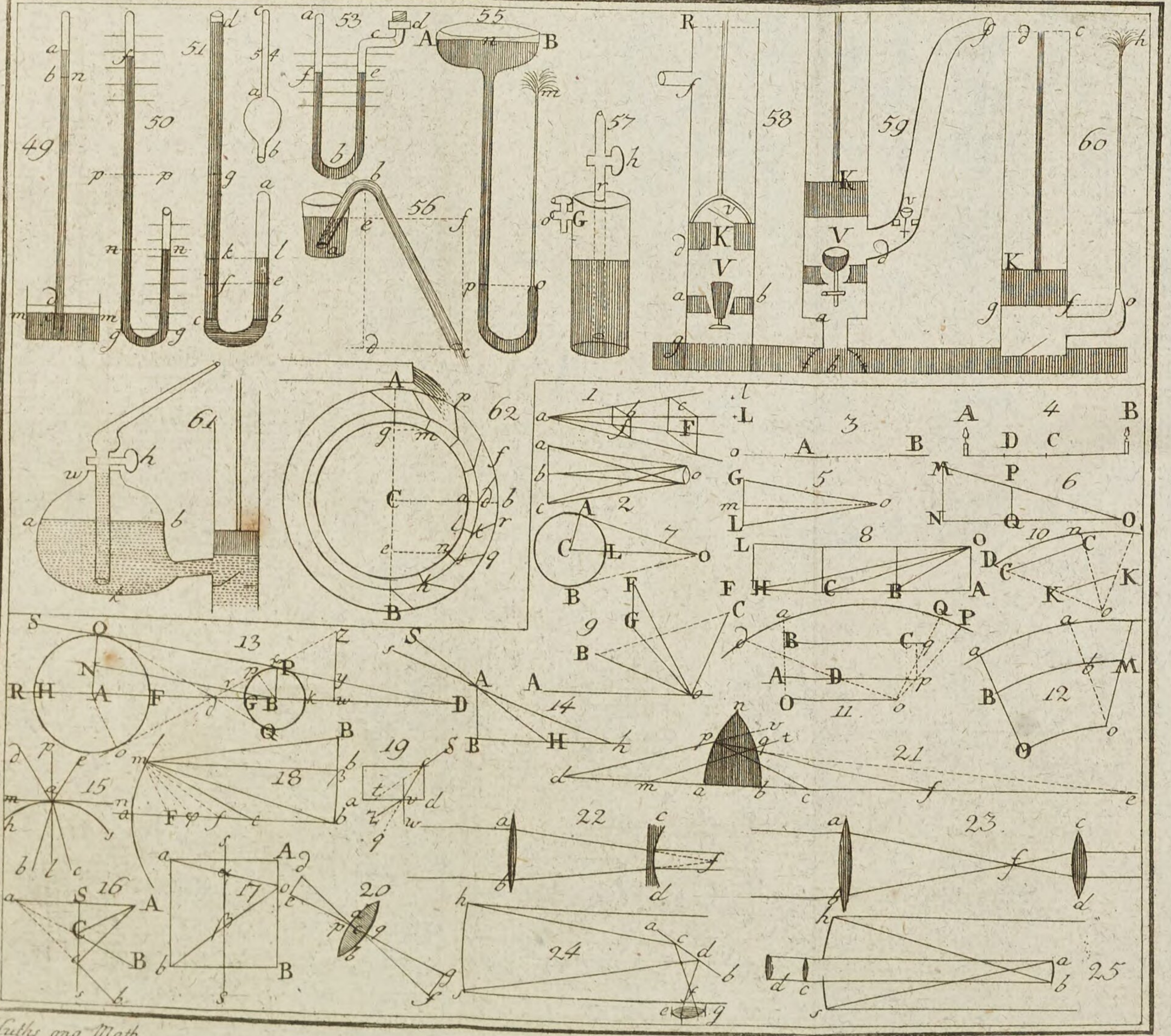
Dieſe nützliche Wiſſenſchaft kann eigentlich als ein Anhang zu der Optik betrachtet werden. Ich handele ſie aber darum hier nicht ab, weil ſie hier nur ſehr unvollſtändig erſcheinen könnte. In den Vorleſungen werde ich kurze und allgemeine Begriffe von den perſpectiviſchen Zeichnungen mittheilen.

Ende.

Tab. I


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
A
B
C
D
E
K
L
M
N
G
V
a
b
k
l
m
s
x
y
Huths ang. Math.


25.
27.
26
29.
30
28
31
32.
33
35
36
37
38
34
39
40
44
41
42
43
46
47
48
45
52
Huths ang. Math.



Huths ang. Math.

J. D. Philippin gelsc. sc.

EIGENTHUM DER STADT
AUGSBURG

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Huth, Gottfried, / Woellner, Johann Christoph <<von>>, / Hoffmann, Carl Christoph <<von>>,

Gottfried Huths, Doctors der Weltweisheit, und Magisters der freien Künste, Anfangsgründe der angewandten Mathematik (mit Rücksicht auf Geschichte und Litteratur) : Mit drey Kupfertafeln

Halle 1789

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- H 1122
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11251853-6
VD18 12453382